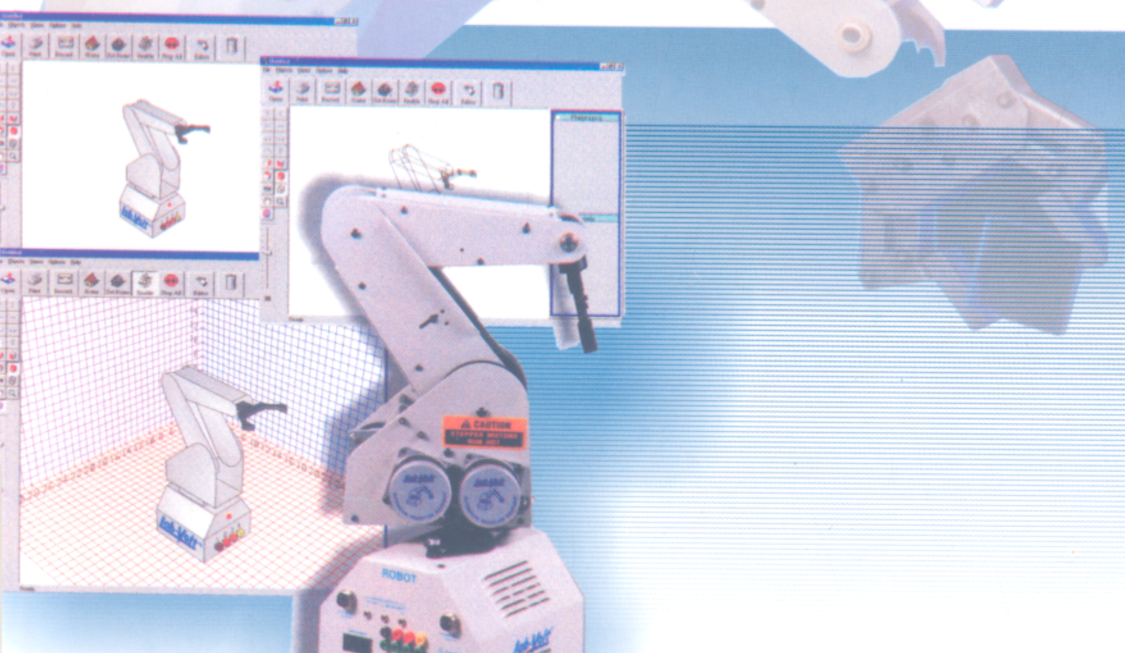
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

KỶ NIỆM 45 NĂM THÀNH LẬP BỘ MÔN TỰ ĐỘNG HÓA XNCN

TS. NGUYỄN MẠNH TIẾN

ĐIỀU KHIỂN Robot CÔNG NGHIỆP



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

TS. NGUYỄN MẠNH TIẾN

ĐIỀU KHIỂN ROBOT CÔNG NGHIỆP

(Sách dùng cho giảng dạy ở các Trường Đại học kỹ thuật)

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản: PGS. TS. TÔ ĐĂNG HẢI
Biên tập và sửa bài: ThS. NGUYỄN HUY TIẾN
NGỌC DIỆP
Trình bày bìa: HƯƠNG LAN

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
70 Trần Hưng Đạo - Hà Nội

In 700 cuốn, khổ 16 × 24 cm, tại Xưởng in NXB Văn hoá Dân tộc
Quyết định xuất bản số: 75–2007/CXB/ 275–02/KHKT–18/3/2007
In xong và nộp lưu chiểu tháng 5 năm 2007.

LỜI NÓI ĐẦU

Thuật ngữ robot xuất hiện lần đầu tiên năm 1921 để chỉ một "nhân vật viễn tưởng" có khả năng làm việc mềm dẻo nhưng khỏe gấp nhiều lần con người. "Nhân vật đó" đó đã là hiện thực vào năm 1960 và năm 1961. Robot công nghiệp đã được ứng dụng trong công nghiệp. Trong dây chuyền sản xuất với mức độ tự động hóa cao, robot công nghiệp đóng vai trò rất quan trọng trong việc giảm cường độ lao động cho người lao động, tăng năng suất và độ chính xác gia công, góp phần tăng chất lượng và số lượng và giảm giá thành sản phẩm .

*Cuốn sách **"Điều khiển Robot công nghiệp"** có nội dung là phân tích, tính toán cơ cấu cơ khí robot, thiết lập mô hình toán học, phân tích các cấu trúc và phương pháp thiết kế hệ thống điều khiển cho robot.*

Cuốn sách được biên soạn theo đề cương môn học Robot của chuyên ngành Tự động hóa - Trường Đại học Bách khoa Hà Nội đã được Hội đồng Khoa học Trường thông qua.

Với mục đích biên soạn cho giảng dạy môn học Robot Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội và các Trường Đại học, Cao đẳng khác. Sách gồm 9 chương được sắp xếp theo trình tự hợp lý, có nội dung cơ bản và chuyên sâu trong lĩnh vực kỹ thuật robot công nghiệp. Trong mỗi chương có các ví dụ minh họa và bài tập tự giải.

*Chương 1 - **Tổng quan về robot công nghiệp:** Trình bày một cách tổng quan về lịch sử phát triển, các đặc tính robot công nghiệp và các khâu của một robot công nghiệp với mô tả chi tiết về cấu tạo cơ cấu chuyển động.*

*Chương hai - **Động học vị trí robot**: Trình bày cơ sở quan trọng của động học vị trí là phép biến đổi, mối quan hệ vị trí giữa các bộ phận trọng robot thể hiện bằng hai bài toán động học thuận và động học ngược.*

*Chương 3 - **Động học vị trí vi sai:** Đề cập những vấn đề về chuyển động vi sai của robot, quan hệ dịch chuyển vi sai giữa các bộ phận robot và ma trận Jacobien trong robot.*

*Chương 4 - **Động lực học robot:** Phân tích và xây dựng phương trình động lực học của robot đơn giản và robot n thanh nối. Xây dựng các dạng mô hình toán học của hệ thống robot và quan hệ mômen và lực tĩnh trong robot.*

*Chương 5 - **Thiết kế quỹ đạo chuyển động:** Phân tích cơ sở và các phương pháp xây dựng quỹ đạo chuyển động robot ở không gian khớp và không gian tay với một số dạng quỹ đạo thông dụng.*

*Chương 6 - **Điều khiển chuyển động robot:** Phân tích cấu trúc và phương pháp tổng hợp các hệ thống điều khiển chuyển động trong không gian khớp: Hệ thống điều khiển độc lập, hệ thống điều khiển tập trung, hệ thống điều khiển thích nghi và hệ thống điều khiển không gian tay sử dụng ma trận Jacobien chuyển vị và nghịch đảo. Đánh giá chất lượng hệ thống điều khiển thông qua các kết quả mô phỏng.*

*Chương 7 - **Hệ thống điều khiển lực:** Trình bày về các phương pháp điều khiển lực kinh điển: Điều khiển trở kháng và điều khiển hỗn hợp với một số kết quả mô phỏng.*

*Chương 8 - **Cơ cấu chấp hành và cấu trúc hệ thống điều khiển:** Phân tích các đặc điểm và cấu trúc của các hệ thống truyền động sử dụng trong robot công nghiệp: hệ thống thủy lực, khí nén và hệ thống truyền động điện. Mô tả cấu trúc chung của hệ thống điều khiển của robot.*

*Chương 9 - **Cảm biến trong robot:** Mô tả về cấu tạo, nguyên lý làm việc, đặc tính và ứng dụng của các cảm biến sử dụng trong robot gồm các cảm biến bên trong và cảm biến bên ngoài.*

Sách được dùng làm giáo trình chính cho chuyên ngành Tự động hóa, cũng có thể làm tài liệu học tập cho sinh viên một số ngành trong ngành Điện và một số ngành liên quan, làm tài liệu tham khảo cho học viên cao học, nghiên cứu sinh chuyên ngành Tự động hóa - Điều khiển tự động, cho các cán bộ kỹ thuật trong vận hành, thiết kế và bảo dưỡng các hệ thống điều khiển robot trong công nghiệp.

Tác giả bày tỏ lòng biết ơn về những định hướng của Giáo sư Nguyễn Công Hiền cho cuốn sách này. Tác giả cảm ơn PGS. TS. Nguyễn Văn Liễn đã đọc và góp ý cho nội dung của cuốn sách, cảm ơn các đồng nghiệp ở Bộ môn Tự động hóa xí nghiệp công nghiệp - Trường Đại học Bách khoa Hà Nội đã khuyến khích, động viên tác giả và có đóng góp cho nội dung của cuốn sách. Tác giả đặc biệt cảm ơn vợ và gia đình đã dành cho tác giả mọi thời gian tự do và khuyến khích, động viên giúp đỡ trong thời gian viết cuốn sách này.

Tuy đã dành nhiều thời gian suy nghĩ và biên soạn, song với sự biên soạn lần đầu, cuốn sách không thể tránh khỏi các thiếu sót. Tác giả xin chân thành cảm ơn và mong nhận được sự đóng góp ý kiến của bạn đọc.

Các ý kiến đóng góp xin gửi về Bộ môn Tự động hóa xí nghiệp công nghiệp - Trường Đại học Bách khoa Hà Nội hoặc Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật - 70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội.

Tác giả

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1
TỔNG QUAN VỀ ROBOT CÔNG NGHIỆP

1.1.Tự động hoá và robot công nghiệp

Thuật ngữ robot có nguồn gốc từ khoa học viễn tưởng. Từ "Robota" lần đầu tiên xuất hiện năm 1920 trong một vở kịch của nhà viết kịch người Tiệp Karel Capek, trong đó ông đã mô tả một "nhân vật" có thể ứng xử như con người, có khả năng làm việc khoẻ gấp đôi con người, nhưng không có cảm tính, cảm giác như con người. Sự phát triển của lĩnh vực robot bắt đầu từ 40 năm sau đó.

Robot được định nghĩa dưới dạng các khía cạnh khác nhau. Robot được coi là một tay máy có một vài bậc tự do, có thể được điều khiển bằng máy tính. Một định nghĩa khác về robot công nghiệp hiện nay được chấp nhận là: Robot công nghiệp là một cơ cấu cơ khí có thể lập trình được và có thể thực hiện những công việc có ích một cách tự động không cần sự giúp đỡ trực tiếp của con người. Hiệp hội những nhà chế tạo - nhà sử dụng đưa ra định nghĩa robot như sau: Robot là một thiết bị có thể thực hiện được các chức năng bình thường như con người và có thể hợp tác nhau một cách thông minh để có được trí tuệ như con người. Trong Bách khoa toàn thư mới (phiên bản 7.0 1995) viết: "Robot có thể định nghĩa là một thiết bị tự điều khiển hoàn toàn bao gồm các bộ phận điện tử, điện và cơ khí,..."

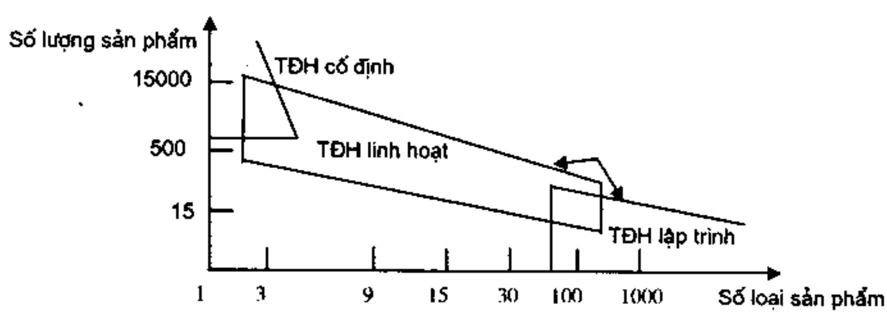
Tự động hoá (Automation) và kỹ thuật robot (Robotics) là hai lĩnh vực có liên quan mật thiết với nhau. Về phương diện công nghiệp, tự động hoá là một công nghệ liên kết với sử dụng các hệ thống cơ khí, điện tử và hệ thống máy tính trong vận hành và điều khiển quá trình sản xuất. Ví dụ, dây chuyền vận chuyển, các máy lắp ráp cơ khí, các hệ thống điều khiển phản hồi, các máy công cụ điều khiển chương trình số và robot. Như vậy, có thể coi robot là một dạng của thiết bị tự động hoá công nghiệp.

Có ba loại hệ thống tự động hoá công nghiệp: Tự động hoá cố định, tự động hoá lập trình và tự động hoá linh hoạt. Tự động hoá cố định được sử dụng ở những dây chuyền sản xuất với số lượng sản phẩm lớn, do đó cần thiết kế các thiết bị đặc biệt để sản xuất các sản phẩm với số lượng lớn và hiệu suất rất cao.

Công nghiệp sản xuất ôtô có thể coi là một ví dụ điển hình. Tính kinh tế của tự động hoá cố định khá cao do giá thành thiết bị chuyên dụng được chia đều cho số lượng lớn các đơn vị sản phẩm, dẫn đến giá thành trên một đơn vị sản phẩm thấp hơn so với các phương pháp sản xuất khác. Tuy nhiên vốn đầu tư của hệ thống tự động hoá cố định cao, do đó nếu số lượng sản phẩm nhỏ hơn thiết kế, giá thành sản phẩm sẽ rất cao. Mặt khác, các thiết bị chuyên dùng được thiết kế cho sản xuất một loại sản phẩm, sau khi chu kỳ sản phẩm kết thúc, các thiết bị chuyên dụng đó sẽ trở thành lạc hậu.

Tự động hoá lập trình được sử dụng ở quá trình sản xuất với sản phẩm đa dạng và số lượng sản phẩm tương đối thấp. Trong hệ thống tự động hoá này, các trang thiết bị sản xuất được thiết kế để thích nghi với các dạng sản phẩm khác nhau. Chương trình sẽ được lập trình và được đọc vào các thiết bị sản xuất ứng với các loại sản phẩm cụ thể. Về khía cạnh kinh tế, giá thành trang thiết bị lập trình có thể phân bộ cho số lượng lớn sản phẩm, ngay cả với các loại sản phẩm khác nhau.

Tự động hoá linh hoạt hoặc hệ thống sản xuất linh hoạt (FMS), hệ thống sản xuất tích hợp máy tính (hình 1.1). Ý tưởng của dạng tự động hoá linh hoạt mới được pháp triển và áp dụng vào thực tế quãng 20-25 năm cho thấy phạm vi ứng dụng thích hợp nhất đối với quá trình sản xuất có số lượng sản phẩm trung bình. Dạng tự động hoá linh hoạt sẽ bao gồm các đặc điểm của hai dạng tự động hoá cố định và lập trình. Nó cần được lập trình cho các loại sản phẩm khác nhau, nhưng số dạng sản phẩm khác nhau sẽ hạn chế hơn loại tự động hoá lập trình. Hệ thống sản xuất bao gồm nhiều trạm làm việc đặt nối tiếp nhau trong một dây chuyền. Máy tính trung tâm và hệ thống điều khiển trung tâm sẽ điều khiển đồng thời các trạm hoạt động.



Hình 1.1. Quan hệ số loại và số lượng sản phẩm ứng với các dạng tự động hoá.

Robot có liên quan mật thiết với tự động hoá lập trình. Robot là một máy có khả năng lập trình và có một số đặc tính như con người. Robot có thể được lập trình để di chuyển cánh tay thông qua các trình tự chuyển động có tính chu kỳ để thực hiện các nhiệm vụ khác nhau. Ví dụ, các máy bốc dỡ hàng, robot hàn, sơn... robot cũng được sử dụng rộng rãi trong hệ thống sản xuất linh hoạt hoặc thậm chí trong hệ thống tự động hoá cố định. Hệ thống này gồm một số máy, hoặc các robot làm việc cùng nhau được điều khiển bằng máy tính hoặc bộ điều khiển lập trình. Ví dụ, dây chuyền hàn vỏ ôtô gồm nhiều cánh tay robot có nhiệm vụ hàn các bộ phận khác nhau. Chương trình lưu trữ trong máy tính được nạp cho từng robot làm việc ở mỗi bộ phận của dây chuyền hàn ôtô. Như vậy đây là một dây chuyền sản xuất linh hoạt với mức độ tự động hoá cao.

1.2. Lịch sử phát triển của Robot

Bảng 1.1 trình bày tóm tắt những điểm mốc chính của lịch sử phát triển công nghệ robot. Từ thế kỷ 17, một số thiết bị máy móc được chế tạo đã có một số đặc tính làm việc như robot công nghiệp hiện nay. Jacques de Vancanson đã chế tạo một vài "búp bê nhạc sĩ". Năm 1805 Henri Maillarder đã chế tạo những con búp bê cơ khí có khả năng vẽ tranh. Trong các đồ chơi đó, một số cơ cấu cam được sử dụng như một chương trình điều khiển thiết bị vẽ và viết. Trong cuộc cách mạng công nghiệp, có một số phát minh cơ khí khác trong lĩnh vực dệt, điển hình là khung dệt vải của Jacquard (1801).

Bảng 1.1. Một số điểm mốc của lịch sử phát triển công nghệ robot

Thời gian	Sự kiện quan trọng
Giữa thế kỷ 17	J. de Vancanson chế tạo một số búp bê có khí đánh nhạc.
1801	J. Jacquard phát minh khung dệt vải có thể lập trình
1805	H. Maillader chế tạo búp bê cơ khí biết vẽ tranh.
1892	S. Babbitt (Mỹ) đã thiết kế một cần trục truyền động động cơ có cơ cấu kẹp để gắp thỏi thép đúc ra khỏi lò nung.
1938	W. Pollard và H. Roselund (Mỹ) đã thiết kế một cơ cấu phun sơn lập trình cho Công ty DeVilbiss
1946	G.C. Devol (Mỹ) sáng chế thiết bị điều khiển có thể ghi lại những tín hiệu điện bằng từ hoá, sau đó được sử dụng để điều khiển một máy cơ khí.

1951	Cơ cấu tay máy điều khiển từ xa có thể mang các vật liệu phóng xạ được chế tạo.
1952	Mẫu máy điều khiển số đầu tiên được trưng bày ở Viện Công nghệ Massachusetts sau một vài năm nghiên cứu chế tạo.
1954	G.C. Devol đăng ký bản quyền phát minh thiết kế robot.
1960	Robot "Unimate" đầu tiên được giới thiệu là robot truyền động thuỷ lực; nó sử dụng dạng nguyên lý điều khiển số cho điều khiển cơ cấu tay máy.
1961	Công ty Ford lắp đặt Robot Unimate.
1962	Công ty General Motor (GM) lắp đặt robot công nghiệp đầu tiên (robot Unimate) trong dây chuyền sản xuất
1966	Công ty Trallfa (Nauy) lắp đặt robot phun sơn.
1968	Robot di chuyển "Shakey" được chế tạo tại Viện Nghiên cứu Stanford (Mỹ). Robot này được trang bị một số cảm biến tiếp xúc, máy ảnh, có thể di chuyển trên mặt sàn.
1970	Tay máy Stanford là robot nhỏ điều khiển bằng điện được chế tạo ở Trường Đại học Stanford (Mỹ).
1971	Hiệp hội robot công nghiệp Nhật Bản (JIRA) bắt đầu đề xuất sử dụng robot trong công nghiệp Nhật Bản.
1973	Viện Nghiên cứu Stanford (Mỹ) công bố ngôn ngữ lập trình máy tính đầu tiên cho robot trên là ngôn ngữ WAVE.
1974	Công ty Cincinnati Milacron giới thiệu Robot T^3 điều khiển bằng máy tính.
1974	Robot "Sigma" được sử dụng trong công nghiệp lắp ráp - là một trong ứng dụng robot trong dây chuyền lắp ráp đầu tiên.
1975	Phòng thí nghiệm Charles Stack Draper (Mỹ) đã chế tạo cơ cấu nhún có tâm ở xa sử dụng cho robot lắp ráp.
1976	Robot PUMA (máy lắp ráp vạn năng có thể lập trình) được trình diễn.
1978	Robot T^3 của Hãng Cincinnati Milacron được lập trình thực hiện các công việc khoan và hàn trên các bộ phận của máy bay.
1978	Robot SCARA được sáng chế cho dây chuyền lắp ráp ở Trường Đại học Yamanashi (Nhật). Một số robot thương mại này được giới thiệu vào năm 1981.

1979	Robot công nghiệp bắt đầu một thời kỳ phát triển nhanh, với các robot mới.
1980	Robot truyền động trực tiếp (DDR) được sáng chế ở Trường Đại học Carnegie-Mellon.
1981	Hãng máy tính IBM chế tạo Robot RS-1 cho lắp ráp.
1982	Một số hệ thống lập trình "OFF-line" được trình diễn cho robot.
1984 1986	Ứng dụng robot tiếp tục phát triển mạnh tập trung vào tích hợp robot trong các dây chuyền sản xuất linh hoạt (FMS) và hệ thống CIM.
1991	Bước phát triển mới của nền kinh tế thế giới với tập trung sản xuất các sản phẩm phức tạp và ứng dụng công nghệ vi điện tử và công nghệ hiển thị trong robot của dây chuyền sản xuất tự động hóa.

Vào những năm đầu thế kỷ 20, điều khiển số và cơ cấu điều khiển từ xa là hai công nghệ quan trọng trong sự phát triển của robot. Điều khiển số (Numrical Control) được phát triển cho máy công cụ cuối năm 1940, đầu năm 1950. Năm 1952, Viện Massachusetts (MIT, Mỹ) đã trình diễn máy phay 3 trục điều khiển số. Lĩnh vực điều khiển xa liên quan với việc sử dụng cơ cấu điều khiển xa (Teleoperator). Đó là một cơ cấu cơ khí thực hiện chuyển động ở khoảng cách xa dưới sự điều khiển của con người. Các cơ cấu tự động này được chế tạo và sử dụng để mang các vật chất độc hại như chất phóng xạ vào các năm 1940.

Robot hiện đại là sự kết hợp của kỹ thuật điều khiển số và cơ cấu tự động điều khiển xa. Thực vậy, robot là một cơ cấu cơ khí với chuyển động được điều khiển bằng kỹ thuật lập trình tương tự như đã sử dụng trong các máy điều khiển số. Cyril Walter Kenward (người Anh) là một nhà phát minh đầu tiên đã đăng ký bản quyền cho thiết bị Robot vào tháng 3/1954 và phát minh của Ông đã được thực hiện vào năm 1957. Người thứ hai là nhà phát minh George C. Devol (người Mỹ) đã có hai phát minh góp phần vào sự phát triển của robot hiện đại ngày nay. Đó là một thiết bị ghi các tín hiệu điện bằng từ hoá và sử dụng cho điều khiển các máy. Thiết bị này đã được chế tạo và công bố vào năm 1952. Phát minh thứ hai là "Thiết bị truyền bài báo được lập trình" được công bố vào năm 1961. Với sự hợp tác nghiên cứu của Joseph Engelberger là Chủ tịch Công

ty Unimate và George C. Devol, robot Unimate là robot công nghiệp đầu tiên đã được xuất hiện trên thị trường năm 1962 ở Mỹ.

Những năm sau đó, nhiều đóng góp giá trị về ngôn ngữ lập trình robot đã đánh dấu những bước phát triển quan trọng của robot hiện đại. Đó là các công trình nghiên cứu về ngôn ngữ lập trình hướng đối tượng cho robot của Viện Nghiên cứu Stanford: Ngôn ngữ thực nghiệm WAVE(1973) và ngôn ngữ AL (năm 1974). Ngôn ngữ VAL của Công ty Unimate là ngôn ngữ lập trình robot thương mại đầu tiên.

1.3. Các đặc tính của robot công nghiệp

1.3.4. Tải trọng: Tải trọng là trọng lượng robot có thể mang và giữ trong khi vẫn đảm bảo một số đặc tính nào đó. Tải trọng lớn nhất lớn hơn tải trọng định mức nhiều, nhưng robot không thể mang tải trọng lớn hơn định mức, vì khi đó robot không đảm bảo được độ chính xác di chuyển. Tải trọng robot thông thường rất nhỏ hơn trọng lượng robot. Ví dụ, robot LR Mate của hãng Fanuc có trọng lượng 40 kg chỉ mang được tải trọng 3 kg; robot M-16i có trọng lượng 269 kg mang được tải trọng 15,8 kg.

1.3.5. Tầm với: Là khoảng cách lớn nhất robot có thể vươn tới trong phạm vi làm việc. Tầm với là một hàm phụ thuộc vào cấu trúc của robot.

1.3.6. Độ phân dải không gian: Là lượng gia tăng nhỏ nhất robot có thể thực hiện khi di chuyển trong không gian. Độ phân dải phụ thuộc vào độ phân dải điều khiển và độ chính xác cơ khí. Độ phân dải điều khiển xác định bởi độ phân dải hệ thống điều khiển vị trí và hệ thống phản hồi: là tỷ số của phạm vi di chuyển và số bước di chuyển của khớp được địa chỉ hoá trong bộ điều khiển của robot:

Số bước di chuyển = 2^n.

với n - số bit của bộ nhớ.

Ví dụ: Một khớp tịnh tiến của robot có hệ thống điều khiển 12 bit di chuyển trong phạm vi 100 mm, số bước di chuyển có thể là: $2^{12} = 4096$. Độ phân dải tương ứng là:

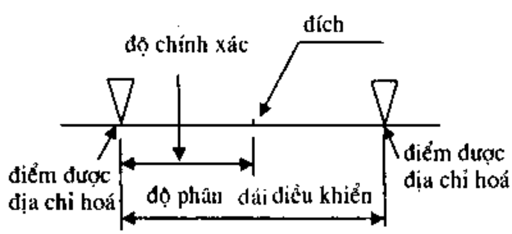
$$\frac{100}{4096} = 0.0244 \text{ mm}.$$

Độ di chuyển của robot là tổng các dịch chuyển thành phần. Do đó độ phân dải của cả robot là tổng các độ phân dải các từng khớp robot.

Độ chính xác cơ khí trong cơ cấu truyền động các khớp và khâu phản hồi của hệ thống điều khiển secvo sẽ ảnh hưởng đến độ phân dải. Các yếu tố làm giảm độ chính xác có khí như khe hở trong hộp truyền, rò rỉ của hệ thống thuỷ lực, tải trọng trên tay robot, tốc độ di chuyển, điều kiện bảo dưỡng robot,... Độ chính xác cơ khí giảm sẽ làm giảm độ phân dải.

1.3.7. Độ chính xác: Đánh giá độ chính xác vị trí tay robot có thể đạt được. Độ chính xác được định nghĩa theo độ phân dải của cơ cấu chấp hành. Độ chính xác di chuyển đến vị trí mong muốn sẽ phụ thuộc vào độ dịch chuyển nhỏ nhất của khớp. Khi coi cơ cấu cơ khí có độ chính xác rất cao, có thể định nghĩa sơ bộ độ chính xác bằng một nửa độ phân dải điều khiển như minh hoạ trên hình 1.2.

Trong thực tế, độ phân dải bị ảnh hưởng bởi một số yếu tố. Độ chính xác sẽ thay đổi tuỳ thuộc vào phạm vi di chuyển của tay robot: phạm vi di chuyển càng xa bệ robot, độ chính xác càng giảm do độ mất chính xác cơ khí càng lớn. Độ chính xác sẽ được cải thiện nếu di chuyển của robot được giới hạn trong một phạm vi cho phép. Tải trọng cũng ảnh hưởng đến độ chính xác, tải trọng lớn sẽ gây ra độ chính xác cơ khí thấp và làm giảm độ chính xác di chuyển. Thông thường độ chính xác di chuyển của robot công nghiệp đạt 0,025 mm.



Hình 1.2. Minh hoạ độ chính xác và độ phân dải điều khiển.

1.3.8. Độ lặp lại: Độ lặp lại đánh giá độ chính xác khi robot di chuyển để với tới một điểm trong nhiều lần hoạt động (ví dụ 100 lần). Do một số yếu tố mà robot không thể với tới cùng một điểm trong nhiều lần hoạt động, mà các điểm với của robot nằm trong một vòng tròn với tâm là điểm đích mong muốn. Bán kính của đường tròn đó là độ lặp lại. Độ lặp lại là đại lượng có ý nghĩa quan trọng hơn độ chính xác. Độ chính xác đánh giá bằng sai số cố định; sai số cố định có thể phán đoán được và có thể hiệu chỉnh bằng chương trình. Nhưng sai số ngẫu nhiên sẽ khó có thể khử được. Độ lặp lại cần phải được xác định bằng kết hợp nhiều thực nghiệm với tải trọng và các hướng di chuyển khác nhau

(phương thẳng đứng và phương nằm ngang,..). Độ lặp lại của các robot công nghiệp thông thường là 0,025 mm.

1.3.9. Độ nhún: Độ nhún biểu thị sự dịch chuyển của điểm cuối cổ tay robot đáp ứng lại lực hoặc mômen tác dụng. Độ nhún lớn có nghĩa là tay robot dịch chuyển nhiều khi lực tác dụng nhỏ và ngược lại. Độ nhún có ý nghĩa quan trọng vì nó làm giảm độ chính xác dịch chuyển khi robot mang tải trọng. Nếu tay robot mang tải trọng nặng, trọng lượng tải trọng sẽ làm cho cánh tay robot bị dịch chuyển. Khi robot thực hiện gia công khoan, ấn mũi khoan vào chi tiết, phản lực sẽ làm có cấu tay di chuyển,... Nếu robot được lập trình trong điều kiện không tải của cơ cấu tay, độ chính xác sẽ giảm trong điều kiện làm việc có tải.

1.4. Hệ thống chuyển động robot

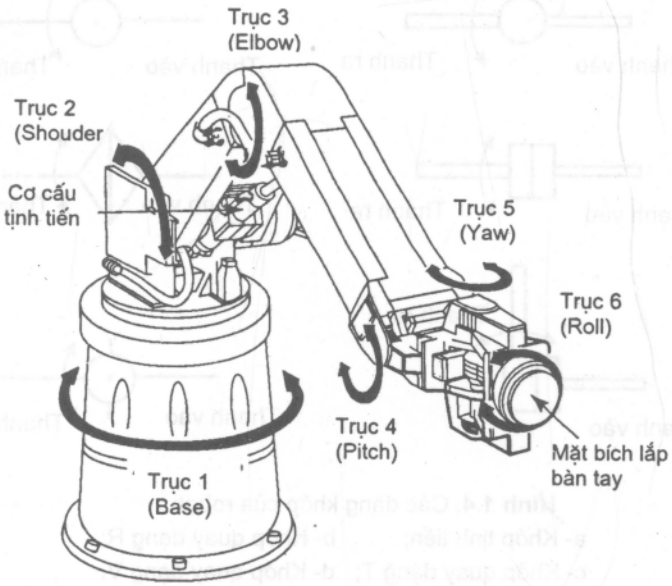
Hệ thống chuyển động robot công nghiệp đảm bảo cho robot có thể thực hiện các nhiệm vụ trong không gian làm việc bao gồm các chuyển động của thân, cánh tay, cổ tay giữa các vị trí hoặc chuyển động theo một quỹ đạo đặt trước. Hình 1.3 biểu diễn các bộ phận chính của hệ thống chuyển động robot. Bô phận cơ bản của robot là cánh tay (arm) gồm một số thanh nối cứng (link) liên kết nhau bởi các khớp mềm (joint); thân (bệ) (base); cổ tay(wrist); bàn tay (hand) và các ngón tay (fingers). Cánh tay robot được gắn lên thân (bệ); cổ tay được gắn ở thanh nối cuối cùng của cánh tay robot; bàn tay (còn gọi là cơ cấu tác động cuối) được gắn lên cổ tay có nhiệm vụ thực hiện các nhiệm vụ theo yêu cầu công nghệ: cầm nắm hoặc gia công. Chuyển động robot công nghiệp được chia làm hai loại: Chuyển động cổ tay và chuyển động cánh tay.

1.4.4. Bậc tự do của robot

Bậc tự do của robot là số toạ độ cần thiết để biểu diễn vị trí và hướng của vật thể ở tay robot trong không gian làm việc. Để biểu diễn hoàn chỉnh một đối tượng trong không gian cần 6 tham số: 3 toạ độ xác định vị trí đối tượng trong không gian và 3 toạ độ biểu diễn hướng của vật thể. Như vậy một robot công nghiệp điển hình có số bậc tự do là 6. Số bậc tự do của robot công nghiệp sẽ tương ứng với số khớp hoặc số thanh nối của robot.

Nếu số bậc tự do nhỏ hơn 6, không gian chuyển động của tay robot trong sẽ bị hạn chế. Với một robot 3 bậc tự do, tay robot chỉ có thể chuyển động dọc theo các trục x, y, z và hướng của tay không được xác định. Tương tự robot có 5 trục trong mặt phẳng. Ngược lại số bậc tự do lớn hơn 6, sẽ có nhiều lời giải biểu

diễn vị trí và hướng của robot trong không gian và sẽ có nhiều phương án điều khiển chuyển động.

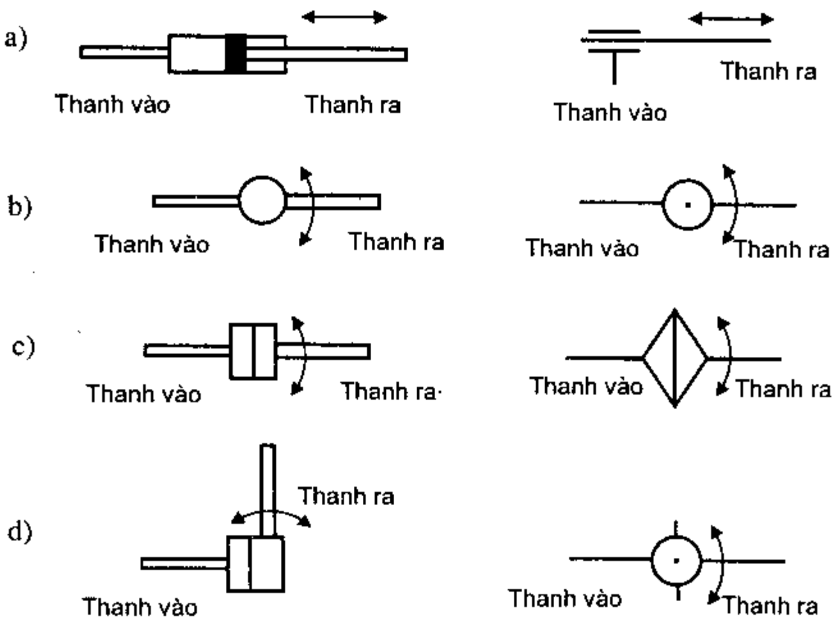


Hình 1.3. Hình dạng điển hình và các bộ phận của robot công nghiệp.

1.4.5. Khớp robot

Khớp là khâu liên kết hai thanh nối có chức năng truyền chuyển động để thực hiện di chuyển của robot. Thanh nối gần với thân robot là thanh nối vào, thanh nối ra sẽ chuyển động so với thanh nối vào.

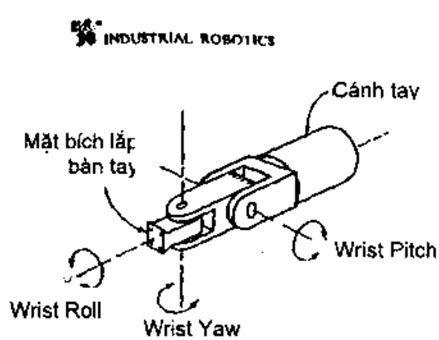
Khớp robot gồm hai loại: Khớp tịnh tiến và khớp quay như minh họa trên hình 1.4. Khớp tịnh tiến thực hiện chuyển động tịnh tiến hoặc trượt thanh nối đầu ra. Các dạng cơ cấu khớp tịnh tiến là cơ cấu xilanh-piston, cơ cấu kính viễn vọng… Khớp quay có ba dạng: R, T, V. Khớp quay dạng R có trục xoay vuông góc với trục hai thanh nối. Dạng khớp quay T có trục xoay trùng với trục hai thanh nối. Dạng khớp quay V có trục xoay trùng với trục thanh nối vào và vuông góc với trục thanh nối ra.



Hình 1.4. Các dạng khớp của robot:
a- Khớp tịnh tiến; b- Khớp quay dạng R;
c- Khớp quay dạng T; d- Khớp quay dạng V.

1.4.6. Cổ tay robot

Cổ tay robot có nhiệm vụ định hướng chính xác bàn tay robot (cơ cấu tác động cuối) trong không gian làm việc. Ví dụ bàn tay robot cần định hướng chính xác so với chi tiết để gắp chi tiết. Thông thường cơ cấu cổ tay robot có 3 bậc tự do tương ứng với 3 chuyển động có cấu tạo điển hình như hình 1.5: Cổ tay xoay xung quanh trục thanh nối cuối cùng (Roll), cổ tay xoay xung quanh trục nằm ngang tạo chuyển động lên xuống của bàn tay (Pitch) quay xung quanh trục thẳng đứng tạo chuyển động lắc phải, trái của bàn tay (Yaw).



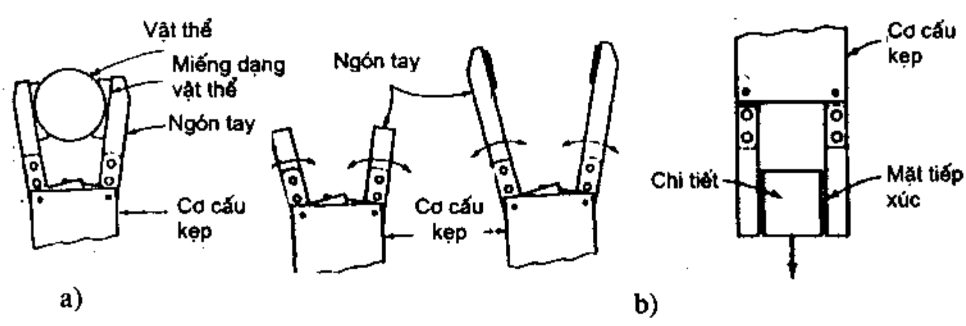
Hình 1.5. Cơ cấu cổ tay ba bậc tự do.

1.4.7. Bàn tay robot (cơ cấu tác động cuối)

Bàn tay được gắn lên cổ tay robot đảm bảo cho robot thực hiện các nhiệm vụ khác nhau trong không gian làm việc. Cơ cấu bàn tay có hai dạng khác nhau tùy theo chức năng của robot trong dây chuyền sản xuất: cơ cấu bàn kẹp (gripper) và cơ cấu dụng cụ (tool).

a. Cơ cấu kẹp: Cơ cấu kẹp được sử dụng để cầm giữ một vật thể hoặc chi tiết ở các robot làm việc trong dây chuyền lắp ráp khi gắp một chi tiết và lắp ráp một bộ phận của một máy; robot ở dây chuyền đóng gói hoặc ở robot có chức năng vận chuyển như gắp một chi tiết đặt lên một băng tải hoặc vận chuyển một chi tiết từ vị trí này sang vị trí khác... Các chi tiết cũng có các loại và hình dạng khác nhau: chai, hộp, vật liệu thô hoặc một dụng cụ...

Cơ cấu kẹp thông thường gồm hai hay nhiều ngón tay. Các ngón tay có chức năng biến đổi một dạng năng lượng (điện, cơ khí, khí nén hoặc thủy lực) nhờ một cơ cấu chấp hành thành lực để nắm giữ một vật thể. Cơ cấu có khả năng mở ra và nắm lại các ngón tay và sinh lực đủ lớn để giữ được một vật thể trong tay. Có hai dạng cơ cấu ngón tay để giữ vật thể (hình 1.6). Dạng thứ nhất, các ngón tay có hình dạng gần giống như hình dạng vật được giữ, như vậy nhờ diện tích tiếp xúc giữa các ngón tay mà vật thể được giữ chắc chắn trên tay robot. Dạng thứ hai, vật được giữ nhờ lực ma sát giữa ngón tay và chi tiết. Trong trường hợp này, ngón tay cần phải sinh lực đủ lớn để đảm bảo sinh lực ma sát đủ lớn. Để tăng lực ma sát ở các ngón tay khi giữ vật thể, thông thường các ngón tay và các bộ phận gắn trên các ngón tay được chế tạo bằng các vật liệu mềm. Đồng thời cũng có tác dụng bảo vệ các ngón tay khỏi bị hư hỏng do va chạm.



Hình 1.6. Các dạng cơ cấu ngón tay:
a- Cơ cấu ngón tay có biên dạng như vật thể;
b- Cơ cấu ngón tay có biên dạng song song.

Trong hai dạng cơ cấu ngón tay trên, dạng thứ hai có ưu điểm đơn giản, dễ thiết kế chế tạo, tuy nhiên có nhược điểm so với dạng thứ nhất khi cần một lực đủ lớn đặt lên vật theo hướng song song với bề mặt ma sát của các ngón tay, làm cho vật dễ bị trượt ra khỏi ngón tay. Để chống lại hiện tượng đó, cơ cấu kẹp cần được thiết kế để đảm bảo sinh lực cần thiết phụ thuộc vào trọng lượng của vật thể, hệ số ma sát giữa vật thể và các ngón tay, hế số gia tốc và giảm tốc của vật và hướng của vật thể trong khi di chuyển. Quan hệ lực tác động theo hướng song song với bề mặt tiếp xúc và các tham số đó được biểu diễn bằng phương trình sau:

$$\mu n_f F_k = w \qquad (1\text{-}1)$$

trong đó: μ - hệ số ma sát ở bề mặt tiếp xúc giữa ngón tay và vật thể;

n_f - số ngón tay;

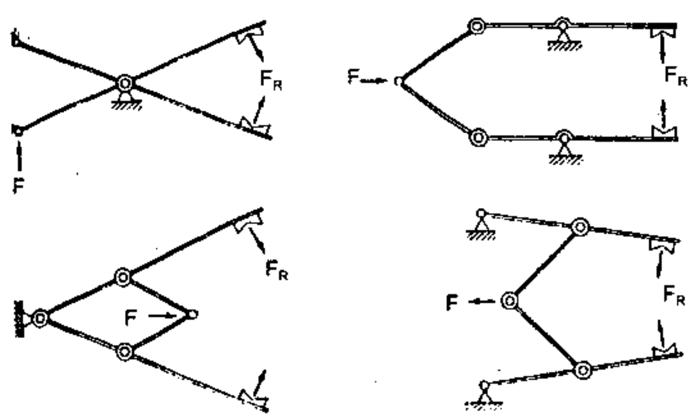
F_k - lực của cơ cấu kẹp;

W - trọng lượng của vật thể được kẹp.

Trong trường hợp lực tác dụng có xu hướng kéo vật thể ra khỏi các ngón tay lớn hơn trọng lượng của vật thể, lực cần thiết để giữ vật được xác định theo phương trình sau:

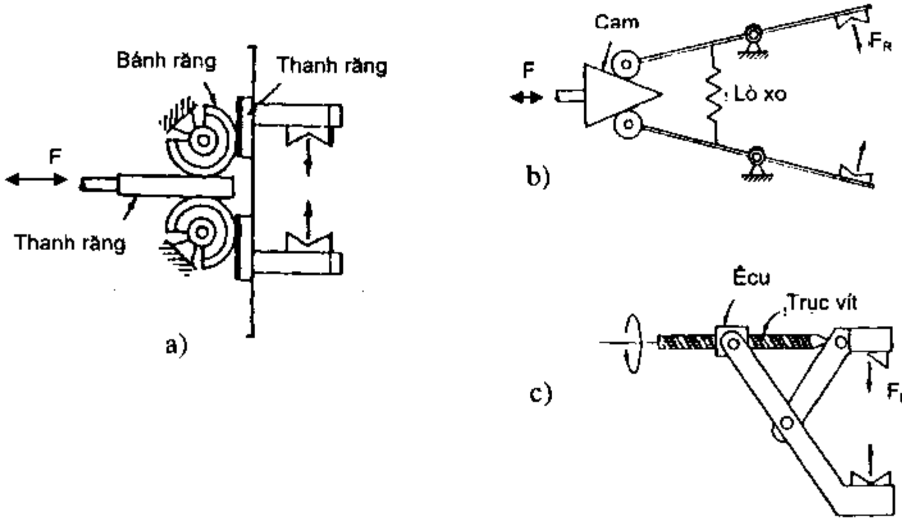
$$\mu n_f F_k = w k_g \qquad (1\text{-}2)$$

với k_g - hệ số hiệu chỉnh tính đến tác dụng kết hợp của trọng lực và lực gia tốc: khi lực gia tốc có hướng trùng với trọng lực: $k_g = 3$ và $k_g = 1$ khi lực gia tốc có hướng ngược với hướng trọng lực; nếu lực gia tốc có hướng nằm ngang $k_g = 2$.



Hình 1.7. Dạng cơ cấu ngón tay kiểu thanh nối.

Một số dạng cơ cấu kẹp khác nhau tùy thuộc vào cơ cấu chấp hành được biểu diễn trên hình 1.7 - 1.8. Hình 1.7 là một số dạng cơ cấu kẹp kiểu thanh nối. ở dạng cơ cấu thanh nối, lực F_a được biến đổi thành lực kẹp F_g ở các ngón tay. Cơ cấu bánh răng – thanh răng được minh họa trên hình 1.8a. Thanh răng dịch chuyển tịnh tiến nhờ piston sẽ làm quay cặp bánh răng và các ngón tay sẽ mở hoặc đóng lại. Các ngón tay truyền động bởi cơ cấu cam ở hình 1.8b sẽ mở ra hoặc đóng lại khi cam di chuyển theo hướng xác định. Trên hình 1.8c là cơ cấu trục vít - êcu. Trục vít được quay bởi động cơ sẽ dịch chuyển một êcu, từ đó hai ngón tay sẽ mở ra hoặc đóng lại.



Hình 1.8. Một số dạng cơ cấu ngón tay:
a- Cơ cấu bánh răng - thanh răng;
b- Cơ cấu cam;
c- Cơ cấu trục vít - êcu.

b. Bàn tay dạng một cơ cấu dụng cụ

Trong nhiều dây chuyền sản xuất, robot thực hiện nhiệm vụ như một dụng cụ để gia công kim loại hoặc một công nghệ đặc biệt như sơn, hàn... Để thực hiện các công nghệ đó, dụng cụ có thể được kẹp trên bàn tay robot (cơ cấu kẹp) hoặc một dụng cụ được gắn cố định trên cổ tay của robot. Các dạng cụng cụ là: Mũi khoan, dụng cụ cắt, đá mài, một bình sơn, cơ cấu hàn điểm, hàn hồ quang... Khi bàn tay robot là một dụng cụ, robot cần được điều khiển chuyển động của dụng cụ tương tự như điều khiển cơ cấu bàn tay kiểu kẹp.

c. Ghép nối (giao diện) giữa robot và bàn tay

Vấn đề ghép nối và giao diện giữa robot và bàn tay đóng vai trò quan trọng thể hiện ở một số chức năng sau: Truyền năng lượng từ các cơ cấu robot cho bàn tay; đảm bảo cung cấp các tín hiệu điều khiển cơ cấu bàn tay thông qua tín hiệu điều khiển công suất truyền động; Truyền tín hiệu phản hồi từ các cảm biến ở bàn tay trở về hệ thống điều khiển.

Thông thường bàn tay robot được ghép cơ khí với cổ tay bằng một mặt bích. Cơ cấu ghép đó cần đảm bảo ba yêu cầu: độ cứng vững, tính mềm dẻo (độ nhún) và khả năng bảo vệ quá tải. Độ cứng vững cần thiết để cơ cấu có khả năng chịu được các lực liên quan với sự làm việc của cơ cấu tác động cuối. Các lực này gồm các thành phần gây ra bởi khối lượng của bàn tay, vật thể ở bàn tay; lực gia tốc, lực giảm tốc và các lực tác dụng lên bàn tay robot trong chu kỳ làm việc. Yêu cầu độ nhún đảm bảo tính mềm dẻo cho cơ cấu. Ví dụ khi lắp ráp một chi tiết vào một lỗ của một bộ phận máy với độ kín khít cao (cơ cấu có tâm đàn hồi ở xa). Khả năng bảo vệ quá tải nhằm hạn chế và ngăn ngừa sự hư hỏng của bàn tay. Có thể dùng các cảm biến để phát hiện sự quá tải: gửi tín hiệu về bộ điều khiển nhằm tác động điều khiển, chỉnh định để ngăn ngừa quá tải. Ví dụ, robot nhặt một chi tiết nằm trên băng tải đang chuyển động. Nếu tay robot vướng vào một bộ phận gắn chặt trên băng tải, hệ thống điều khiển phải đáp ứng để dừng băng tải và yêu cầu trợ giúp, hoặc robot phải được lập trình sao cho có thể chuyển động để gỡ được bàn tay robot ra khỏi vị trí đó.

Bàn tay robot cần năng lượng để thực hiện nhiệm vụ của dây chuyền công nghệ và tín hiệu điều khiển để điều chỉnh sự hoạt động của cơ cấu bàn tay. Các phương pháp chủ yếu truyền năng lượng và tín hiệu tới bàn tay là: Khí nén, điện, thủy lực và cơ khí, trong đó phương pháp truyền bằng khí nén và điện được sử dụng rộng rãi hơn cả. Phương pháp truyền năng lượng tới bàn tay robot phải tương thích và phù hợp với hệ thống cơ khí. Ví dụ, sử dụng khí nén để truyền động cơ cấu bàn tay sẽ là giải pháp hợp lý khi các khớp robot được truyền động bởi các các thiết bị khí nén. Tín hiệu điều khiển sẽ điều khiển cơ cấu bàn tay thông qua điều chỉnh sự truyền năng lượng tới bàn tay.

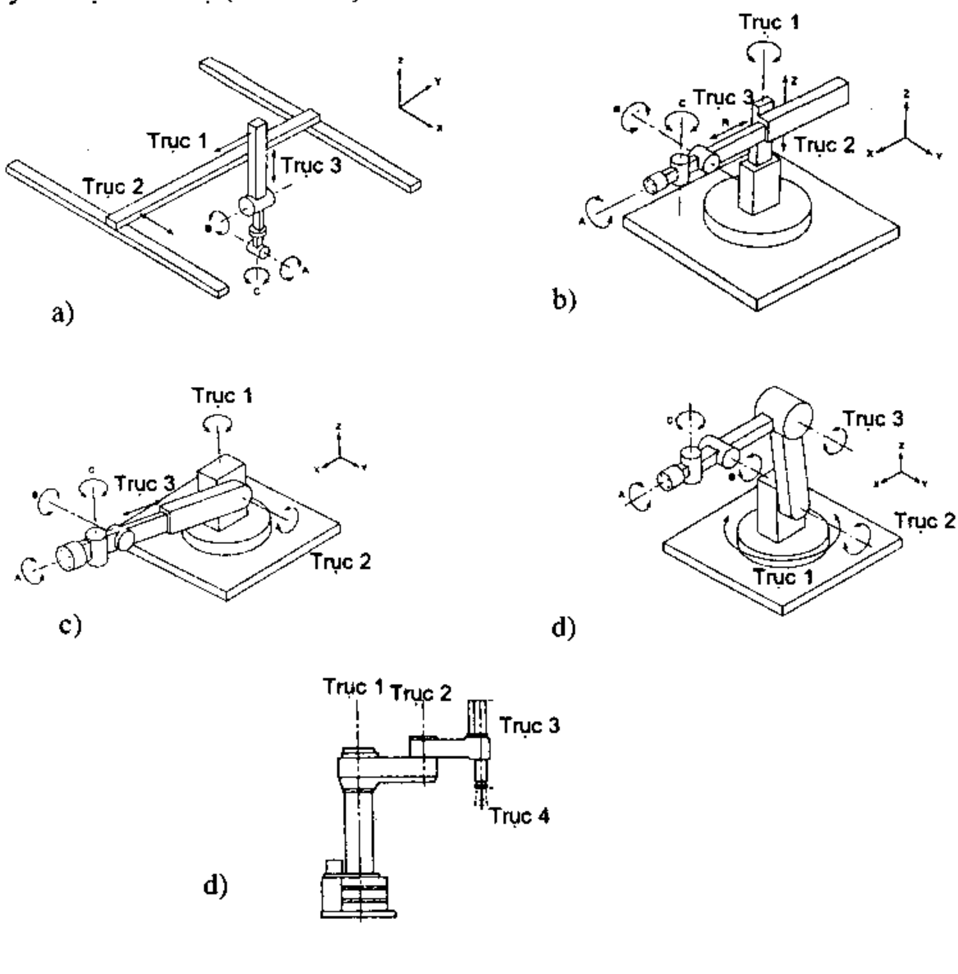
1.4.6. Các dạng cơ cấu hình học và không gian làm việc của robot

Cấu hình robot thông thường được định nghĩa theo các khung toạ độ của không gian làm việc của tay robot. Có năm dạng cơ cấu hình học điển hình như

minh họa trên hình 1.9: Cơ cấu toạ độ đề các, cơ câu toạ độ trụ, cơ câu toạ độ cầu, cơ cấu dạng khớp nối và dạng cơ cấu SCARA.

+ Cơ cấu robot toạ độ Đecac ký hiệu là 3P gồm 3 khớp tịnh tiến chuyển động theo phương của các trục của hệ toạ độ Đecac. Không gian làm việc của bàn tay robot là một hình hộp chữ nhật (hình 1.9a).

+ Cơ cấu robot toạ độ trụ ký hiệu là R2P gồm 2 khớp tịnh tiến của trụ và cánh tay và một khớp quay xung quanh trụ robot. Không gian làm việc của bàn tay là một hình trụ (hình 1.9b)



Hình 1.9. Một số dạng cơ cấu hình học robot:

a- Cơ cấu Đecac;
b- Cơ cấu hình trụ;
c- Cơ cấu hình cầu;
d- Cơ cấu khớp nối;
e- Cơ cấu SCARA.

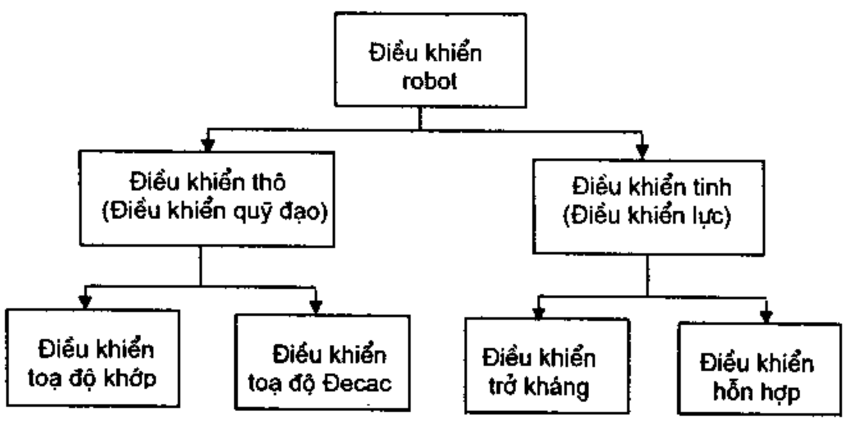
+ Cơ cấu robot toạ độ trụ ký hiệu là 2RP gồm 2 khớp quay và 1 khớp tịnh tiến. Không gian làm việc của bàn tay là một hình cầu (hình 1.9c).

+ Cơ cấu robot dạng khớp nối ký hiệu là 3R gồm 3 khớp quay tương tự như cánh tay người. Đây là một dạng điển hình được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp (hình 1.9d)

+ Cơ cấu robot SCARA (Selective Complian Assemply Robot Arm) (hình 1.9e) có 2 khớp quay có trục song song nhau cho phép tay robot chuyển động trong mặt phẳng nằm ngang, một khớp tịnh tiến di chuyển tay theo phương thẳng đứng và một khớp quay định hướng bàn tay robot.

1.5. Hệ thống điều khiển robot

Liên quan đến đặc điểm làm việc của robot có thể chia bài toán điều khiển robot thành hai loại: điều khiển thô và điều khiển tinh. Ở bài toán điều khiển thô, sẽ xác định luật điều khiển thích hợp để tốc độ, vị trí do đó chuyển động của các khớp bám sát quỹ đạo thiết kế trong thời gian quá trình quá độ nhỏ nhất. Bài toán thứ hai liên quan đến quá trình khi robot di chuyển tiếp xúc với môi trường làm việc như trường hợp của robot lắp ráp một chi tiết vào một thiết bị máy. Như vậy quá trình làm việc này sẽ yêu cầu điều khiển cả lực và vị trí. Phân loại các phương pháp điều khiển robot trình bày ở hình 1.10.

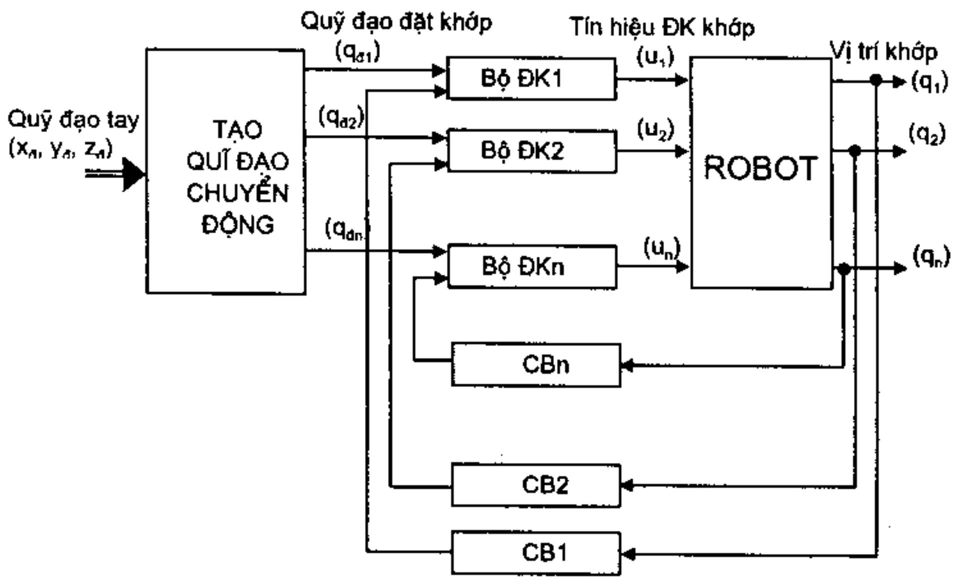


Hình 1.10. Các phương pháp điều khiển robot.

Điều khiển chuyển động thô hay điều khiển quỹ đạo có thể thực hiện ở hệ toạ độ khớp hay toạ độ đề các tuỳ thuộc quỹ đạo được thiết kế cho toạ độ khớp hay toạ độ Đecac. Điều khiển chuyển động tinh là điều khiển lực, thực chất là

kết hợp điều khiển lực và quỹ đạo. Điều khiển lực gồm điều khiển trở kháng và điều khiển hỗn hợp.

Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển chuyển động (quỹ đạo) robot được vẽ ở hình 1.11. Robot gồm n khớp và mỗi khớp sẽ truyền động bởi một động cơ và một hệ thống truyền động riêng. Bộ điều khiển vị trí (Bộ ĐKi) có chức năng điều khiển chuyển động robot. Khâu *Tạo quỹ đạo chuyển động* sẽ tính toán các quỹ đạo chuyển động mong muốn của từng khớp (q_{di}) từ quỹ đạo mong muốn của tay robot (x_d, y_d, z_d). Quỹ đạo chuyển động mong muốn khớp (q_{di}) là tín hiệu đặt vị trí của các bộ điều khiển vị trí của từng khớp. Tín hiệu ra của các bộ điều khiển (u_i) là tín hiệu điều khiển hệ truyền động của khớp tương ứng. Mỗi bộ điều khiển vị trí của từng khớp là bộ điều khiển secvo với tín hiệu phản hồi là vị trí của khớp tương ứng được đo bởi các cảm biến vị trí (CBi). Cấu trúc các hệ thống điều khiển vị trí và lực robot sẽ được trình bày chi tiết ở chương 6 và 7.



Hình 1.11. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển vị trí.

1.6. Ứng dụng của robot

Robot được sử dụng rộng rãi trong nhiều ngành công nghiệp khác nhau. Có thể phân loại ứng dụng công nghiệp của robot làm các lĩnh vực chính: Vận chuyển, bốc dỡ vật liệu, gia công, lắp ráp thăm dò và các ứng dụng khác.

1.6.1. Ứng dụng robot trong vận chuyển, bốc dỡ vật liệu

Trong ứng dụng vận chuyển, robot có nhiệm vụ di chuyển đối tượng từ vị trí này đến vị trí khác. Nhiệm vụ này của robot thực hiện bởi các thao tác nhặt và đặt vật thể. Robot nhặt chi tiết ở một vị trí và chuyển dời đến một vị trí khác. Robot có thể gắp một chi tiết ở một vị trí cố định hoặc trên một băng tải đang chuyển động và đặt ở một vị trí cố định khác hoặc đặt trên một băng tải khác đang chuyển động với định hướng chi tiết. Robot có khả năng bốc xếp và vận chuyển các chi tiết có hình dạng và kích thước khác nhau nhờ các thông tin chuẩn về chi tiết lưu trữ trong bộ nhớ và robot sử dụng các cảm biến để nhận dạng chi tiết thực. Trong dây chuyền sản xuất, robot được sử dụng để đưa chi tiết và và lấy chi tiết ra khỏi một máy gia công kim loại, máy CNC, máy đột dập, máy ép nhựa hoặc dây chuyền đúc.

Trong công đoạn đóng gói, robot có nhiệm vụ xếp các vật liệu (dạng khối chữ nhật) lên trên một giá (pallet) và đóng gói; bốc dỡ vật liệu khỏi pallet; xếp các sản phẩm vào một hộp caton hoặc nhặt các chi tiết ra khỏi hộp.

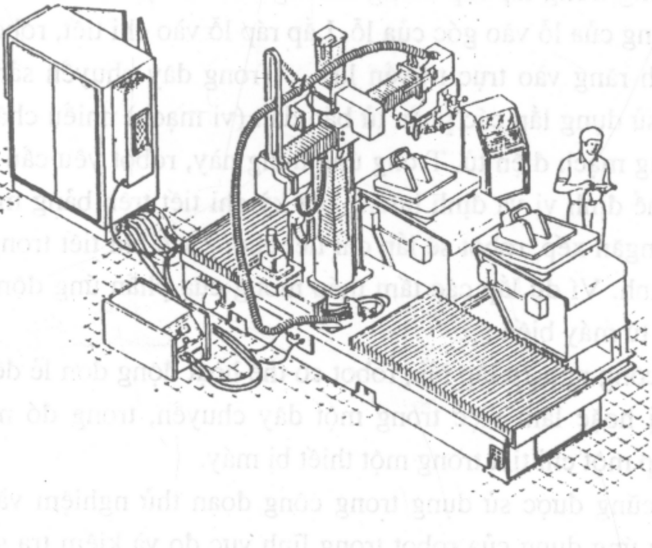
1.6.2. Ứng dụng trong lĩnh vực gia công vật liệu

Trong công nghiệp gia công vật liệu, robot thực hiện nhiệm vụ như một máy gia công. Do đó tay robot sẽ gắn một dụng cụ thay cho một cơ cấu kẹp. Ứng dụng của robot trong công nghiệp gia công vật liệu bao gồm các công nghệ sau: Hàn điểm; hàn hồ quang liên tục; sơn phủ; công nghệ gia công kim loại...

Hàn điểm là một ứng dụng phổ biến của robot công nghiệp, đặc biệt trong công nghiệp lắp ráp ôtô. Hàn điểm có thể thực hiện bằng hai phương pháp: Dùng máy hàn điểm và dùng súng hàn điểm. Máy hàn điểm gồm hai điện cực ép chặt hai chi tiết và cho dòng điện có giá trị lớn chạy qua, kết quả là hai chi tiết sẽ được hàn dính nhau ở một điểm. Dùng hàn điểm gồm hai điện cực và một khung có thể mở hoặc đóng hai điện cực; một cáp lớn dẫn dòng chạy qua. Hệ thống súng hàn điểm có trọng lượng và kích thước lớn và gây khó khăn cho người điều khiển trong một dây chuyền sản xuất với tốc độ lớn. Robot sẽ được sử dụng rất hiệu quả trong công nghệ hàn điểm này. Trên tay robot sẽ gắn khẩu súng hàn điểm và robot sẽ được lập trình để thực hiện trình tự hàn trên sản phẩm. Ở dây chuyền lắp ráp ôtô, hàng chục robot hàn điểm sẽ làm việc với nhau theo một chương trình lập sẵn. Robot hàn điểm phải có kích thước lớn, có khả năng mang tải trọng để điều khiển súng hàn có khối lượng lớn một cách chính

xác. Robot cần phải đưa súng hàn vào đúng vị trí và đúng hướng ở những vị trí người khó thực hiện được. Do đó số bậc tự do robot phải lớn và bộ nhớ máy tính phải có dung lượng lớn. Lợi ích của tự động hóa công nghệ hàn điểm sử dụng robot là nâng cao chất lượng sản phẩm, thao tác an toàn và điều khiển tốt hơn quá trình hàn.

Hàn hồ quang liên tục sử dụng trong công nghệ hàn đường: ghép hai bộ phận kim loại hoặc hàn ống, hàn vành bánh xe… Môi trường làm việc đối với người công nhân hàn hồ quang rất nguy hiểm và độc hại: nhiệt độ cao, tia cực tím sinh ra trong quá trình hàn sẽ gây nguy hiểm đến thị giác con người… Việc ứng dụng robot trong công nghệ hàn hồ quang sẽ cải thiện đáng kể điều kiện làm việc của con người, đồng thời nâng cao năng suất và chất lượng sản phẩm. Hai loại công nghệ hàn hồ quang sử dụng robot là hàn hồ quang khí – kim loại (GMAW hoặc MIG) và hàn hồ quang vonfram khí (GTAW hoặc TIG). Tuy nhiên do một số vấn đề về kỹ thuật như nâng cao chất lượng hàn khi có sự thay đổi các thành phần của vật liệu hàn và vấn đề kinh tế, nên robot chỉ được sử dụng trong công nghệ hàn hồ quang ở các dây chuyền sản xuất có sản lượng trung bình và lớn. Hệ thống robot hàn gồm hai bộ phận: robot hàn với que hàn, hệ thống cấp dây hàn và bộ phận giữ chi tiết hàn có khả năng định vị và định hướng chi tiết hàn tương đối so với robot. Ví du một hệ thống robot hàn như hình 1.12.



Hình 1.12. Hệ thống robot hàn hồ quang.

Sơn phủ bề mặt sử dụng robot đang phổ biến trong công nghiệp thay thế cho con người để cải thiện điều kiện làm việc. Một súng phun sơn được gắn trên tay robot. Điều khiển súng phun sơn được thực hiện trong quá trình là việc cần thỏa mãn các yêu cầu chất lượng sản phẩm. Các tham số được điều khiển là lưu lượng sơn phun, áp suất. Ngoài ra độ nhớt, nhiệt độ, cần được duy trì ở mức cho phép. Súng phun sơn cũng yêu cầu được làm sạch theo những chu kỳ đặt trước. Trong công nghiệp robot được sử dụng để sơn phủ bề mặt ôtô, bề mặt thiết bị máy, các thiết bị sinh hoạt... Trong dây chuyền sản xuất, robot sơn là một bộ phận của hệ thống, thông thường robot sơn làm việc với hệ thống băng tải mang chi tiết cần sơn. Do đó sự làm việc đồng bộ giữa robot sơn và các khâu khác trong dây chuyền cũng được đặt ra trong thiết kế tự động hóa dây chuyền sơn.

Ngoài các ứng dụng cơ bản trên, robot cũng được sử dụng trong các dây chuyền gia công kim loại như khoan, mài, đánh bóng, trong các máy cặt tia lửa điện, cắt laze...

1.6.3. Ứng dụng robot trong lắp ráp và kiểm tra sản phẩm

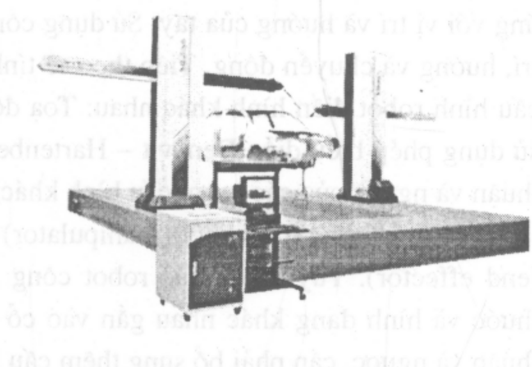
Công nghệ lắp ráp là lắp một chi tiết vào một bộ phận khác. Robot được sử dụng trong dây chuyền lắp ráp thông thường ở bốn dạng sau: lắp chi tiết vào lỗ, lắp lỗ vào chi tiết, lắp chi tiết nhiều chân vào lỗ và lắp ngăn xếp. Ở công đoạn lắp chi tiết vào lỗ, robot nhặt một chi tiết, thông thường là một chốt, lắp vào một bộ phận máy khác. Chi tiết có thể là hình trụ tròn hoặc hình hộp chữ nhật. Robot sử dụng trong lắp ráp thông thường có 5-6 bậc tự do để có thể lắp chính xác góc vuông của lỗ vào góc của lỗ. Lắp ráp lỗ vào chi tiết, robot được sử dụng lắp các bánh răng vào trục truyền lực... Trong dây chuyền sản xuất bán dẫn, robot được sử dụng lắp các phần tử bán dẫn (vi mạch) nhiều chân vào các vị trí trên các bảng mạch điện tử. Trong ứng dụng này, robot yêu cầu có số bậc tự do cao để có thể định vị và định hướng bất kỳ chi tiết trên bảng mạch. Dạng cuối cùng là lắp ngăn xếp, robot sẽ lắp chi tiết chồng lên chi tiết trong một ngăn xếp hoặc một rãnh. Ví dụ lắp các tấm thép mỏng của phần ứng động cơ một chiều hoặc khung từ máy biến áp.

Trong công nghiệp lắp ráp, robot có thể hoạt động đơn lẻ để lắp hoàn thiện một thiết bị hoặc làm việc trong một dây chuyền, trong đó mỗi robot sẽ có nhiệm vụ lắp một chi tiết trong một thiết bị máy.

Robot cũng được sử dụng trong công đoạn thử nghiệm và kiểm tra. Một trong những ứng dụng của robot trong lĩnh vực đo và kiểm tra sản phẩm là các máy đo toạ độ (Coordinate Measurement Machine – CMM). Máy đo toạ độ

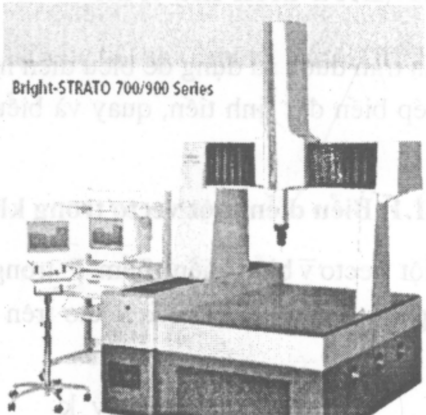
(CMM) được sử dụng rộng rãi để kiểm tra kích thước, vị trí và hình dạng của các chi tiết máy hoặc các bộ phận cơ khí. Cấu tạo của CMM bao gồm các bộ phận chính như bàn CMM, bộ phận giảm chấn, cơ cấu đầu dò và hệ thống điều khiển. Bàn máy và bộ phận giảm chấn được thiết kế đảm bảo độ ổn định của cơ cấu nhằm tăng độ chính xác của phép đo. Đầu dò được di chuyển nhờ cơ cấu chuyển động điều khiển vị trí khi chạm vào chi tiết sẽ dừng lại, hệ thống điều khiển sẽ đọc các giá trị toạ độ và ghi vào bộ nhớ. Từ các giá trị đo được, có thể xác định được kích thước biên dạng của chi tiết nhờ một chương trình phần mềm chuyên dụng.

Trong công nghiệp sản xuất ôtô, CMM được sử dụng để đo và kiểm tra các bộ phận của ôtô (hình 1.13). Trong công nghiệp luyện tôi thép, CMM với trang bị các cảm biến 3D để xác định kích thước sẽ được sử dụng đo chính xác trong môi trường nhiệt độ cao. Từ đó giảm chi phí sản xuất do tiết kiệm nguyên vật liệu thừa.



Hình 1.13. CMM sử dụng trong kiểm tra kích thước ôtô.

Hãng Mitutoyo là một hãng cung cấp nhiều thiết bị đo lường CNC CMM có độ chính xác cao. Máy đo CMM của hãng Mitutoyo là sản phẩm đo 3 D có độ chính xác cao và tốc độ đo nhanh. Trên hình 1.14 là hình dạng bên ngoài của máy đo CMM kiểu Bright-Strato. Với lựa chọn chế độ quét của đầu dò và phần mềm SCANM cho phép người sử dụng có thể quét bề mặt với chế độ liên tục nhanh hơn quét từng điểm. Dựa vào một chuỗi dữ liệu các điểm đo của vật thể sẽ xác định được các đường nét của vật thể như độ tròn, độn vuông của bề mặt vật thể.



Hình 1.14. Máy đo CMM kiểu Bright-Strato của hãng Mitotoyo.

CHƯƠNG 2

ĐỘNG HỌC VỊ TRÍ ROBOT

Trong chương 2 sẽ trình bày động học thuận và động học ngược robot. Động học thuận cho phép xác định vị trí và hướng của tay robot (hand) khi đã biết các biến của khớp (joint). Động học ngược sẽ tính toán các biến khớp tương ứng với vị trí và hướng của tay. Sử dụng công cụ ma trận để mô tả đối tượng: vị trí, hướng và chuyển động. Tiếp theo sẽ tính toán động học thuận và ngược của cấu hình robot điển hình khác nhau: Toạ độ Đecac, trụ và hình cầu. Cuối cùng sử dụng phép biểu diễn Denavit – Hartenberg xây dựng phương trình động học thuận và ngược của các robot cấu hình khác nhau.

Trong chương này robot (manipulator) coi là một cơ cấu không có bàn tay (end effector). Tuy nhiên các robot công nghiệp có cơ cấu bàn tay với kích thước và hình dạng khác nhau gắn vào cổ tay. Khi đó khi tính toán động học thuận và ngược, cần phải bổ sung thêm cấu hình của bàn tay robot.

2.1. Biểu diễn ma trận

Ma trận được sử dụng để biểu diễn một điểm, một vectơ, một khung toạ độ, các phép biến đổi tịnh tiến, quay và biểu diễn một đối tượng trong một khung toạ độ.

2.1.1. Biểu diễn một vectơ trong không gian

Một vectơ $\overline{v}$ biểu diễn điểm P trong không gian được xác định bằng ba thành phần là hình chiếu của vectơ trên ba trục của khung toạ độ chuẩn (hình 2.1).

$$\overline{v} = v_x\overline{i} + v_y\overline{j} + v_z\overline{k} \qquad (2\text{-}1)$$

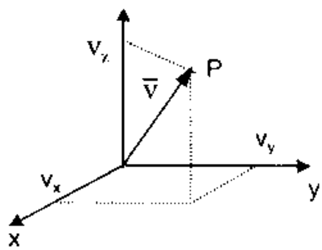
trong đó: v_x, v_y, v_z - các hình chiếu của vectơ $\overline{v}$ trên 3 trục của khung toạ độ chuẩn.

$\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$ - tương ứng là các vectơ đơn vị của các trục x,y,z.

Vectơ $\overline{v}$ cũng có thể được biểu diễn ở dạng ma trận như sau:

$$\overline{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T \qquad (2\text{-}2)$$

Trong kỹ thuật robot, vectơ $\overline{v}$ được biểu diễn bằng một ma trận cột với bổ sung thêm thành phần thứ tư là hệ số tỷ lệ w như (2.3):



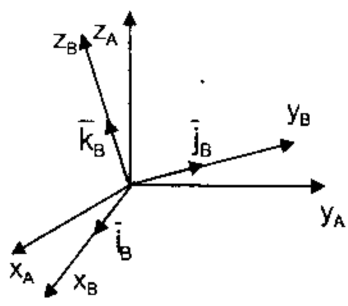
Hình 2.1. Biểu diễn vectơ trong không gian.

$$\overline{v} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}3)$$

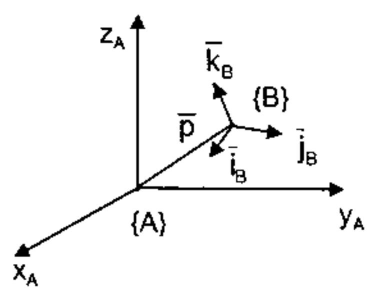
với $v_x = x/w$; $v_y = y/w$; $v_z = z/w$;
w sẽ có giá trị 1 hoặc 0; nếu w=1, giá trị các thành phần không thay đổi. Khi đó ba thành phần x, y, z sẽ biểu diễn một điểm. Nếu w = 0 các thành phần v_x, v_y, v_z sẽ là ∞. Khi đó ba thành phần x, y, z sẽ biểu diễn hướng của một vectơ. x, y, z là các thành phần của vectơ đơn vị của các trục. Vectơ đơn vị là vectơ có hướng trùng với hướng của trục và môđun bằng 1.

2.1.2. Biểu diễn một khung toạ độ

Một khung toạ độ B có gốc trùng với gốc của khung toạ độ chuẩn A biểu diễn bằng 3 vectơ đơn vị $\overline{i}_B, \overline{j}_B, \overline{k}_B$ (hình 2.2). Mỗi vectơ đơn vị được biểu diễn



Hình 2.2. Biểu diễn khung toạ độ có trùng gốc với khung toạ độ chuẩn.



Hình 2.3. Biểu diễn khung toạ độ trong khung toạ độ A.

bằng 3 thành phần là hình chiếu trên các trục của khung toạ độ chuẩn. Như vậy có thể biểu diễn khung toạ độ B ở dạng ma trận:

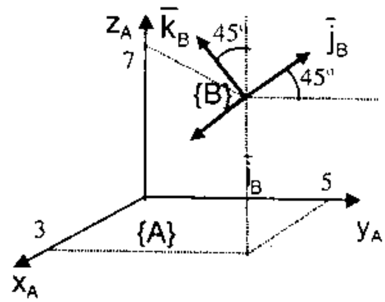
$$\{F\} = \begin{bmatrix} i_{Bx} & j_{Bx} & k_{Bx} \\ i_{By} & j_{By} & k_{By} \\ i_{Bz} & j_{Bz} & k_{Bz} \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}4)$$

Nếu khung toạ độ có gốc không trùng với gốc khung toạ độ chuẩn (hình 2.3), gốc khung toạ độ B biểu diễn tương đối so với khung toạ độ chuẩn bằng vectơ $\overline{p}[p_x,p_y,p_z]$. Khi đó khung toạ độ B được biểu diễn ở dạng ma trận (4×4), trong đó 3 cột đầu biểu diễn hướng của khung toạ độ B, cột thứ tư xác định vị trí của gốc khung toạ độ B:

$$\{F\} = \begin{bmatrix} i_{Bx} & j_{Bx} & k_{Bx} & p_x \\ i_{By} & j_{By} & k_{By} & p_y \\ i_{Bz} & j_{Bz} & k_{Bz} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}5)$$

Ví dụ 2.1: Khung toạ độ B đặt ở vị trí [3,5,7] với vectơ đơn vị $\bar{i}_B$ song song trục x, vectơ $\bar{j}_B$ tạo với trục y một góc 45^0, vectơ $\bar{k}_B$ tạo với trục z một góc 45^0 (hình 2.4). Khi đó khung toạ độ B được biểu diễn bằng ma trận:(hình 2.4). Khi đó khung toạ độ B được biểu diễn bằng ma trận:

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0{,}707 & -0{,}707 & 5 \\ 0 & 0{,}707 & 0{,}707 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Hình 2.4. Ví dụ biểu diễn khung toạ độ trong không không gian.

2.1.3. Biểu diễn một vật thể rắn

Để biểu diễn một đối tượng trong không gian, gắn một khung toạ độ lên đối tượng – "Khung toạ độ đối tượng" và xác định vị trí của khung đối tượng đó trong không gian. Đối tượng gắn cố định ở "khung toạ độ đối tượng", nên có thể xác định được vị trí và hướng của đối tượng đó trong "khung toạ độ đối tượng". Do đó, khi đã xác định được quan hệ giữa khung toạ độ đối tượng trong khung toạ độ chuẩn, sẽ xác định được vị trí và hướng của đối tượng so với khung toạ độ gốc cố định (hình 2.5). Như đã trình bày ở 2.1.2, một khung toạ độ trong không gian được biểu diễn bằng một ma trận vuông (4×4), trong đó ba cột đầu biểu diễn hướng của ba vectơ đơn vị ba trục và cột thứ tư xác định vị trí của gốc

khung toạ độ trong khung toạ độ chuẩn:

$$\{F_{ĐT}\}=\begin{bmatrix} i_{ĐTx} & j_{ĐTx} & k_{ĐTx} & p_{ĐTx} \\ i_{ĐTy} & j_{ĐTy} & k_{ĐTy} & p_{ĐTy} \\ i_{ĐTz} & j_{ĐTz} & k_{ĐTz} & p_{ĐTz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}6)$$

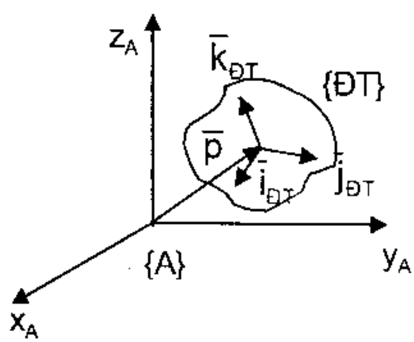
Một điểm trong không gian chỉ có ba bậc tự do, tương ứng với ba thành phần trên ba trục khung toạ độ chuẩn có thể di chuyển dọc theo ba trục của khung toạ độ chuẩn. Tuy nhiên một đối tượng có sáu bậc tự do, nghĩa là đối tượng có thể di chuyển dọc theo ba trục x, y, z và quay xung quanh ba trục đó. Như vậy cần sáu thông số mô tả vị trí đối tượng trong khung toạ độ chuẩn và hướng tương đối so với các trục của khung toạ độ chuẩn sẽ hoàn toàn xác định được đối tượng đó trong không gian.

Nhưng ma trận (2-6) có 12 thành phần: 9 thành phần mô tả hướng và 3 thành phần xác định vị trí. Do đó, cần phải có sáu phương trình ràng buộc để khử 6 thông số và số thông số độc lập là 6. Các điều kiện ràng buộc này là các thuộc tính của một khung toạ độ:

- 3 vectơ đơn vị vuông góc nhau.
- Mođun của vectơ đơn vị bằng 1.

Hai thuộc tính trên được thể hiện bằng sáu phương trình ràng buộc sau:

(1) $\bar{i}.\bar{j} = 0;$
(2) $\bar{i}.\bar{k} = 0;$
(3) $\bar{k}\bar{j} = 0;$
(4) $|\bar{i}| = 1;$ (2-7)
(5) $|\bar{j}| = 1;$
(6) $|\bar{k}| = 1$



Hình 2.5. Ví dụ biểu diễn khung toạ độ trong không không gian.

Ba phương trình đầu (2-7) có thể thay thế bằng tích có hướng sau:

$$\bar{i} \times \bar{j} = \bar{k} \quad (2\text{-}8)$$

Ví dụ 2.2: Xác định các thành phần chưa biết của ma trận biểu diễn một khung toạ độ sau:

$$\{F\}=\begin{bmatrix} ? & 0 & ? & 5 \\ 0{,}707 & ? & ? & 3 \\ ? & ? & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Giải: Các giá trị cột thứ tư (5,3,2) không ảnh hưởng đến các phương trình ràng buộc. Sử dụng phương trình (2-7):

$$i_x j_x + i_y j_y + i_z j_z = 0 \Leftrightarrow i_x.0 + 0{,}707.\ j_y + i_z j_z = 0;$$

$$i_x k_x + i_y k_y + i_z k_z = 0 \Leftrightarrow i_x.k_x + 0{,}707.\ k_y + i_z.0 = 0;$$

$$k_x j_x + k_y j_y + k_z j_z = 0 \Leftrightarrow k_x.0 + k_y.j_y + 0.j_z = 0;$$

$$i_x^2 + i_y^2 + i_z^2 = 1 \Leftrightarrow i_x^2 + 0{,}707^2 + i_z^2 = 1;$$

$$j_x^2 + j_y^2 + j_z^2 = 1 \Leftrightarrow 0^2 + j_y^2 + j_z^2 = 1;$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 1 \Leftrightarrow k_x^2 + k_y^2 + 0^2 = 1;$$

Đơn giản các phương trình trên, nhận được:

$$0{,}707.\ j_y + i_z j_z = 0;$$

$$i_x.k_x + 0{,}707.\ k_y = 0;$$

$$k_y.j_y = 0;$$

$$i_x^2 + i_z^2 = 0{,}5;$$

$$j_y^2 + j_z^2 = 1;$$

$$k_x^2 + k_y^2 = 1.$$

Giải 6 phương trình trên được: $i_x = \pm 0{,}707$; $i_z = 0$; $j_y = 0$; $j_z = 1$; $k_x = \pm 0{,}707$ và $k_y = -0{,}707$. Trong đó i_x, k_x phải cùng dấu. Các ma trận kết quả là:

$$\{F_1\} = \begin{bmatrix} 0{,}707 & 0 & 0{,}707 & 5 \\ 0{,}707 & 0 & -0{,}707 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \{F_2\} = \begin{bmatrix} -0{,}707 & 0 & -0{,}707 & 5 \\ 0{,}707 & 0 & -0{,}707 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bài toán trên có thể giải bằng sử dụng tích có hướng của $\bar{i}$ và $\bar{j}$:

$$\bar{i} \times \bar{j} = \bar{k}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ i_x & i_y & i_z \\ j_x & j_y & j_z \end{bmatrix} = k_x \bar{i} + k_y \bar{j} + k_z \bar{k}$$

$$\Leftrightarrow \quad (i_y j_z - i_z j_y)\bar{i} - (i_x j_z - i_z j_x)\bar{j} + (i_x j_y - i_y j_x)\bar{k} = k_x \bar{i} + k_y \bar{j} + k_z \bar{k}$$

Thay số vào các phương trình trên và cân bằng từng thành phần trên các trục, nhận được các phương trình sau:

$$0{,}707 j_z - i_z j_y = k_x$$

$$-i_x j_z = k_y$$

$$i_x j_y = 0$$

2.1.4. Ma trận biến đổi đồng nhất

Ma trận biến đổi đồng nhất là một ma trân vuông (4x4) được sử dụng để biểu diễn đồng thời hướng và vị trí của một khung toạ độ có dạng sau:

$$\{F\}=\begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x & p_x \\ i_y & j_y & k_y & p_y \\ i_z & j_z & k_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2-9}$$

2.2. Phép biến đổi

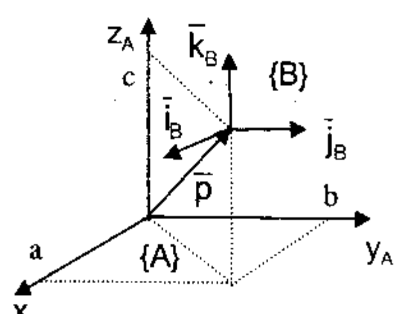
Phép biến đổi được sử dụng để mô tả sự chuyển động trong không gian của một khung toạ độ hoặc một vectơ, một đối tượng di chuyển trong không gian tương đối so với khung toạ độ chuẩn (khung toạ độ gốc). Có 3 dạng phép biến đổi:

- Phép biến đổi tịnh tiến đơn dọc theo các trục toạ độ.
- Phép biến đổi quay đơn xung quanh các trục toạ độ.
- Phép biến đổi kết hợp của phép tịnh tiến và phép biến đổi quay.

2.2.1. Phép biến đổi tịnh tiến đơn

Một khung toạ độ (có thể bao gồm một đối tượng) di chuyển trong không gian nhưng không thay đổi hướng của nó sẽ tương ứng với một phép biến đổi tịnh tiến. Khi đó các vectơ đơn vị của khung toạ độ đó không thay đổi hướng, gốc toạ độ của khung toạ độ sẽ di chuyển tương đối so với khung toạ độ gốc (hình 2.6). Vị trí mới của khung toạ độ so với khung toạ độ gốc được xác định bằng cộng vectơ dịch chuyển tịnh tiến và vectơ biểu diễn vị trí ban đầu của gốc khung toạ độ. Do hướng của các vectơ đơn vị không thay đổi trong khi dịch chuyển, phép biến đổi tịnh tiến được biểu diễn bằng ma trận vuông (4×4) như sau:

$$T=Trans(a,b,c)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2-10}$$



Hình 2.6. Biểu diễn phép biến đổi tịnh tiến đơn trong không gian.

Dạng ma trận biểu diễn khung toạ độ mới được xác định bằng nhân ma trận biến đổi tịnh tiến với ma trận biểu diễn khung toạ độ ban đầu:

$$\{F_m\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{xc} & j_{xc} & k_{xc} & p_{xc} \\ i_{yc} & j_{yc} & k_{yc} & p_{yc} \\ i_{zc} & j_{zc} & k_{zc} & p_{zc} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{xc} & j_{xc} & k_{xc} & p_{xc}+a \\ i_{yc} & j_{yc} & k_{yc} & p_{yc}+b \\ i_{zc} & j_{zc} & k_{zc} & p_{zc}+c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}11)$$

Phương trình (2-11) được biểu diễn ở dạng ngắn gọn:

$$F_{mới} = Trans(a,b,c)xF_{cũ} \quad (2\text{-}12)$$

Tóm tắt:

• Ma trận biểu diễn vị trí mới của khung toạ độ xác định bằng nhân ma trận phép biến đổi với ma trận biểu diễn khung toạ độ ở vị trí ban đầu.

• Các vectơ hướng của khung toạ độ không thay đổi sau phép biến đổi tịnh tiến đơn, vectơ vị trí biểu diễn gốc toạ độ của khung toạ độ mới là $\overline{p} + p_T$.

Ví dụ 2.3: Khung toạ độ F được dịch chuyển theo trục x là 9 đơn vị, theo trục z là 5 đơn vị. Tìm khung toạ độ mới của khung toạ độ sau phép biến đổi.

$$F = \begin{bmatrix} 0,527 & -0,574 & 0,628 & 5 \\ 0,369 & 0,819 & 0,439 & 3 \\ -0,766 & 0 & 0,643 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Giải: Sử dụng phương trình (2-11) hoặc (2-12) có:

$$F_{mới} = Trans(a,b,c).F_{cũ} = Trans(9,0,5).F_{cũ}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,527 & -0,574 & 0,628 & 5 \\ 0,369 & 0,819 & 0,439 & 3 \\ -0,766 & 0 & 0,643 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,527 & -0,574 & 0,628 & 14 \\ 0,369 & 0,819 & 0,439 & 3 \\ -0,766 & 0 & 0,643 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2.2. Phép biến đổi quay đơn

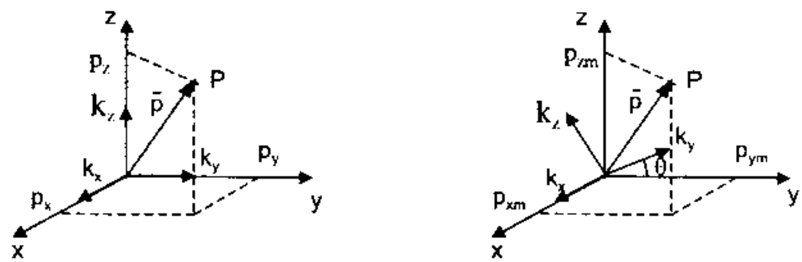
Giả sử khung toạ độ B ($\overline{i}_B, \overline{j}_B, \overline{k}_B$) đặt ở gốc khung toạ độ gốc (x,y,z) và có các trục song song với khung toạ độ gốc. Điểm P (p_x,p_y,p_z) trong khung tọa gốc và có các toạ độ ${}^Bp_x, {}^Bp_y, {}^Bp_z$ trong khung toạ độ B. Khung toạ độ B quay xung quanh trục x một góc θ; điểm P sẽ quay cùng khung toạ độ B. Trước khi quay, toạ độ của P trong hai khung toạ độ như nhau; sau phép quay, toạ độ điểm P trong khung toạ độ B giữ nguyên, và toạ độ P trong khung toạ độ gốc sẽ thay đổi (xem hình 2.7).

Trên hình 2.8 biểu diễn các toạ độ điểm P trong mặt phẳng (y, z) trước và sau phép quay xung quanh trục x. Toạ độ điểm P trong khung toạ độ gốc sau khi quay là p_{xm}, p_{ym}, p_{zm}. Từ hình 2.8 nhận được các phương trình sau:

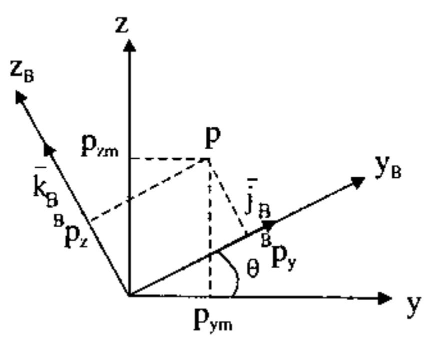
$$P_{xm} = {}^{B}P_x$$

$$P_{ym} = {}^{B}P_y \cos\theta - {}^{B}P_z \sin\theta \qquad (2\text{-}13)$$

$$P_{zm} = {}^{B}P_y \sin\theta + {}^{B}P_z \cos\theta$$



Hình 2.7. Toạ độ điểm P trong khung toạ độ B trước và sau khi quay.



Hình 2.8. Toạ độ điểm P trong khung toạ độ gốc và khung toạ độ quay nhìn từ trục quay x.

Phương trình (2-13) viết ở dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} P_{xm} \\ P_{ym} \\ P_{zm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}P_x \\ {}^{B}P_y \\ {}^{B}P_z \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}14)$$

Từ (2-14) nhận được ma trận biểu diễn phép quay xung quanh trục x như (2-15):

$$Rot\,(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}15)$$

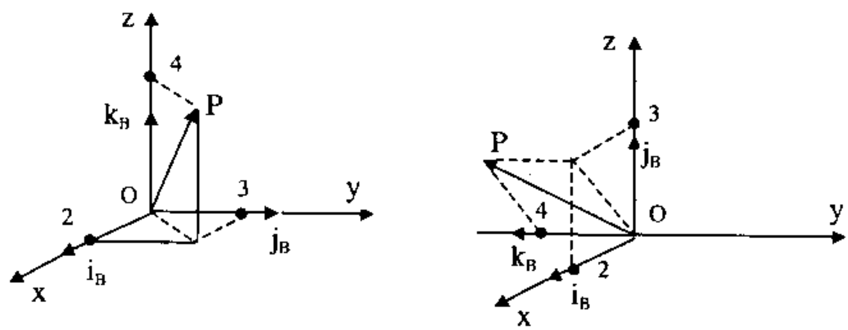
trong đó: Cθ ký hiệu của cosθ; Sθ ký hiệu của sinθ. Tương tự, ma trận biểu diễn phép quay đơn xung quanh trục y và z:

$$Rot\,(y,\theta) = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \text{ và } Rot\,(z,\theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}16)$$

Phương trình (2-14) có thể viết ở dạng chính tắc biểu thị mối quan hệ giữa các khung toạ độ khác nhau, bằng cách sử dụng các ký hiệu: ${}^{U}T_R$ - phép biến đổi biểu diễn khung toạ độ R so với U (universe); ${}^{R}P$ - biểu diễn điểm P trong khung toạ độ R, và U_P - điểm P trong khung toạ độ U:

$${}^{U}P = {}^{U}T_R . {}^{R}P \qquad (2\text{-}17)$$

Ví dụ 2.4: Điểm P(2,3,4) trong khung toạ độ quay một góc 90^0 quanh trục x khung toạ độ gốc. Xác định vị trí điểm P sau phép quay so với khung toạ độ gốc và vẽ minh họa.



Hình 2.9. Phép quay khung toạ độ so với khung toạ độ gốc.

Giải: Áp dụng (2-14) có:

$$\begin{bmatrix} P_{xm} \\ P_{ym} \\ P_{zm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}P_x \\ {}^{B}P_y \\ {}^{B}P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Hình 2.9 minh họa các khung toạ độ và điểm P trước và sau khi biến đổi.

2.2.3. Phép biểu diễn kết hợp

Tổng quát, phép biến đổi có thể gồm một số phép biến đổi tịnh tiến và quay so với khung toạ độ cố định hoặc khung toạ độ đang chuyển động. Xét một phép biến đổi kết hợp ba phép biến đổi đơn so với khung toạ độ gốc theo thứ tự sau:

(1) Quay xung quanh trục x một góc α.

(2) Tịnh tiến dọc theo các trục lần lượt là a, b, c.

(3) Quay xung quanh trục y một góc β.

Một điểm P ở khung toạ độ B quay và tịnh tiến so với khung toạ độ gốc nên toạ độ của P sẽ dịch chuyển. Sau phép quay thứ nhất, toạ độ điểm P biểu diễn so với khung toạ độ gốc bởi phương trình sau:

$$\overline{u}_{P1} = Rot(x,\alpha).^{B}\overline{u}_{P} \quad (2\text{-}18)$$

trong đó: $\overline{u}_{P1}$ - vectơ biểu diễn điểm P sau phép biến đổi thứ nhất so với khung toạ độ gốc. Sau phép biến đổi thứ hai, toạ độ điểm P biểu thị bằng vectơ:

$$\overline{u}_{P2} = Trans(a,b,c)\overline{u}_{P1} = Trans(a,b,c).Rot(x,\alpha).^{B}\overline{u}_{P} \quad (2\text{-}19)$$

Tương tự, sau phép biến đổi thứ ba, toạ độ điểm P được biểu diễn so với khung toạ độ chuẩn là:

$$\overline{u}_{P3} = Rot(y,\beta)\overline{u}_{P2} = Rot(y,\beta)Trans(a,b,c).Rot(x,\alpha).^{B}\overline{u}_{P} \quad (2\text{-}20)$$

Theo (2-18) ÷ (2-20), sau mỗi lần biến đổi, toạ độ điểm P nhận được bằng nhân phía trước ma trận của phép biến đổi. Như vậy trình tự viết ma trận trước vectơ $^{B}\overline{u}_{P}$ là ngược với trình tự của các phép biến đổi. Phép biến đổi kết hợp sẽ được viết ở dạng sau:

$$T = Rot(y,\beta)Trans(a,b,c)Rot(x,\alpha).$$

Ví dụ 2.5: Một điểm P $[7,3,2]^T$ đặt trong khung toạ độ B. Xác định toạ độ điểm P trong khung toạ độ gốc khi dịch chuyển khung toạ độ B bằng các phép biến đổi so với khung toạ độ gốc theo thứ tự sau:

1. Quay xung quanh trục z một góc 90^o.
2. Quay xung quanh trục y một góc 90^o.
3. Tịnh tiến theo các trục x,y,z tương ứng 4,-3,7 đơn vị.

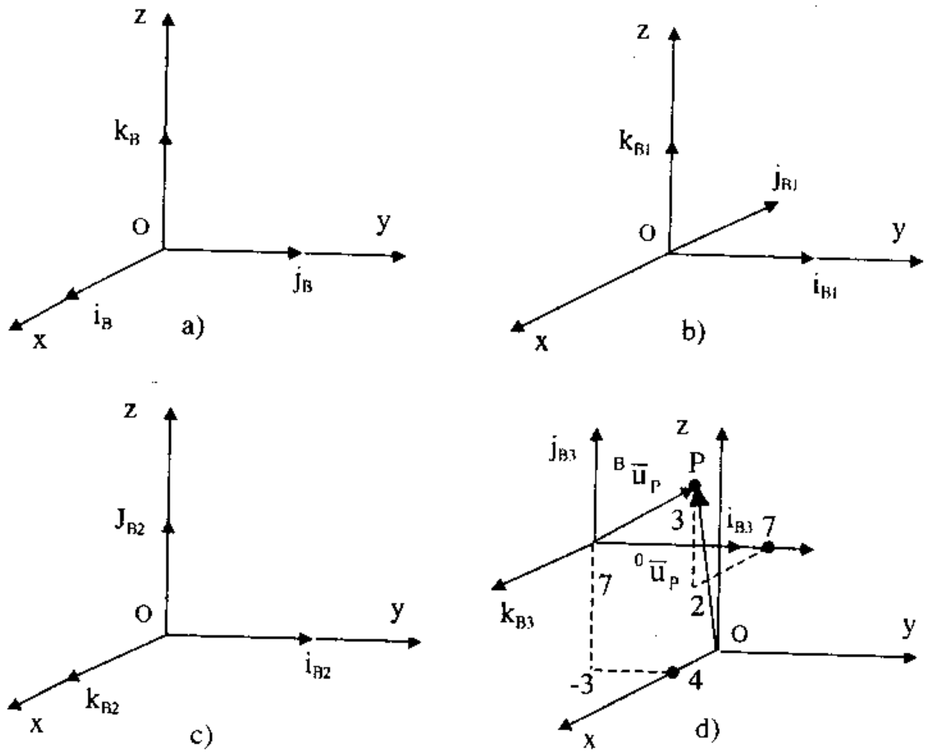
Giải

Vectơ biểu diễn điểm P sau ba phép biến đổi trên là:

$$^{0}\overline{U}_{P_3} = Trans\ (4,-3,7).Rot(y,90^o).Rot(z,90^o).^{B}\overline{U}_{P}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hình 2.10 minh họa thứ tự các phép biến đổi trên.



Hình 2.10. Minh họa phép biến đổi ví dụ 2.5:
a- Khung toạ độ ban đầu; c- Sau phép biến đổi thứ hai;
b- Sau phép biến đổi thứ nhất; d- Sau phép biến đổi thứ ba.

2.2.4. Phép biến đổi so với khung toạ độ di chuyển

Các phép biến đổi trình bày ở các mục 2.2.1 ÷ 2.2.3 được thực hiện so với khung toạ độ gốc. Các phép biến đổi cũng có thể được thực hiện tương đối so với khung toạ độ di chuyển (khung toạ độ hiện tại). Toạ độ của một điểm gắn trong khung toạ độ di chuyển được biểu diễn so với khung toạ độ gốc được tính bằng phép nhân các phép biến đổi theo thứ tự ngược (so với trường hợp các phép biến đổi thực hiện trong khung gốc toạ độ gốc).

Ví dụ 2.6: Thực hiện các phép biến đổi như ví dụ 2.5 nhưng thực hiện tương đối so với khung toạ độ di chuyển. Xác định ma trận biểu diễn phép biến đổi tổng hợp và toạ độ điểm P sau các phép biến đổi trên.

Giải: Trình tự viết phép biến đổi có thứ tự từ trái qua phải theo thứ tự di chuyển, nên phép biến đổi kết hợp biểu diễn bằng ma trận sau:

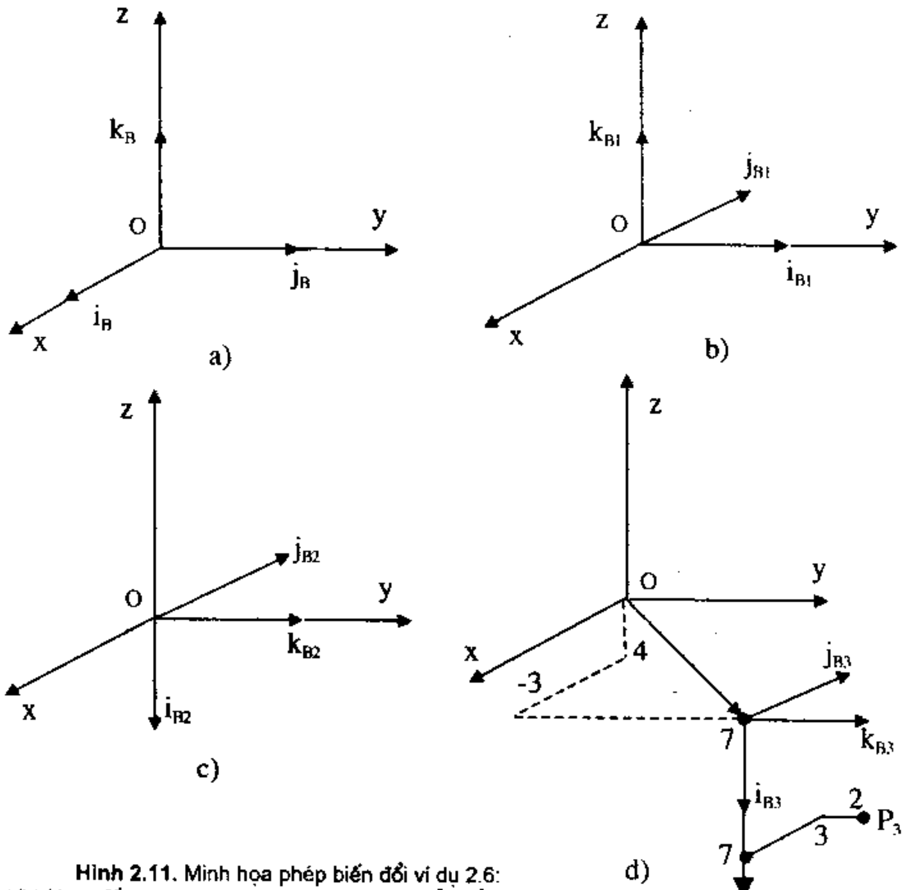
$$^{U}T_B = Rot(z,90^\circ).Rot(y,90^\circ).Trans\ (4,-3,7)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ -1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vectơ biểu diễn điểm P sau phép biến đổi $^{U}T_B$ là:

$$^{0}\overline{u}_{P3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ -1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ -11 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hình 2.11 minh họa quá trình các phép biến đổi.



Hình 2.11. Minh họa phép biến đổi ví dụ 2.6:
a- Vị trí ban đầu; c- Sau phép biến đổi thứ hai;
b- Sau phép biến đổi thứ nhất; d- Sau phép biến đổi thứ ba.

Ví dụ 2.7: Một khung toạ độ B được quay xung quanh trục x một góc 90°, tiếp theo tịnh tiến theo trục z hiện tại một đoạn 3 đơn vị, tiếp theo quay xung quanh trục z của khung toạ độ chuẩn một góc 90°. Cuối cùng tịnh tiến dọc theo trục y hiện tại một đoạn 5 đơn vị.

a. Viết phương trình và tính ma trận biểu diễn phép biến đổi.

b. Xác định vị trí cuối cùng của điểm P $[1,5,4]^T$ gắn ở khung toạ độ B.

Giải:

a. Trình tự viết phép biến đổi tuân theo quy định sau: Phép biến đổi thực hiện so với khung toạ độ gốc được viết ở phía trước (theo thứ tự từ phải qua trái); phép biến đổi thực hiện so với khung toạ độ di chuyển (khung toạ độ hiện tại) được viết ở phía sau (theo thứ tự từ trái qua phải). Như vậy phép biến đổi tổng hợp được viết như sau:

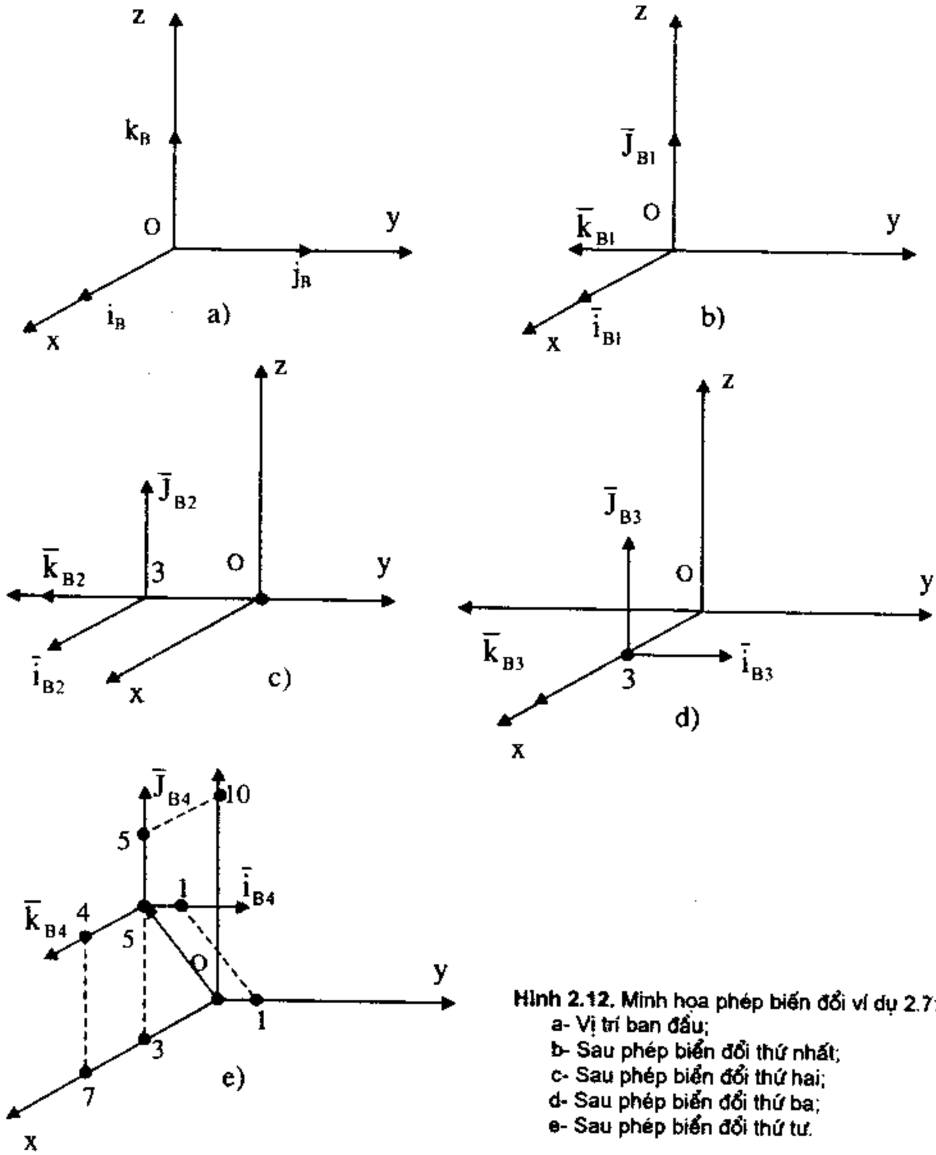
$$^{U}T_{B} = Rot(z,90^\circ).Rot(x,90^\circ).Trans(0,0,3).Trans(0,5,0)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c. Vị trí điểm P sau các phép biến đổi trên được xác định:

$$^{U}\overline{P} = {}^{U}T_{B}.{}^{B}\overline{U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hình 2.12 minh họa phép biến đổi trên.



Hình 2.12. Minh họa phép biến đổi ví dụ 2.7:
a- Vị trí ban đầu;
b- Sau phép biến đổi thứ nhất;
c- Sau phép biến đổi thứ hai;
d- Sau phép biến đổi thứ ba;
e- Sau phép biến đổi thứ tư.

2.3. Nghịch đảo của ma trận phép biến đổi

Để đơn giản, sẽ tính nghịch đảo của ma trận biểu diễn phép biến đổi quay đơn xung quanh trục x:

$$\text{Rot}(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

Trình tự tính nghịch đảo của ma trận tiến hành theo các bước sau:

- Tính định thức ma trận;
- Chuyển vị ma trận;
- Thay thế các phần tử của ma trận chuyển vị bằng ma trận phụ trợ;
- Chia ma trận cho định thức.

Định thức ma trận quay được tính theo:

$$D = 1(C^2\theta + S^2\theta) + 0 = 1$$

Ma trận chuyển vị có dạng:

$$Rot(x,\theta)^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & S\theta \\ 0 & -S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

Ma trận phụ trợ của từng phần tử của ma trận nghịch đảo có dạng sau:

$$Rot(x,\theta)^T_{PT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & S\theta \\ 0 & -S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

tức là: $Rot(x,\theta)^T_{PT} = Rot(x,\theta)^T$.

Do định thức ma trận bằng 1, nên nhận được ma trận nghịch đảo của phép biến đổi quay theo trục x là:

$$Rot(x,\theta)^{-1} = Rot(x,\theta)^T$$

Tương tự, có thể tính nghịch đảo ma trận phép biến đổi quay theo trục y, z. Như vậy phương pháp tính nghịch đảo ma trận quay là tính ma trận chuyển vị.

Mở rộng cho ma trận biến đổi đồng nhất, có thể chia ma trận biến đổi đồng nhất thành hai thành phần: ma trận quay (3×3) và vectơ vị trí. Nghịch đảo ma trận quay là ma trận chuyển vị. Phần vectơ vị trí (cột thứ tư) có các thành tương ứng là $-\overline{p}.\overline{n}$, $-\overline{p}.\overline{o}$, $-\overline{p}.\overline{a}$. Một cách tổng quát ma trận phép biến đổi có dạng:

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận nghịch đảo có dạng:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -\overline{p}.\overline{n} \\ o_x & o_y & o_z & -\overline{p}.\overline{o} \\ a_x & a_y & a_z & -\overline{p}.\overline{a} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}21)$$

Có thể kiểm nghiệm bằng thực hiện phép tính: $T.T^{-1} = I$.

Ví dụ 2.8: Tính ma trận biểu diễn phép biến đổi Rot (x, 40°)$^{-1}$.

Giải:

$$Rot(x,40^o) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,766 & -0,643 & 0 \\ 0 & 0,643 & 0,766 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad Rot(x,40^o)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,766 & 0,643 & 0 \\ 0 & -0,643 & 0,766 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4. Khung toạ độ trong không gian làm việc của robot

Một robot làm việc trong phân xưởng có nhiệm vụ di chuyển đến chi tiết P và khoan một lỗ ở chi tiết đó như hình 2.13. Để mô tả vị trí và hướng của các bộ phận của robot, chi tiết và lỗ khoan trong không gian làm việc, đặt 5 khung toạ độ. Khung toạ độ U là khung toạ độ gốc thường là khung toạ độ phân xưởng; khung toạ độ R gắn trên thân (bệ); khung toạ độ H gắn trên cổ tay robot, hoặc thanh nối cuối cùng của cánh tay robot sẽ biểu diễn vị trí và hướng của cổ tay so với thân robot (khung toạ độ R). Vị trí và hướng của đầu mũi khoan, hoặc trong trường hợp tổng quát là điểm kẹp của bàn tay robot mô tả bằng khung toạ độ E. Vị trí của chi tiết xác định bằng khung toạ độ P. Vị trí của lỗ khoan mô tả so với khung toạ độ chuẩn U được xác định theo hai đường độc lập nhau: đường qua chi tiết và đường qua robot. Ma trận biểu diễn khung toạ độ E so với khung toạ độ gốc được viết như sau:

$$^UT_E = {}^UT_R.\,{}^RT_H.\,{}^HT_E = {}^UT_P.{}^PT_E \qquad (2\text{-}22)$$

trong đó:

^UT_E - phép biến đổi biểu diễn đầu mũi khoan hoặc điểm kẹp so với khung toạ độ gốc;

^UT_R - phép biến đổi biểu diễn vị trí và hướng của robot trong khung toạ độ gốc;

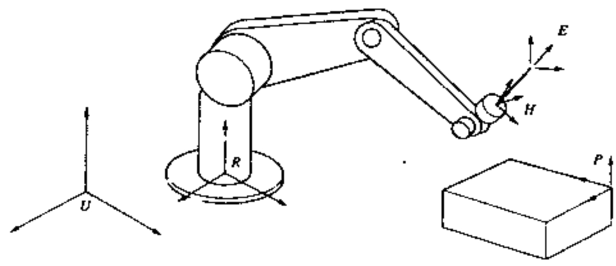
^RT_H - phép biến đổi biểu diễn vị trí và hướng của tay robot so với thân robot;

^HT_E - phép biến đổi biểu diễn vị trí và hướng của điểm kẹp so với tay robot;

^UT_P - phép biến đổi biểu diễn vị trí và hướng của chi tiết trong khung toạ độ gốc;

^PT_E - phép biến đổi biểu diễn điểm kẹp trên chi tiết.

Biểu thức (2-22) cho thấy rằng, vị trí của điểm E có thể nhận được bằng di chuyển từ U tới P, và từ P đến E; hoặc bằng dịch chuyển từ U đến R, và từ R đến H và từ H đến E.



Hình 2.13. Các khung toạ độ trong không gian làm việc của robot.

Trong thực tế, các phép biến đổi ${}^{U}T_{R}$, ${}^{H}T_{E}$, ${}^{U}T_{P}$, ${}^{P}T_{E}$ đã biết. Vị trí của robot trong khung toạ độ U- trong phân xưởng sẽ được đặt trước; ngay cả với robot di động, vị trí của robot ở mọi thời điểm cũng có thể xác định được vì bộ điều khiển luôn phải bám theo vị trí của thân robot ở mọi thời điểm. Phép biến đổi ${}^{H}T_{E}$ biểu diễn điểm cuối của dụng cụ so với tay robot được xác định trước vì cấu hình và kích thước của dụng cụ gắn lên bàn tay robot đã biết. Vị trí của chi tiết P trong không gian làm việc sẽ biết trước nhờ các thiết bị nhận dạng ảnh (camera) hoặc các cảm biến khác, do đó sẽ xác định được ma trận biểu diễn phép biến đổi ${}^{U}T_{P}$. Đồng thời ma trận ${}^{P}T_{E}$ cũng được xác định trước vì cần phải xác định trước vị trí cần khoan trên chi tiết (thông thường được thiết kế trước thông qua các bản vẽ). Như vậy duy nhất phép biến đổi biểu diễn tay robot so với thân robot ${}^{R}T_{H}$ chưa biết cần xác định nhằm điều khiển tay robot để có thể khoan được một lỗ trên lỗ chi tiết P. Phép biến đổi ${}^{R}T_{H}$ có thể xác định từ phương trình quan hệ (2-22) bằng nhân trước và sau các ma trận nghịch đảo tương ứng:

$${}^{R}T_{H} = ({}^{U}T_{R})^{-1}\,{}^{U}T_{P}\,{}^{P}T_{E}({}^{H}T_{E})^{-1} \qquad (2\text{-}23)$$

Phép biến đổi ${}^{R}T_{H}$ sẽ được sử dụng để xác định các biến của khớp tay robot (góc quay hoặc độ dịch chuyển) cần thiết đảm bảo tay robot có thể khoan một lỗ trên chi tiết P.

Ví dụ 2.9: Trên một robot sáu bậc tự do, đặt một camera ở thanh nối 5 để quan sát một đối tượng và xác định khung toạ độ đối tượng so với khung toạ độ

của camera. Tính toán chuyển động cần thiết của tay robot để có thể gắp được đối tượng đó. Biết các phép biến đổi sau:

$$^{5}T_{CAM} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad ^{5}T_{H} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$^{CAM}T_{ĐT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad ^{H}T_{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

Giải: Sử dụng phương trình (2-22), có thể viết phương trình mô tả quan hệ các khung toạ độ trong không gian làm việc của robot:

$$^{R}T_{5}.{}^{5}T_{H}.{}^{H}T_{E}.{}^{E}T_{ĐT} = {}^{R}T_{5}.{}^{5}T_{CAM}.{}^{CAM}T_{ĐT}$$

Do $^{R}T_{5}$ xuất hiện cả hai vế của phương trình nên có thể ước lượng. Ma trận $^{E}T_{ĐT}$ chưa biết được xác định từ các ma trận khác đã biết. Do đó:

$$^{E}T_{ĐT} = ({}^{H}T_{E})^{-1}.({}^{5}T_{H})^{-1}.{}^{5}T_{CAM}.{}^{CAM}T_{ĐT}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

vậy: $$^{E}T_{ĐT} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

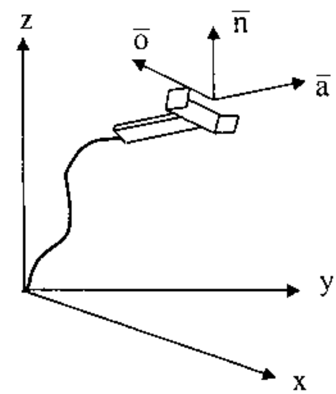
2.5. Động học thuận và ngược của các cấu hình robot điển hình

Giả sử một robot có cấu hình đã biết: độ dài các thanh nối và góc quay của các khớp hoặc độ dịch chuyển các khớp tịnh tiến. Bài toán động học thuận là tính toán vị trí và hướng của tay robot tương ứng với cấu hình robot xác định. Ngược lại, động học ngược sẽ tính toán các góc quay của các khớp hoặc độ dịch

chuyển của khớp tịnh tiến tương ứng với vị trí và hướng của tay robot. Nghĩa là, sẽ tính toán các giá trị biến khớp cần thiết để đặt tay robot ở vị trí và hướng mong muốn. Động học ngược đóng vai trò quan trọng cho điều khiển tay robot theo vị trí và hướng đã đặt trước.

Đối với bài toán động học thuận, sẽ xây dựng hệ phương trình mô tả động học cấu hình robot và sử dụng hệ phương trình này sẽ tính toán được vị trí và hướng của tay robot tương ứng với các biến khớp đã cho.

Để biểu diễn vị trí và hướng của một đối tượng trong không gian, gắn một khung toạ độ lên đối tượng và mô tả vị trí và hướng khung toạ độ đó trong khung toạ độ gốc. Cần 6 tham số hoặc 6 bậc tự do để mô tả vị trí và hướng của vật thể. Tương tự đối với robot, để xác định vị trí và hướng tay robot, gắn một khung toạ độ lên tay robot và tìm phép biến đổi biểu diễn khung toạ độ tay trong khung toạ độ gốc. Từ đó sẽ xây dựng được hệ phương trình động học thuận biểu diễn quan hệ giữa vị trí và hướng của tay so với các biến khớp. Hình 2.14 minh hoạ các khung toạ độ tay, khung toạ độ gốc. Phần nối giữa 2 khung toạ độ phụ thuộc vào cấu hình robot.



Hình 2.14. Khung toạ độ tay trong khung toạ độ chuẩn.

Trong mục này sẽ phân tích riêng biệt các phương trình mô tả vị trí và phương trình mô tả hướng, sau đó sẽ kết hợp các phương trình đó thành một hệ phương trình.

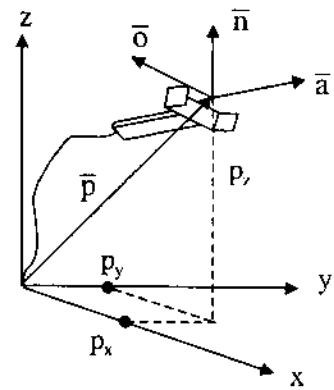
2.1.5. Phương trình động học vị trí thuận và ngược biểu diễn vị trí

Vị trí gốc khung toạ độ gắn lên vật thể có ba bậc tự do, do đó có thể sử dụng ba thông tin để xác định vị trí của vật thể đó. Bốn cấu hình điển hình của robot là:

- Toạ độ Đecac;
- Toạ độ hình trụ;
- Toạ độ hình cầu;
- Toạ độ khớp nối.

1. Cấu hình toạ độ Đecac:

Ở robot cấu hình toạ độ Đecac, tay robot có thể chuyển động tịnh tiến theo ba trục x, y, z (hình 2.15). Tất cả các cơ cấu chấp hành là cơ cấu tịnh tiến; ví dụ Robot IM7565, và cơ cấu robot toạ độ Đecac không có chuyển động quay, ma trận biểu diễn chuyển động của điểm P là ma trận biến đổi tịnh tiến. Do đó ma trận biến đổi biểu thị phương trình động học thuận của vị trí tay robot trong hệ toạ độ Đecac có dạng:



Hình 2.15. Cơ cấu toạ độ Đecac.

$$T_{Decac} = {}^{R}T_{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}24)$$

Ví dụ 2.10:

Tính toán các chuyển động trong toạ độ Đecac cần thiết để vị trí mong muốn của gốc khung toạ độ trong robot Đecac ở điểm $P[3,4,7]^T$.

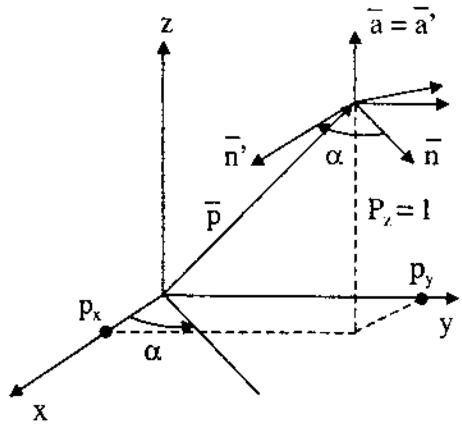
Giải:

Sử dụng (2-24), phương trình động học thuận mô tả ${}^{R}T_{H}$ với điểm P là:

$${}^{R}T_{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Cơ cấu toạ độ trụ

Cơ cấu toạ độ trụ gồm hai chuyển động tịnh tiến và một chuyển động quay theo trình tự: tịnh tiến một đoạn r theo trục x, quay một góc α xung quanh trục z và tịnh tiến một đoạn l_z theo trục z (hình 2.16). Tất cả các phép biến đổi thực hiện so với khung toạ độ chuẩn, do đó phép biến đổi biểu diễn



Hình 2.16. Cơ cấu toạ độ trụ.

gốc của khung toạ độ tay trong khung toạ độ chuẩn được tính như sau:

$$^{R}T_H = T_{Trụ} = Trans(0,0,l_z).\ Rot(z,\alpha).\ Trans\ (r,0,0) \quad (2\text{-}25a)$$

$$^{R}T_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & 0 \\ S\alpha & C\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & rC\alpha \\ S\alpha & C\alpha & 0 & rS\alpha \\ 0 & 0 & 1 & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}25b)$$

Ba cột đầu của ma trận (2-25b) biểu diễn hướng của khung toạ độ tay robot. Tuy nhiên, trong mục này chỉ quan tâm đến vị trí gốc của khung toạ độ tay, biểu diễn bằng cột thứ tư. Khi đó khung toạ độ sẽ có các trục song song với các trục của khung toạ độ chuẩn và vị trí gốc khung toạ độ được xác định bằng cột thứ tư. Khung toạ độ đó nhận được bằng quay xung quanh trục $\bar{a}$ một góc $-\alpha$ được biểu diễn bằng ma trận:

$$^{R}T_H = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & rC\alpha \\ S\alpha & C\alpha & 0 & rS\alpha \\ 0 & 0 & 1 & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(-\alpha) & -S(-\alpha) & 0 & 0 \\ S(-\alpha) & C(-\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & rC\alpha \\ 0 & 1 & 0 & rS\alpha \\ 0 & 0 & 1 & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}25c)$$

Ví dụ 2.11: Tính toán các biến khớp của robot cơ cấu trụ để đặt vị trí của khung toạ độ tay ở vị trí $[3,4,7]^T$

Giải: Sử dụng (2-25b) các thành phần của vectơ vị trí của khung toạ độ tay được tính như sau:

$l_z = 7$; $rC\alpha = 3$; $rS\alpha = 4$;

Suy ra $tg\alpha = 4/3$ và $\alpha = 53,1^o$;

Từ đó tính được $r = 5$;

Vậy $l_z = 7$; $r = 5$; $\alpha = 53,1^o$

4. Cơ cấu toạ độ cầu

Cơ cấu toạ độ cầu gồm một chuyển động tịnh tiến và hai chuyển động quay theo trình tự: tịnh tiến theo trục z một đoạn r, quay xung quanh trục y một góc β và quay xung quanh trục z một góc γ (hình 2.17). Các phép biến đổi thực hiện so với khung toạ độ gốc. Do đó ma trận biểu diễn phép biến đổi kết hợp có dạng:

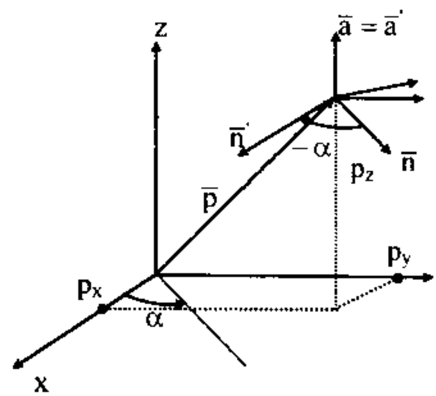
$$^{R}T_H = Rot(z,\gamma).\ Rot(y,\beta).Trans(0,0,r) \quad (2\text{-}26a)$$

$$T_{cầu} = {}^{R}T_H = \begin{bmatrix} C\gamma & -C\alpha & 0 & 0 \\ S\gamma & S\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\beta & 0 & S\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\beta & 0 & C\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{cầu} = \begin{bmatrix} C\beta.C\gamma & -S\gamma & S\beta.C\gamma & rS\beta.C\gamma \\ C\beta.S\gamma & C\gamma & S\beta.S\gamma & rS\beta.S\gamma \\ 0 & 0 & C\beta & rC\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}26b)$$

Tương tự, như cơ cấu hình trụ, ba cột đầu của ma trận (2-26b) mô tả hướng của khung toạ độ tay; cột thứ tư biểu diễn vị trí của gốc khung toạ độ. Như vậy ma trận biểu diễn vị trí của khung toạ độ tay sẽ có dạng:

$$T_{cầu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & rS\beta.C\gamma \\ 0 & 1 & 0 & rS\beta.S\gamma \\ 0 & 0 & 1 & rC\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}26c)$$



Hình 2.17. Cơ cấu toạ độ cầu.

Ví dụ 2.12: Xác định các biến khớp để có thể đặt gốc của tay robot cầu ở vị trí $[3,4,7]^T$.

Giải: Áp dụng ma trận (2-26c) có:

$r.S\beta.C\gamma = 3;$

$r.S\beta.S\gamma = 4;$

$r.C\beta \quad = 7.$

Từ phương trình thứ ba, thấy rằng $C\beta > 0$ sử dụng phương trình đầu nhận được:

$tg\ \gamma = 4/3$

Nếu $S\beta > 0$ có: $\gamma = 53{,}1^0$; $S\gamma = 0{,}8$; $C\gamma = 0{,}6$; $r.S\beta = 3/0{,}6 = 5$; $r.C\beta = 7$

$\Rightarrow \beta = 35{,}5^o$.

Nếu $S\beta < 0$ có: $\gamma = 233{,}1^0$; $S\gamma = -0{,}8$; $C\gamma = -0{,}6$; $r.S\beta = -3/0{,}6 = -5$;

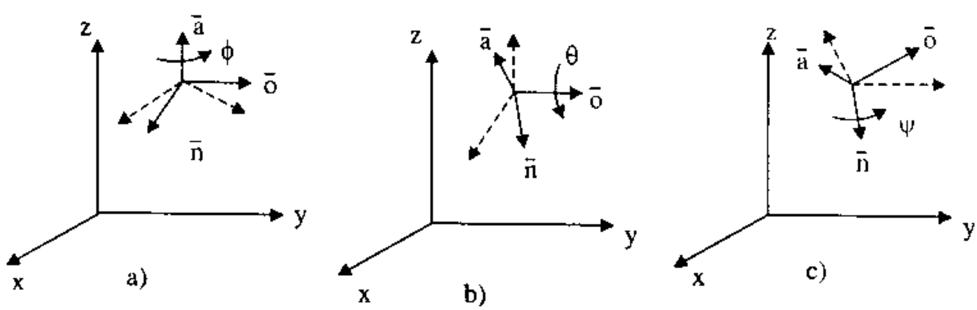
$r.C\beta = 7 \Rightarrow \beta = -35{,}5^o$ và $r = 8{,}6$.

2.5.2. Phương trình động học thuận và ngược biểu diễn hướng

1. Góc Roll, Pitch, Yaw (RPY)

Định hướng tay robot bằng ba phép quay xung quanh các trục hiện tại $\bar{a}, \bar{o}, \bar{n}$ của khung toạ độ định hướng tay robot. Nếu giả thiết, khung toạ độ hiện tại của tay robot song song với khung toạ độ chuẩn, hướng của khung toạ độ tay robot và khung toạ độ chuẩn sẽ như nhau trước khi tay robot chuyển động. Nếu ban đầu khung toạ độ tay robot không song song với khung toạ độ chuẩn, định hướng cuối cùng của tay robot sẽ là kết hợp phép biến đổi định hướng ban đầu với phép biến đổi định hướng RPY bằng nhân phía sau phép biến đổi ban đầu với phép biến đổi RPY.

Trong trường hợp định hướng tay robot, tay robot đã được đặt ở vị trí cố định, phép biến đổi quay RPY sẽ được biểu diễn tương đối so với khung toạ độ hiện tại của tay robot.



Hình 2.18. Phép biến đổi quay RPY.

Phép biến đổi quay RPY được mô tả trên hình 2.18 gồm các phép quay sau:

• Quay xung quanh trục $\bar{a}$ (trục z của khung toạ độ tay robot) một góc ϕ - phép Roll.

• Quay xung quanh trục $\bar{o}$ (trục y của khung toạ độ tay robot) một góc θ - phép Pitch.

• Quay xung quanh trục $\bar{n}$ (trục x của khung toạ độ tay robto) một góc ψ - phép Yaw.

Ma trận biểu diễn phép biến đổi RPY có dạng:

$$RPY(\phi,\theta,\Psi) = Rot(z,\phi).Rot(y,\theta).\ Rot(x,\psi) \qquad (2\text{-}27a)$$

$$RPY(\phi,\theta,\psi)=\begin{bmatrix} C\phi.C\theta & C\phi.S\theta.S\psi - S\phi.C\psi & C\phi.S\theta C\psi + S\phi.S\psi & 0 \\ S\phi.C\theta & S\phi.S\theta.S\psi + C\phi.C\psi & S\phi.S\theta.C\psi - C\phi.S\psi & 0 \\ -S\theta & C\theta.S\psi & C\theta.C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}27b)$$

Ma trận biểu diễn vị trí và hướng của tay robot trong hệ toạ độ gốc sẽ là tích của ma trận biểu diễn phép tịnh tiến và quay RPY:

$${}^{R}T_{H}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.RPY(\phi,\theta,\psi)$$

Để giải bài toán động lực học ngược cho phép biến đổi quay RPY, nhân hai vế của phương trình (2-27a) với $[Rot(z,\phi)]^{-1}$:

$$[Rot(z,\phi)]^{-1}.RPY(\phi,\theta,\Psi) = Rot(y,\theta).\ Rot(x,\psi) \quad (2\text{-}28)$$

Ma trận biểu diễn hướng của tay robot được viết ở dạng tổng quát:

$$RPY(\phi,\theta,\psi)=\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Khi đó (2-28) có dạng:

$$\begin{bmatrix} f_{11}(\bar{n}) & f_{11}(\bar{o}) & f_{11}(\bar{a}) & 0 \\ f_{12}(\bar{n}) & f_{12}(\bar{o}) & f_{12}(\bar{a}) & 0 \\ f_{13}(\bar{n}) & f_{13}(\bar{o}) & f_{13}(\bar{a}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C\theta & S\theta.S\psi & S\theta.C\psi & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi & 0 \\ -S\theta & C\theta.S\psi & C\theta.C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}29)$$

trong đó: $f_{11}(\bar{V}) = V_x.C\phi + V_y.S\phi$;

$f_{12}(\bar{V}) = V_y.C\phi - V_x.S\phi$;

$f_{13}(\bar{V}) = V_z$;

vectơ $\bar{V}$ có thể là $\bar{a}, \bar{o}, \bar{n}$.

Cân bằng hai vế của phương trình (2-29), sử dụng khái niệm hàm atan2, nhận được các phương trình sau:

$f_{12}(\bar{n}) = 0 \leftrightarrow n_y.C\phi - n_x.S\phi = 0 \leftrightarrow \phi = \text{atan2}(n_y, n_x)$

và $\phi = \text{atan2}(-n_y, -n_x)$ (2-30a)

$f_{13}(\bar{n}) = -S\theta \leftrightarrow n_z = -S\theta$

$f_{11}(\bar{n}) = C\theta \leftrightarrow n_x.C\phi + n_y.S\phi = C\theta$

do đó: $\theta = \text{atan2}(-n_z, (n_x.C\phi + n_y.S\phi))$ (2-30b)

$C\psi = f_{12}(\bar{o}) = o_y.C\phi - o_x.S\phi$

$S\psi = -f_{12}(\bar{a}) = -(a_y.C\phi - a_x.S\phi)$

do đó: $\psi = \text{atan2}((a_x.S\phi - a_y.C\phi), (o_y.C\phi - o_x.S\phi))$ (2-30c)

Ví dụ 2.13: Xác định phép biến đổi RPY để phép biến đổi biểu diễn vị trí và hướng của tay robot có dạng:

$$ {}^{R}T_{H} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}354 & -0{,}674 & 0{,}649 & 4{,}33 \\ 0{,}505 & 0{,}722 & 0{,}475 & 2{,}50 \\ -0{,}788 & 0{,}160 & 0{,}595 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Sử dụng các công thức (2-30a), (2-30b), (2-30c) có:

$\phi = \text{atan2}(n_y, n_x) = \text{atan2}((0{,}505), (0{,}354)) = 55^\circ$;

$\theta = \text{atan2}(-n_z, (n_x.C\phi + n_y.S\phi)) = \text{atan2}((0{,}788), (0{,}616)) = 52^\circ$;

$\psi = \text{atan2}((a_x.S\phi - a_y.C\phi),(o_y.C\phi - o_x.S\phi)) = \text{atan2}((0{,}259),(0{,}966)) = 15^\circ$;

$p_x = 4{,}33$; $p_y = 2{,}50$; $p_z = 8$.

Như vậy có thể viết:

$$ {}^{R}T_{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4{,}33 \\ 0 & 1 & 0 & 2{,}50 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .\text{RPY}(55^\circ, 52^\circ, 15^\circ) $$

2. Phép Euler

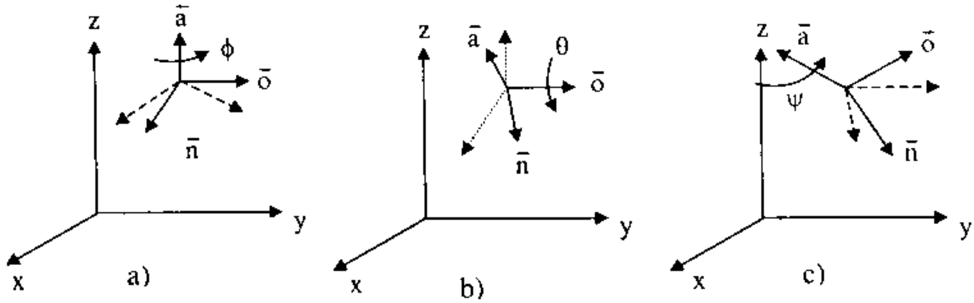
Phép Euler gồm ba phép quay đơn theo ba trục (hình 2.19):

- Quay xung quanh trục $\bar{a}$ (trục z của khung toạ độ tay robot) một góc ϕ.
- Quay xung quanh trục $\bar{o}$ (trục y của khung toạ độ tay robot) một góc θ.
- Quay xung quanh trục $\bar{a}$ (trục z của khung toạ độ tay robot) một góc ψ.

Khi đó phép biến đổi Euler được viết như sau:

$$ \text{EULER}(\phi,\theta,\psi) = \text{Rot}(z,\phi).\text{Rot}(y,\theta).\text{Rot}(z,\psi) $$

$$ = \begin{bmatrix} C\phi.C\theta.C\psi - S\phi.S\psi & -C\phi.C\theta.S\psi - S\phi.C\psi & C\phi.S\theta & 0 \\ S\phi.C\theta.C\psi + C\phi.S\psi & -S\phi.C\theta.S\psi + C\phi.C\psi & S\phi.S\theta & 0 \\ -S\theta.C\psi & S\theta.S\psi & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}31) $$



Hình 2.19. Phép biến đổi Euler.

Tương tự, ma trận biểu diễn khung toạ độ tay robot trong trường hợp tổng quát là tích của phép biểu diễn vị trí và phép biểu diễn hướng Euler:

$$^{R}T_{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .Euler(\phi, \theta, \psi) \qquad (2\text{-}32b)$$

Để giải bài toán ngược, nhân hai vế phương trình (2-31a) với ma trận $[Rot(z,\phi)]^{-1}$, nhận được phương trình sau:

$$Rot^{-1}(z,\phi)\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = Rot(y,\theta).Rot(z,\psi) \qquad (2\text{-}33a)$$

hoặc:

$$\begin{bmatrix} f_{11}(\bar{n}) & f_{11}(\bar{o}) & f_{11}(\bar{a}) & 0 \\ f_{12}(\bar{n}) & f_{12}(\bar{o}) & f_{12}(\bar{a}) & 0 \\ f_{13}(\bar{n}) & f_{13}(\bar{o}) & f_{13}(\bar{a}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta.C\psi & -C\theta.S\psi & S\theta & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ -S\theta.C\psi & S\theta.S\psi & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}33b)$$

trong đó: $f_{11}(\overline{V}) = V_x.C\phi + V_y.S\phi$

$f_{12}(\overline{V}) = - V_x.S\phi + V_y.C\phi$

$f_{13}(\overline{V}) = V_z$

vectơ $\overline{V}$ có thể là $\bar{a}, \bar{o}, \bar{n}$.

Giải phương trình (2-33b) nhận được:

$$\phi = atan2(a_y, a_x)$$

$$\psi = atan2((-n_x.S\phi + n_y.C\phi), (-o_x.S\phi + o_y.C\phi)) \qquad (2\text{-}34)$$

$$\theta = atan2((a_x.C\phi + a_y.S\phi), a_z)$$

Ví dụ 2.14: Xác định phép biến đổi Euler để tay robot được xác định bằng phép biến đổi sau:

$$^{R}T_{H}=\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0{,}579 & -0{,}548 & -0{,}604 & 0 \\ 0{,}540 & 0{,}813 & -0{,}220 & 0 \\ 0{,}611 & -0{,}199 & 0{,}766 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Áp dụng (2-34) có:

ϕ = atan2(a_y, a_x) = atan2((-0,220), (-0,604)) = 200°;

ψ = atan2((-n_x.Sϕ + n_y.Cϕ), (-o_x.Sϕ + o_y.Cϕ)) = atan2(0,31; 0,952) = 18°;

θ = atan2((a_x.Cϕ + a_y.Sϕ); a_z) = atan2(- 0,643; 0,766) = - 40°.

2.5.3. Phương trình động học thuận, ngược biểu diễn vị trí và hướng

Ở các mục trên đã trình bày các phép biểu diễn hướng, vị trí của một khung toạ độ. Một cách tổng quát ma trận biểu diễn hướng và vị trí của một khung toạ độ so với khung toạ độ chuẩn là tích của hai ma trận: ma trận biểu diễn vị trí và ma trận biểu diễn hướng:

$^{R}T_{H}$ = [ma trận tịnh tiến][ma trận định hướng] (2-35)

Các phép biến đổi vị trí (ma trận tịnh tiến) và các phép biến đổi biểu diễn hướng (ma trận định hướng) một khung toạ độ được trình bày tóm tắt trong bảng 2-1.

Bảng 2.1

Ma trận tịnh tiến	Phương trình	Ma trận định hướng	Phương trình
$T_{Đecac}$	(2-24)		
$T_{trụ}$	(2-25c)	RPY(ϕ,θ,Ψ)	(2-27b)
$T_{Cầu}$	(2-26c)	EULER(ϕ,θ,ψ)	(2- 31b)

2.6. Động học thuận robot

2.6.1. Tham số của thanh nối và khớp

Xét hai khớp i và i+1, thanh i nối giữa hai khớp i và i+1 (hình 2.20).

Như minh họa trên hình 2.10, a_i là độ dài pháp tuyến chung của trục khớp i và i+1; α_i là góc giữa hai trục của khớp i và i+1 (góc giữa trục i+1 và đường thẳng song song trục i nằm trong mặt phẳng chứa trục i+1và trực giao với pháp tuyến chung a_i).

Tương tự xét trục khớp i-1. Pháp tuyến chung của trục khớp i và i-1 là a_{i-1}.

Khoảng cách giữa hai chân pháp tuyến chung của trục i là d_i. Góc θ_i là góc giữa hai pháp tuyến chung của trục khớp i.

Đối với khớp quay, θ_i là góc quay của khớp. Do đó đặt θ_i là biến của khớp quay. Đối với khớp tịnh tiến, d_i là độ dịch chuyển tịnh tiến cuả khớp, nên đặt d_i là biến của khớp tịnh tiến.

2.6.2. Phương pháp thiết kế khung toạ độ - phép biểu diễn Danevit-Hartenberg

Để nghiên cứu mối quan hệ giữa các thanh nối, khớp và tay robot, ta đặt các khung toạ độ cho các thanh nối. Theo phương pháp biểu diễn Danevit-Hartenberg (D-H), khung toạ độ thanh nối i được xây dựng theo nguyên tắc sau (hình 2.20):

+ Gốc khung toạ độ thanh i đặt trùng với chân pháp tuyến chung của trục i và i+1 và nằm trên trục khớp i+1

+ Trục z_i đặt theo phương của trục khớp i+1.

+ Trục x_i đặt theo phương pháp tuyến chung của trục i và i+1 theo hướng đi từ trục i đến i+1.

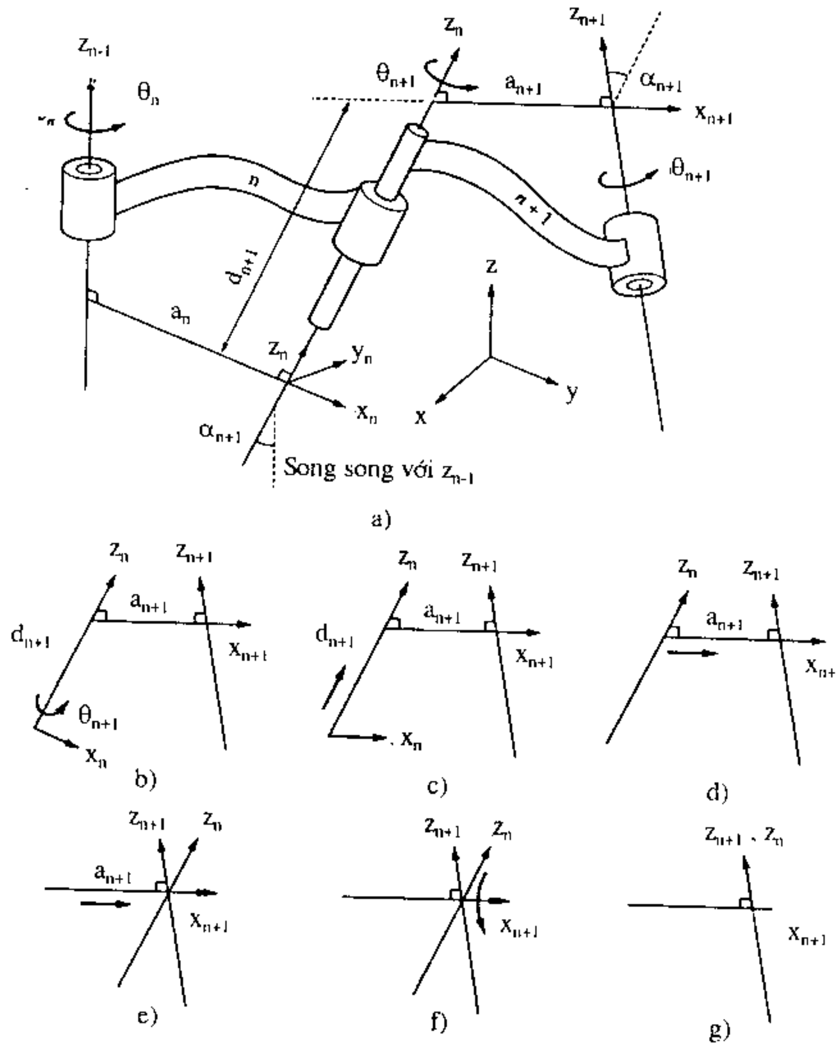
Một số trường hợp đặc biệt:

+ Khi hai trục z cắt nhau: sẽ không có pháp tuyến chung giữa hai khớp. Khi đó điểm gốc của khung toạ độ là giao điểm của hai trục và trục x được đặt dọc theo đường vuông góc với mặt phẳng chứa hai trục z đó.

+ Hai trục song song, sẽ có nhiều pháp tuyến chung. Khi đó sẽ chọn được pháp tuyến chung trùng với pháp tuyến chung của khớp trước. Gốc khung toạ độ chọn sao cho d_i là nhỏ nhất.

+ Đối với khớp tịnh tiến: khoảng cách d_i là biến khớp. Hướng của trục khớp trùng với hướng di chuyển của khớp. Hướng của trục được xác định, nhưng vị trí trong không gian không được xác định. Khi đó chiều dài a_i không có ý nghĩa nên đặt $a_i = 0$. Gốc toạ độ đặt trùng với gốc thanh nối tiếp theo.

Theo nguyên tắc đặt khung toạ độ như trên, bắt đầu gắn khung toạ độ từ bệ (thân) robot là khung toạ độ 0: trục z_0 trùng với trục khớp 1. Gốc của khung toạ độ thanh 6 đặt trùng với khung toạ độ thanh nối 5.



Hình 2.20. Thiết kế khung toạ độ thanh nối.

2.6.3. Quan hệ giữa hai khung toạ độ i và i-1

Một cách tổng quát, quan hệ giữa hai khung toạ độ i và i-1 được xác định bằng các phép biến đổi theo thứ tự sau:

+ Quay xung quanh trục z_{i-1} một góc θ_i sao cho trục x_{i-1} trùng với phương của trục x_i.

+ Tịnh tiến dọc theo trục z_{i-1} một đoạn d_i để gốc khung toạ độ mới trùng với chân pháp truyến chung trục i và i+1.

+ Tịnh tiến dọc theo trục x_{i-1} (phương pháp tuyến chung) một đoạn a_i.

+ Quay xung quanh trục x_{i-1} một góc α_i sao cho trục z_{i-1} trùng với trục z_i.

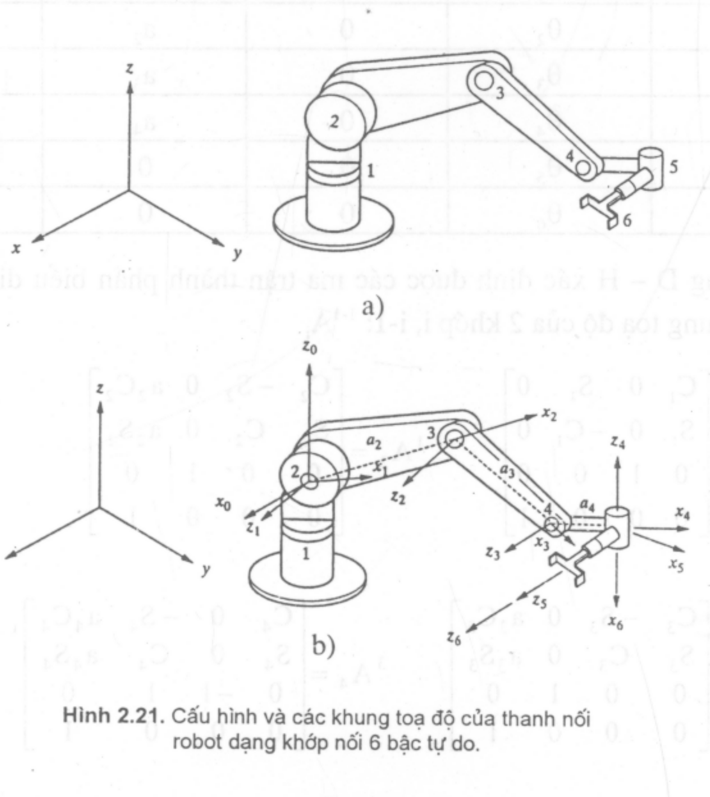
Các phép biến đổi trên được thực hiện so với khung toạ độ hiện tại (khung toạ độ ngay trước đó). Do đó phép biến đổi tổng hợp được xác định như sau:

$$A_i = Rot(z,\theta_i)Trans(0,0,d_i)Trans(a_i,0,0)Rot(x,\alpha_i). \qquad (2\text{-}36)$$

Thay các ma trận của các phép biến đổi đơn vào (2-36), sau một số biến đổi, nhận được ma trận biểu diễn quan hệ giữa hai khung toạ độ i và i-1 như sau:

$$A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}37)$$

Ví dụ 2.15: Xây dựng phương trình động học thuận sử dụng phương pháp biểu diễn D-H cho robot có cấu hình như hình 2.21.



Hình 2.21. Cấu hình và các khung toạ độ của thanh nối robot dạng khớp nối 6 bậc tự do.

Giả thiết các khớp 2,3,4 cùng nằm trong mặt phẳng, như vậy $d_i = 0$. Hình 2.21 mô tả các khung toạ độ đặt cho các khớp 1÷ 6. Xuất phát từ khớp 1, trục z_0 được đặt trùng với trục khớp 1, trục x_0 đặt song song với trục x của hệ toạ độ gốc. Trục (z_0, x_0) mô tả gốc của robot và cố định khi robot làm việc tức là khi khớp 1 quay. Đối với khớp 2, trục z_1 đặt trùng với trục khớp 2, do hai trục z_0, z_1 cắt nhau nên trục x_1 sẽ đặt vuông góc với hai trục z_0 và z_1. Bằng phương pháp đặt khung toạ độ theo phép biểu diễn D – H, trục x_2 được đặt dọc theo đường pháp tuyến chung của trục z_1 và z_2, trục x_3 trùng với pháp tuyến chung của hai trục z_2 và z_3; trục x_4 có phương theo đường pháp tuyến chung của trục z_3, z_4. Hai trục z_4, z_5 cắt nhau, nên trục x_5 đặt theo phương vuông góc với hai trục z_4, z_5. Trục z_6 đặt song song z_5, trục z_5 biểu diễn chuyển động của khớp 6, còn trục z_6 biểu diễn chuyển động của tay robot (end effector).

Áp dụng nguyên tắc biến đổi toạ độ, lập được bảng D – H như bảng 2.2.

Bảng 2.2. Bảng D – H của robot

Khung toạ độ	θ	d	a	α
1	θ_1	0	0	90°
2	θ_2	0	a_2	0
3	θ_3	0	a_3	0
4	θ_4	0	a_4	-90°
5	θ_5	0	0	90°
6	θ_6	0	0	0

Từ bảng D – H xác định được các ma trận thành phần biểu diễn quan hệ giữa hai khung toạ độ của 2 khớp i, i-1: ${}^{i-1}A_i$

$$ {}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^2A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_3C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & a_3S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^3A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & a_4C_4 \\ S_4 & 0 & C_4 & a_4S_4 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^4A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & -C_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^5A_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Phép biến đổi biểu diễn tay robot so với thân robot nhận được dạng sau:

$$ {}^RT_H = {}^0A_1.{}^1A_2.{}^2A_3.{}^3A_4.{}^4A_5.{}^5A_6 $$

$$ \begin{bmatrix} C_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) - S_1S_5C_6 & C_1(-C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6) + S_1S_5S_6 & C_1C_{234}S_5 + S_1C_5 & C_1(C_{234}.a_4 + C_{23}a_3 + C_2.a_2) \\ S_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) + C_1S_5S_6 & S_1(-C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6) - C_1S_5S_6 & S_1C_{234}S_5 - C_1C_5 & S_1(C_{234}.a_4 + C_{23}a_3 + C_2.a_2) \\ S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6) & -S_{234}C_5C_6 + C_{234}C_6) & S_{234}S_5 & S_{234}.a_4 + S_{23}a_3 + S_2.a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

2.7. Động học ngược robot

Ở bài toán động học thuận, vị trí và hướng của tay được xác định từ các biến khớp (góc quay ở khớp quay hoặc độ dịch chuyển ở khớp tịnh tiến) đã biết.

Để điều khiển robot di chuyển theo các vị trí mong muốn của tay trong không gian, cần xác định các giá trị biến khớp tương ứng với vị trí và hướng của tay robot mong muốn. Đây là nội dung của bài toán động học ngược. Bài toán động học ngược thông thường khó giải và không có lời giải tổng quát cho mọi robot. Để minh hoạ cho phương pháp giải bài toán động học ngược, mục này sẽ trình bày động học ngược của robot có cấu hình như hình 2.21.

Trong ví dụ 2.15 mục 2.6 đã xây dựng phương trình động học thuận của robot có dạng:

$$ T_6 = A_1(\theta_1)A_2(\theta_2)A_3(d_3)A_4(\theta_4)A_5(\theta_5)A_6(\theta_6) = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}38) $$

Ma trận T_6 đã biết, tức là vị trí và hướng của khung toạ độ tay robot đã biết, cần xác định giá trị các biến khớp. Nhân hai vế phương trình (2-38) ma trận nghịch đảo của ma trận A_1: $(A_1)^{-1}$ nhận được phương trình sau:

$$(A_1)^{-1}T_6 = A_2A_3A_4A_5A_6 = {}^1T_6 \qquad (2\text{-}39)$$

Các ma trận A_i ($i=1\div6$) đã được tính ở ví dụ 2.15 mục 2.6. Thay các ma trận thành phần vào (2-39), nhận được phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1T_6 \qquad (2\text{-}40a)$$

$$\begin{bmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(o) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(o) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(o) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1T_6 \qquad (2\text{-}40b)$$

trong đó: $f_{11}(v) = C_1.x+S_1.y$

$$f_{12}(v) = z \qquad (2\text{-}40c)$$

$$f_{13}(v) = S_1.x - C_1.y$$

Với x, y, z tương ứng là các thành phần của vectơ v.

Ví dụ: $f_{11}(n) = C_1.n_x+S_1.n_y$

Ma trận ${}^1T_6$ được tính theo (2-39) sử dụng các ma trận A_i($i = 2 \div 6$) ở ví dụ 2.15 có dạng:

$$\begin{bmatrix} C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6 & -C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6 & C_{234}S_5 & C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2 \\ S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6 & -S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6 & S_{234}S_5 & S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2-41)

Cân bằng các thành phần cột 4 của hai ma trận phương trình (2-40b) với sử dụng (2-41) nhận được các phương trình sau:

$$f_{11}(p) = C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2 \qquad (2\text{-}42a)$$

$$f_{12}(p) = S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2 \qquad (2\text{-}42b)$$

$$f_{13}(p) = 0 \qquad (2\text{-}42c)$$

Từ (2-40), (2-42c) ta có:

$$S_1.p_x - C_1.p_y = 0 \tag{2-43a}$$

Suy ra: $\theta_1 = a\tan 2(p_y, p_x)$ (2-43b)

Sử dụng (2-42a) và (2-42b) kết hợp với (2-40c):

$$C_1.x+S_1.y = C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2 \tag{2-44a}$$

$$p_Z = S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2 \tag{2-44b}$$

Viết lại hai phương trình (2-44a) và (2-44b) như sau:

$$C_1.x+S_1.y - C_{234}a_4 = C_{23}a_3 + C_2a_2 \tag{2-45a}$$

$$p_Z - S_{234}a_4 = S_{23}a_3 + S_2a_2 \tag{2-45b}$$

Bình phương hai vế của các phương trình (2-45) và cộng lại, nhận được phương trình sau:

$$(C_1p_x + S_1p_y - C_{234}a_4)^2 + (p_z - S_{234}a_4)^2 = a_2^2 + a_3^2 + 2a_2a_3(S_2S_{23} + C_2C_{23}) \tag{2-46}$$

Sử dụng hàm lượng giác, phương trình (2-46) được viết gọn lại như sau:

$$S_2S_{23} + C_2C_{23} = \cos[(\theta_2+\theta_3) - \theta_2] = \cos\theta_3 \tag{2-47}$$

Do đó nhận được:

$$C_3 = \frac{(C_1p_x + S_1p_y - C_{234}a_4)^2 + (p_z - S_{234}a_4)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3} \tag{2-48}$$

Từ đó xác định được góc θ_3 theo công thức:

$$\theta_3 = \text{atan2}(S_3, C_3) \tag{2-49a}$$

trong đó: $S_3 = \pm\sqrt{1 - C_3^2}$ (2-49b)

Do trục 2,3,4 song song nhau nên tiếp tục nhân ma trận nghịch đảo của $A_1 - A_4$ sẽ nhận được phương trình sau:

$$(A_4)^{-1}\,(A_3)^{-1}\,(A_2)^{-1}\,(A_1)^{-1}T_6 = A_5A_6 = {}^4T_6 \tag{2-50}$$

Sử dụng các ma trận thành phần $A_1 - A_4$ ở ví dụ 2.15, phương trình (2.50) có dạng:

$$
{}^4T_6 = \begin{bmatrix} C_{234}f_{11}(n) & C_{234}f_{11}(o) & C_{234}f_{11}(a) & C_{234}f_{11}(p)+S_{234}f_{12}(p) \\ +S_{234}f_{12}(n) & +S_{234}f_{12}(o) & +S_{234}f_{12}(a) & -C_{34}a_2 - C_4a_3 - a_4 \\ -f_{13}(n) & -f_{13}(o) & -f_{13}(a) & 0 \\ -S_{234}f_{11}(n) & -S_{234}f_{11}(o) & -S_{234}f_{11}(a) & -S_{234}f_{11}(p)+C_{234}f_{12}(p) \\ +C_{234}f_{12}(n) & +C_{234}f_{12}(o) & +C_{234}f_{12}(a) & +S_{34}a_2 + S_4a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} C_5C_6 & -C_5S_6 & S_5 & 0 \\ S_5C_6 & -S_5S_6 & -C_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2-51}
$$

Cân bằng phần tử (3,3) của hai ma trận và sử dụng (2-40) ta có:

$$-S_{234}(C_1a_x + S_1a_y) + C_{234}a_z = 0 \tag{2-52}$$

Từ (2-52) giải ra được θ_{234}:

$$\theta_{234} = \mathrm{atan2}(a_z, (C_1a_x + S_1a_y) \tag{2-53}$$

Sử dụng (2-53), xác định được S_{234} và C_{234} và sẽ xác định được θ_3 theo (2-49).

Sử dụng các phương trình (2-44) để tính θ_2 như sau:

$$C_1.x+S_1.y = C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2 \tag{2-54a}$$

$$p_Z = S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2 \tag{2-54b}$$

Vì: $C_{23} = C_2C_3 - S_2S_3$ và $S_{23} = S_2C_3 + C_2S_3$ nên (2-54) có dạng:

$$C_1.x+S_1.y = C_{234}a_4 + (C_2C_3 - S_2S_3)a_3 + C_2a_2 \tag{2-55a}$$

$$p_Z = S_{234}a_4 + (S_2C_3 + C_2S_3)a_3 + S_2a_2 \tag{2-55b}$$

Từ (2-55) giải ra được C_2 và S_2:

$$
S_2 = \frac{(C_3a_3 + a_2)(p_z - S_{234}a_4) - S_3a_3(p_xC_1 + p_yS_1 - C_{234}a_4)}{(C_3a_3 + a_2)^2 + S_3^2a_3^2}
$$

$$
C_2 = \frac{(C_3a_3 + a_2)(p_xC_1 + p_yS_1 - C_{234}a_4) + S_3a_3(p_z - S_{234}a_4)}{(C_3a_3 + a_2)^2 + S_3^2a_3^2} \tag{2-56}
$$

Từ (2-56), xác định được góc θ_2:

$$\theta_2 = \mathrm{atan2}(S_2, C_3) \tag{2-57}$$

Sử dụng (2-49), (2-57) và (2-53) tính được góc θ_4:

$$\theta_4 = \theta_{224} - \theta_2 - \theta_3 \tag{2-58}$$

Cân bằng các phần tử (1,3) và (2,3) của hai ma trận hai vế phương trình (2-51), và sử dụng (2-40c) ta có các phương trình sau:

$$S_5 = C_{234}(C_1 a_x + S_1 a_y) + S_{234} a_z \tag{2-59a}$$

$$C_5 = -C_1 a_y + S_1 a_x \tag{2-59b}$$

Từ (2-59) giải được:

$$\theta_5 = \text{atan2}(S_5, C_5) \tag{2-60}$$

Để giải góc θ_6, nhân ma trận nghịch đảo của A_5 cả hai vế phương trình (2-51), nhận được phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} C_5[C_{234}f_{11}(n) + S_{234}f_{12}(n)] - S_5 f_{13}(n) & C_5[C_{234}f_{11}(o) + S_{234}f_{12}(o)] - S_5 f_{13}(o) & 0 & 0 \\ -S_{234}f_{11}(n) + C_{234}f_{12}(n) & -S_{234}f_{11}(o) + C_{234}f_{12}(o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2-61}$$

Từ (2-61) giải được góc θ_6:

$$\theta_6 = a\tan 2([-S_{234}f_{11}(n) + C_{234}f_{12}(n)], [-S_{234}f_{11}(o) + C_{234}f_{12}(o)]) \tag{2-62}$$

Bài tập

2.1. Ma trận sau biểu diễn một khung toạ độ. Hãy xác định các phần tử chưa biết của ma trận đó:

$$F = \begin{bmatrix} ? & 0 & -1 & 5 \\ ? & 0 & 0 & 3 \\ ? & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2. Một hệ toạ độ B có gốc và các trục trùng với khung toạ độ gốc A. Điểm P nằm trong hệ toạ độ B được biểu diễn bằng vectơ ${}^{B}\overline{p} = [5,3,4]^{T}$. Xác định ma trận biểu diễn khung toạ độ B ở vị trí mới và vị trí điểm P so với khung toạ độ A: ${}^{A}\overline{p}$. Biết rằng khung toạ độ mới này nhận được bằng các phép biến đổi khung toạ độ B so với khung toạ độ gốc theo thứ tự:

- Quay xung quanh trục x một góc 90°.
- Tịnh tiến theo các trục x, y, z tương ứng 5, 3, 6 đơn vị.
- Quay xung quanh trục z một góc 90°.

2.3. Một đối tượng được mô tả bằng bốn điểm trong khung toạ độ gốc:

A[1, 0, 0, 1]^T;
B[0, 0, 0, 1]^T;
C[0, 0, 1, 1]^T;
D[0, 1, 0, 1]^T.

Xác định ma trận biểu diễn phép biến đổi theo thứ tự sau so với khung toạ độ gốc.

- Quay xung quanh trục y một góc 90°.
- Quay xung quanh trục z một góc 90°.
- Tịnh tiến theo các trục x 10 đơn vị.

Xác định đối tượng ở vị trí mới sau phép biến đổi trên.

2.4. Xác định ma trận nghịch đảo của các ma trận sau:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0,527 & -0,574 & 0,628 & 2 \\ 0,369 & 0,819 & 0,439 & 5 \\ -0,766 & 0 & 0,643 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_2 = \begin{bmatrix} 0,92 & 0 & 0,39 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ -0,39 & 0 & 0,92 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.5. Xác định các góc RPY biểu diễn một khung toạ độ tay robot có dạng:

$$T = \begin{bmatrix} 0,527 & -0,574 & 0,628 & 4 \\ 0,369 & 0,819 & 0,439 & 6 \\ -0,766 & 0 & 0,643 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

2.6. Xác định các góc EULER biểu diễn hướng của khung toạ độ tay robot mô tả bằng ma trận sau:

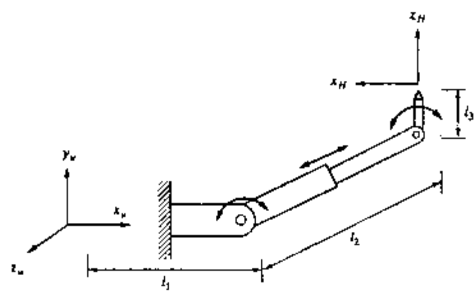
$$T = \begin{bmatrix} 0,527 & -0,574 & 0,628 & 4 \\ 0,369 & 0,819 & 0,439 & 6 \\ -0,766 & 0 & 0,643 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

2.7. Một robot ba bậc tự do có cấu hình như hình 2. 22.

(a) Xây dựng bảng tham số D – H.

(b) Viết các ma trận A_i.

(c) Xác định ma trận T biểu diễn điểm cuối cùng của thanh nối 2.



Hình 2.22. Cấu hình robot 3 bậc tự do.

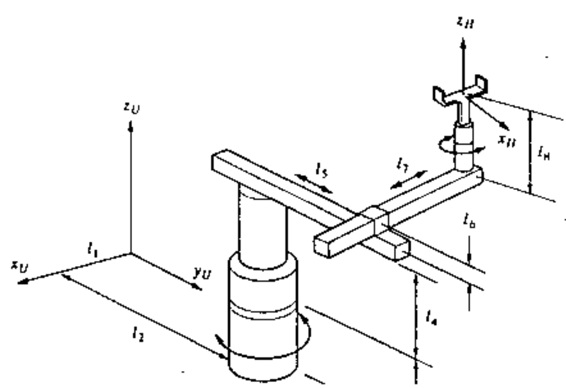
2.8. Một robot bốn bậc tự do như hình 2.23

(a) Thiết kế các khung toạ độ cho các thanh nối.

(b) Xây dựng bảng tham số D-H.

(c) Viết các ma trận A_i.

(d) Xác định ma trận T biểu diễn tay robot trong khung toạ độ chuẩn.



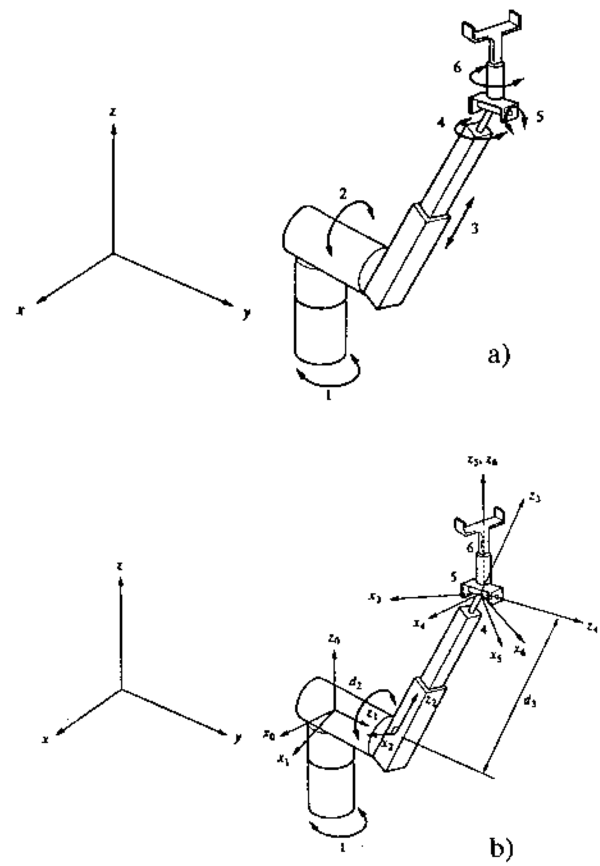
Hình 2.23. Cấu hình robot 4 bậc tự do.

PHỤ LỤC

PL2.1. Động học vị trí của robot Stanford

PL2.1.1. Động học thuận của robot Stanford

Robot Stanford là robot có 6 bậc tự do, gồm 6 khớp: 5 khớp quay và 1 khớp tịnh tiến. Tay robot gồm 3 khớp: 2 khớp quay (khớp 1 và 2) và 1 khớp tịnh tiến (khớp 3). Cổ tay gồm 3 khớp dạng cầu (khớp 4,5,6). Hình PL2.1 minh hoạ cấu hình và các tham số hình học của robot Stanford.



Hình PL2.1. Cấu hình và khung toạ độ robot Stanford.

Áp dụng phép biểu diễn Denavit-Hartenberg, đặt các khung toạ độ cho các thanh nối của robot Stanford như hình PL2.1. Trên cơ sở các khung toạ độ đã thiết kế, lập được bảng Denavit-Hartenberg như bảng PL2.1.

Bảng PL2.1.

Thanh	a_i	α_i	θ_i	d_i
1	0	-90^0	θ_1	0
2	0	90^0	θ_2	d_2
3	0	0	d_3	d_3
4	0	-90^0	θ_4	0
5	0	90^0	θ_5	0
6	0	0	θ_6	0

Sử dụng ma trận (2-18) tính được các ma trận A_i như sau:

$$A_1 = \begin{bmatrix} c1 & 0 & -s1 & 0 \\ s1 & 0 & c1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\quad A_2 = \begin{bmatrix} c2 & 0 & s2 & 0 \\ s2 & 0 & -c2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c4 & 0 & -s4 & 0 \\ s4 & 0 & c4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\quad A_5 = \begin{bmatrix} c5 & 0 & s5 & 0 \\ s5 & 0 & -c5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\quad A_6 = \begin{bmatrix} c6 & -s6 & 0 & 0 \\ s6 & c6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nhân ma trận $A_1 \ldots A_6$, nhận được ma trận biểu diễn vị trí và hướng của tay robot Stanford:

$$^RT_H = {}^0A_1.{}^1A_2.{}^2A_3.{}^3A_4.{}^4A_5.{}^5A_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

trong đó: $n_x = C_1[C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6);$

$$n_y = S_1[C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5C_6] - C_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6);$$

$$n_z = -S_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - C_2S_5C_6;$$

$o_x = C_1[-C_2(C_4C_5C_6 + S_4C_6) + S_2S_5S_6] - S_1(-S_4C_5C_6 + C_4C_6);$

$o_y = S_2[-C_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + S_2S_5S_6] + C_1(-S_4C_5C_6 + C_4C_6);$

$o_z = S_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + C_2S_5S_6;$

$a_x = C_1(C_2C_4S_5 + S_2C_5) - S_1S_4S_5;$

$a_y = S_1(C_2C_4S_5 + S_2C_5) + C_1S_4S_5;$

$a_z = - S_2C_4S_5 + C_2C_5;$

$p_x = C_1S_2d_3 - S_1d_2;$

$p_y = S_1S_2d_3 + C_1d_2;$

$p_z = C_2d_3.$

PL2.1.2. Động học ngược của robot Stanford

Trong mục PL2.1.1 đã xây dựng phương trình động học thuận của robot Stanford có dạng:

$$T_6 = A_1(\theta_1)A_2(\theta_2)A_3(d_3)A_4(\theta_4)A_5(\theta_5)A_6(\theta_6) = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(PL2-1)}$$

Ma trận T_6 đã biết, tức là vị trí và hướng của khung toạ độ tay robot đã biết, cần xác định giá trị các biến khớp. Nhân hai vế phương trình (PL2-1) ma trận nghịch đảo của ma trận A_1: $(A_1)^{-1}$ nhận được phương trình sau:

$$(A_1)^{-1}T_6 = A_2A_3A_4A_5A_6 = {}^1T_6 \quad \text{(PL2-2)}$$

Các ma trận A_i ($i=1\div6$) đã được tính ở ví dụ 2.16 mục 2.6. Thay các ma trận thành phần vào (PL2-2), nhận được phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^2T_6 \quad \text{(PL2-3a)}$$

$$\begin{bmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(o) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(o) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(o) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1T_6 \quad \text{(PL2-3b)}$$

trong đó: $f_{11}(v) = C_1.x + S_1.y$

$$f_{12}(v) = -z \qquad \text{(PL2-3c)}$$

$f_{13}(v) = -S_1.x + C_1.y$

Với x,y,z tương ứng là các thành phần của vectơ v.

Ví dụ: $f_{11}(n) = C_1.n_x + S_1.n_y$

Ma trận ${}^1T_6$ được tính theo (PL2-2) sử dụng các ma trận $A_i(i = 2 \div 6)$ ở PL2.1.1 có dạng:

$$\begin{bmatrix} C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5S_6 & -C_2(C_4C_5C_6 + S_4S_6) + S_2S_5S_6 & C_2C_4S_5 + S_2C_5 & S_2d_3 \\ S_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) + C_2S_5S_6 & -S_2(C_4C_5C_6 + S_4S_6) - C_2S_5S_6 & S_2C_4S_5 - C_2C_5 & C_2d_3 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5C_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(PL2-4)}$$

Cân bằng các thành phần cột của hai ma trận phương trình (PL2-3b) với sử dụng (PL2-4) nhận được các phương trình sau:

$$f_{11}(p) = S_2.d_3$$

$$f_{12}(p) = -C_2d_3 \qquad \text{(PL2-5)}$$

$$f_{13}(p) = d_2$$

Sử dụng (PL2-3), (PL2-5) được viết ở dạng:

$$C_1.p_x + S_1.p_y = S_2.d_3 \qquad \text{(PL2-6a)}$$

$$-p_z = -C_2d_3 \qquad \text{(PL2-6b)}$$

$$-S_1p_x + C_1.p_y = d_2 \qquad \text{(PL2-6c)}$$

Sử dụng (PL2-6c) có thể giải được θ_1 bằng cách đặt biến phụ r, ϕ:

$$r = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \text{ và } \phi = \operatorname{atan2}(p_y, p_x);$$

Khi đó $p_x = r.c\phi$ và $p_y = r.s\phi$. Thay vào (2-43c) nhận được:

$$\sin(\phi - \theta_1) = d_2/r \text{ với } \pi \geq d_2/r \geq 0;\ \pi > (\phi - \theta_1) > 0;$$

$$\cos(\phi - \theta_1) = \pm\sqrt{1 - \left(d_2/r\right)^2}$$

Từ đó nhận được các biểu thức sau:

$$(\phi - \theta_1) = a\tan 2\left(d_2, \pm\sqrt{1-\left({d_2}/{r} \right)^2} \right) \quad \text{(PL2-7)}$$

$$\theta_1 = a\tan 2(p_y, p_z) - a\tan 2\left(d_2/r, \pm\sqrt{1-\left({d_2}/{r} \right)^2} \right) \quad \text{(PL2-8)}$$

Sử dụng (PL2-6a) và (PL2-6b) giải được θ_2 và d_3:

Với $d_3 \neq 0$, từ (PL2-5a) và (PL2-6b) nhận được:

$$tg\theta_2 = (\cos\theta_1.p_x + \sin\theta_1.py)/p_z \quad \text{(PL2-9)}$$

Do đó: $\theta_2 = \text{atan2}((\cos\theta_1.p_x + \sin\theta_1.p_y), p_z)$. (PL2-10)

Tương tự, nhân hai vế phương trình (PL2-1) với ma trận nghịch đảo của A_2 (A_2^{-1}), nhận được phương trình sau:

$$(A_2)^{-1}(A_1)^{-1}T_6 = A_3A_4A_5A_6 = {}^2T_6 \quad \text{(PL2-11)}$$

Thay các ma trận thành phần vào (PL2-11), nhận được phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^2T_6 \quad \text{(PL2-12)}$$

Thực hiện (PL2-12) nhận được:

$$\begin{bmatrix} f_{21}(n) & f_{21}(o) & f_{21}(a) & f_{21}(p) \\ f_{22}(n) & f_{12}(o) & f_{12}(a) & f_{22}(p) \\ f_{23}(n) & f_{23}(o) & f_{23}(a) & f_{23}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^2T_6 \quad \text{(PL2-13a)}$$

trong đó:

$$\begin{aligned} f_{21}(v) &= C_2(C_1.x+S_1.y) - S_2z; \\ f_{22}(v) &= -S_1x+C_1y; \\ f_{23}(v) &= S_2(C_1.x+S_1.y) + C_2z. \end{aligned} \quad \text{(PL2-13b)}$$

Với x,y,z tương ứng là các thành phần của vectơ v.

Ma trận ${}^2T_6$ được trình bày bằng nhân các ma trận $A_3 \ldots A_6$:

$${}^2T_6 = \begin{bmatrix} (C_4C_5C_6 - S_4S_6) & (C_4C_5C_6 + S_4S_6) & C_4S_5 & 0 \\ S_4C_5C_6 - C_4S_6 & S_4C_5C_6 - C_4S_6 & S_4S_5 & 0 \\ S_5S_6 & S_5S_6 & C_5 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(PL2-14)}$$

Sử dụng (PL2-13a) và (PL2-14), cân bằng phần tử (3,4) của 2 ma trận, xác định được biến d_3:

$$d_3 = f_{23}(p)=S_2(C_1p_x+S_1p_y)+C_2p_z \qquad \text{(PL2-15)}$$

Để xác định θ_4, θ_5, nhân lần lượt ma trận nghịch đảo của A_3 và của A_4 vào hai vế của phương trình (PL2-11), ta nhận được:

$$(A_4)^{-1}(A_3)^{-1}(A_2)^{-1}(A_1)^{-1}T_6 = A_5A_6 = {}^4T_6 \qquad \text{(PL2-16)}$$

Thay các ma trận thành phần vào phương trình (PL2-16), nhận được phương trình ma trận dạng tổng quát:

$$\begin{bmatrix} f_{41}(n) & f_{41}(o) & f_{41}(a) & f_{41}(p) \\ f_{42}(n) & f_{42}(o) & f_{42}(a) & f_{42}(p) \\ f_{43}(n) & f_{43}(o) & f_{43}(a) & f_{43}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_5C_6 & -C_5S_6 & S_5 & 0 \\ S_5C_6 & -C_5S_6 & -C_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(PL2-17)}$$

trong đó: $f_{41}(v) = C_4[C_2(C_1.x+S_1.y)-S_2z]+S_4(-S_1.x+C_1.y)$;

$$f_{22}(v)= -S_2(C_1x+S_1y); \qquad \text{(PL2-18)}$$
$$f_{23}(v)= -S_4[C_2(C_1.x+S_1.y)-S_2z]+C_4(-S_1.x+C_1.y);$$

Cân bằng phần tử (3,3) của hai ma trận của (PL2-18), nhận được phương trình quan hệ θ_4 với các thông số đã biết:

$$-S_4[C_2(C_1.a_x+S_1.a_y)-S_2a_z]+C_4(-S_1.a_x+C_1.a_y) = 0 \qquad \text{(PL2-19)}$$

Từ (PL2-19) xác định được θ_4 theo công thức sau:

$$\theta_4 = \text{atan2}[(-S_1.a_x+C_1.a_y),[C_2(C_1.a_x+S_1.a_y)-S_2a_z]) \qquad \text{(PL2-20a)}$$

hoặc: $$\theta_4 = \text{atan2}[-(-S_1.a_x+C_1.a_y),-[C_2(C_1.a_x+S_1.a_y)-S_2a_z]) \qquad \text{(PL2-20b)}$$

Kiểm tra giá trị θ_4 bằng sử dụng các phần tử (1,3) và (2,3) của ma trận phương trình (PL2-14):

$$C_4S_5 = C_2(C_1.a_x+S_1.a_y)-S_2a_z \qquad \text{(PL2-21a)}$$
$$S_4S_5 = -S_1.a_x+C_1.a_y \qquad \text{(PL2-21b)}$$

Từ (PL2-21) thấy rằng nếu $\theta_5 > 0$, θ_4 được xác định theo (PL2-20a), nếu $\theta_5 < 0$, θ_4 xác định theo (PL2-20b). Nếu $\theta_5 = 0$, có thể lựa chọn θ_4 bất kỳ.

Góc θ_5 có thể xác định bằng sử dụng các phần tử (1,3) và (2,3) của các ma trận phương trình (PL2-17):

$$S_5 = C_4[C_2(C_1.a_x+S_1.a_y)-S_2a_z]+S_4(-S_1.a_x+C_1.a_y) \qquad \text{(PL2-22a)}$$
$$C_5 = S_2(C_1.a_x+S_1.a_y)-C_2a_z \qquad \text{(PL2-22b)}$$

Và nhận được: $\theta_5 = \text{atan2}(S_5, C_5)$ (PL2-23)

Nhân A_5^{-1} vào hai vế phương trình (PL2-16) và sử dụng các biểu thức ma trận thành phần, nhận được phương trình chứa biến θ_6 cần xác định:

$$\begin{bmatrix} f_{51}(n) & f_{51}(o) & f_{51}(a) & f_{51}(p) \\ f_{52}(n) & f_{52}(o) & f_{52}(a) & f_{52}(p) \\ f_{53}(n) & f_{53}(o) & f_{53}(a) & f_{53}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(PL2-24)}$$

trong đó:

$f_{51}(v) = C_5\{C_4[C_2(C_1.x+S_1.y)-S_2z]+S_4(-S_1.x+C_1.y)\}+S_5[-S_2(C_1x+S_1y)-C_2z];$

$f_{52}(v) = -S_4[C_2(C_1x+S_1y)-S_2z]+C_4(-S_1x+C_1y);$ (PL2-25)

$f_{25}(v) = -S_5\{C_5[C_2(C_1.x+S_1.y)-S_2z]+S_4(-S_1.x+C_1.y)\}+S_5[-C_5(C_1x+S_1y)+C_2z].$

Sử dụng các phần tử (1,2) và (2,2) của các phương trình ma trận (PL2-24), được:

$S_6 = -C_5[C_4[C_2(C_1.o_x+S_1.o_y)-S_2o_z]+S_4(-S_1.o_x+C_1.o_y]+S_5[-S_2(C_1o_x+S_1o_y)-C_2o_z];$

$C_6 = -S_4[C_2(C_1o_x+S_1o_y)-S_2o_z]+C_4(-S_1o_x+C_1o_y)$ (PL2-26)

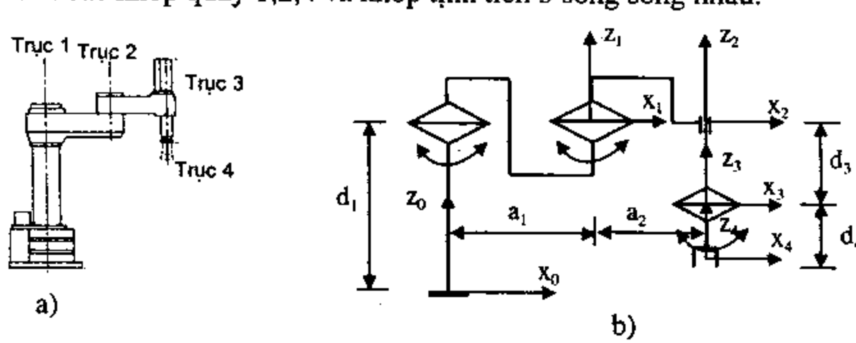
Góc θ_6 được xác định bằng sử dụng (PL2-26):

$$\theta_6 = \text{atan2}(S_6, C_6) \quad \text{(PL2-27)}$$

PL2.2. Động học robot SCARA

PL2.2.1. Động học thuận của Robot SCARA

Robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) (hình PL2.2a) có cấu trúc đặc biệt thích hợp với lắp ráp. Robot SCARA có 4 bậc tự do với 3 khớp quay (2 khớp ở cánh tay và 1 khớp quay cổ tay) và một khớp tịnh tiến. Trục của các khớp quay 1,2,4 và khớp tịnh tiến 3 song song nhau.



Hình PL2.2. Cấu hình và các khung toạ độ của robot SCARA.

Các khung toạ độ các thanh nối của robot SCARA được thiết kế như hình PL2.2b và các tham số theo biểu diễn D-H được cho ở bảng PL2.2

Bảng PL2.1

Thanh	a_i	α_i	θ_i	d_i
1	a_1	0	θ_1	d_1
2	a_2	0	θ_2	0
3	0	0	0	$-d_3$
4	0	0	θ_4	$-d_4$

Sử dụng ma trận (2-37) tính được các ma trận A_i như sau:

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & a_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & a_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nhân ma trận $A_1 \ldots A_4$ nhận được ma trận biểu diễn vị trí và hướng của tay robot SCARA

$$^{R}T_H = A_1.A_2.A_3.A_4 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{124} & -S_{124} & 0 & a_1C_1 + a_2C_{12} \\ S_{124} & C_{124} & 0 & a_1S_1 + a_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & d_1 - d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(PL2-28)}$$

PL2.2.2. Động học ngược của Robot SCARA

Giải bài toán động học ngược robot SCARA dựa trên phương trình động học thuận (PL2-28):

$$C_{124} = n_x \qquad \text{(PL2-29a)}$$

$$S_{124} = n_y \qquad \text{(PL2-29b)}$$

$$a_1C_1 + a_2C_{12} = p_x \qquad \text{(PL2-29c)}$$

$$a_1S_1 + a_2S_{12} = p_y \qquad \text{(PL2-29d)}$$

$$d_1 - d_3 - d_4 = p_z \qquad \text{(PL2-29e)}$$

Sử dụng (PL2-29c) và (PL2-29d):

$$a_2C_{12} = p_x - a_1C_1 \qquad \text{(PL2-30a)}$$

$$a_2S_{12} = p_y - a_1S_1 \qquad \text{(PL2-30b)}$$

Bình phương hai vế hai phương trình (PL2-30) và cộng lại, nhận được phương trình sau:

$$a_2^2 = p_x^2 + p_y^2 + a_1^2 - 2a_1p_xC_1 - 2a_1p_yS_1 \qquad \text{(PL2-31)}$$

Phương trình (PL2-31) được viết ở dạng:

$$AC_1 + BS_1 = D \qquad \text{(PL2-32)}$$

trong đó: $A = 2p_xa_1$

$B = 2p_ya_1$

$D = p_x^2 + p_y^2 + a_1^2 - a_2^2$

Từ (PL2-32) giải ra được S_1 và C_1:

$$S_1 = \frac{DB \pm A\sqrt{A^2 + B^2 - D^2}}{A^2 + B^2} \qquad \text{(PL2-33a)}$$

$$C_1 = \frac{DA \pm B\sqrt{A^2 + B^2 - D^2}}{A^2 + B^2} \qquad \text{(PL2-33b)}$$

Từ (PL2-33), với điều kiện: $A^2 + B^2 - D^2 \geq 0$, xác định được góc θ_1:

$$\theta_1 = \text{atan2}(S_1, C_1) \qquad \text{(PL2-34)}$$

Với góc θ_1 đã xác định được, theo (PL2-30) ta có các biểu thức:

$$S_{12} = \frac{p_y - a_1S_1}{a_2} \qquad \text{(PL2-35a)}$$

$$C_{12} = \frac{p_x - a_1C_1}{a_2} \qquad \text{(PL2-35b)}$$

Và từ (PL2-35), xác định được:

$$\theta_1 + \theta_2 = \text{atan2}(S_{12}, C_{12}) \qquad \text{(PL2-36)}$$

Từ (PL2-29e), xác định được d_3:

$$d_3 = d_1 - d_4 - p_z \qquad \text{(PL2-37)}$$

Từ (PL2-19a,b) xác định được $\theta_1 + \theta_2 + \theta_4$:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_4 = \text{atan2}(S_{124}, C_{124}) \qquad \text{(PL2-38)}$$

Sử dụng (PL2-34), (PL2-36) và (PL2-38), sẽ nhận được các biểu thức tính các góc θ_1, θ_2 và θ_4.

CHƯƠNG 3

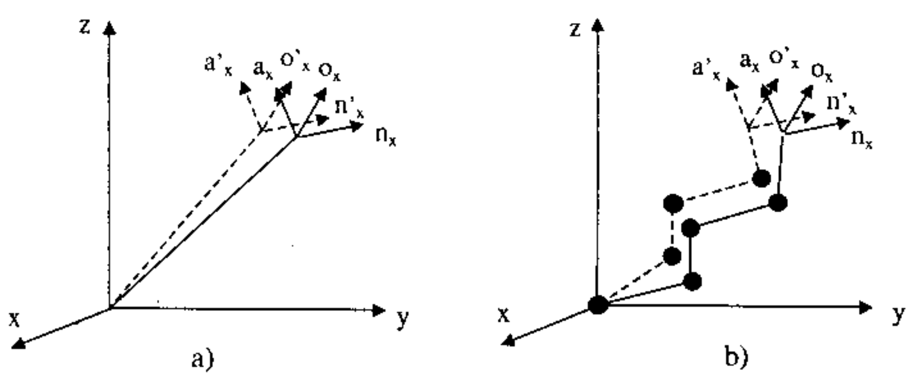
ĐỘNG HỌC VỊ TRÍ VI SAI ROBOT

Dịch chuyển vi sai là những chuyển động nhỏ của các bộ phận của robot. Dịch chuyển vi sai được sử dụng để xây dựng mối quan hệ tốc độ giữa các bộ phận chuyển động khác nhau của robot.

Trong chương này sẽ trình bày các dịch chuyển vi sai của các khung toạ độ tương đối so với khung toạ độ gốc, quan hệ dịch chuyển vi sai giữa các bộ phận của robot, ma trận Jacobien và quan hệ tốc độ của tay và các khớp robot.

3.1. Dịch chuyển vi sai của một khung toạ độ

Xét một khung toạ độ dịch chuyển nhỏ so với khung toạ độ chuẩn với hai trường hợp: không xét và có xét đến cơ cấu gây ra chuyển động. Khi không xét đến cơ cấu gây chuyển động, mục này sẽ trình bày dịch chuyển nhỏ của khung toạ độ tay và sự thay đổi của ma trận biểu diễn khung toạ độ tay (hình 3.1a). Trong trường hợp thứ hai, sẽ nghiên cứu dịch chuyển vi sai của cơ cấu đã gây ra chuyển động và tìm mối quan hệ với dịch chuyển của khung toạ độ tay. Hình 3.1b minh họa chuyển động vi sai của khung toạ độ tay robot gây bởi các chuyển động vi sai của mỗi khớp robot. Khi nghiên cứu dịch chuyển nhỏ cần



Hình 3.1. Dịch chuyển nhỏ của khung toạ độ tay robot:
a- Dịch chuyển nhỏ của khung toạ độ tay không xét đến cơ cấu chuyển động khớp;
b- Dịch chuyển của khung toạ độ tay liên hệ với dịch chuyển của khớp robot.

phải gắn chuyển động của robot với chuyển động của khung toạ độ tay robot, vì các khớp robot dịch chuyển những lượng nhỏ sẽ gây ra dịch chuyển nhỏ của tay robot cùng với khung toạ độ tay, ví dụ, một robot hàn hai vật với nhau chuyển động với tốc độ không đổi.

Chuyển động vi sai của một khung toạ độ có thể gồm các dịch chuyển tịnh tiến vi sai, quay vi sai và phép biến đổi vi sai (gồm tịnh tiến và quay).

3.1.1. Phép tịnh tiến vi sai

Phép tịnh tiến vi sai là tịnh tiến một khung toạ độ các lượng nhỏ, được biểu diễn bằng phép biến đổi:

$$\text{Trans}(dx, dy, dz) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.1.2. Phép quay vi sai

Xét các phép quay xung quanh các trục x, y, z tương ứng một góc rất nhỏ δx, δy, δz. Do δx, δy, δz là các lượng rất nhỏ nên có thể coi $\sin\delta x \approx \delta x$, $\cos\delta x \approx 1$. Phép biến đổi quay xung quanh các trục x, y, z với các góc rất nhỏ sẽ viết ở dạng sau:

$$\text{Rot}(x, \delta x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\delta x & 0 \\ 0 & \delta x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \text{Rot}(y, \delta y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\delta y & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rot}(z, \delta z) = \begin{bmatrix} 1 & -\delta z & 0 & 0 \\ \delta z & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad (3\text{-}1)$$

Nếu bỏ qua các tích vô cùng bé: ($\delta^2 x$, $\delta x.\delta y$, ...), dễ dàng nhận thấy rằng tích của ba phép biến đổi trên theo thứ tự bất kỳ là như nhau. Điều đó có nghĩa là nếu thực hiện ba phép biến đổi (3-1) theo thứ tự bất kỳ sẽ nhận được cùng kết quả và bằng:

$$\mathrm{Rot}(x,\delta x).\mathrm{Rot}(y,\delta y).\mathrm{Rot}(z,\delta z)=\begin{bmatrix}1 & -\delta z & \delta y & 0\\ \delta z & 1 & -\delta x & 0\\ -\delta y & \delta x & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (3\text{-}2)$$

3.1.3. Phép quay vi sai xung quanh vectơ $\overline{k}$ tổng quát

Với kết quả (3-2), có thể coi phép quay vi sai xung quanh vectơ $\overline{k}$ tổng quát sẽ gồm ba phép quay đơn theo các trục của hệ toạ độ theo thứ tự bất kỳ với các góc quay vi sai δx, δy, δz. Do đó phép quay xung quanh vectơ $\overline{k}$ một góc vi sai được biểu diễn ở dạng:

$$\mathrm{Rot}(\overline{k},d\theta)=\mathrm{Rot}(x,\delta x).\mathrm{Rot}(y,\delta y).\mathrm{Rot}(z,\delta z)=\begin{bmatrix}1 & -\delta z & \delta y & 0\\ \delta z & 1 & -\delta x & 0\\ -\delta y & \delta x & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (3\text{-}3)$$

3.1.4. Phép biến đổi vi sai của một khung toạ độ

Phép biến đổi vi sai của một khung toạ độ là sự kết hợp một phép tịnh tiến vi sai và một phép quay vi sai tổng quát:

$$\mathrm{Trans}\,(dx, dy, dz).\ \mathrm{Rot}\,(\overline{k}, d\theta)$$

Xét một khung toạ độ T và dT là dịch chuyển vi sai của khung toạ độ T. Khi đó khung toạ độ T sau phép dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ gốc sẽ ở vị trí mới và mô tả bằng ma trận:

$$T + dT = [\mathrm{Trans}\,(dx, dy, dz).\ \mathrm{Rot}\,(\overline{k}, d\theta)]T$$

hoặc:

$$dT = [\mathrm{Trans}\,(dx, dy, dz).\ \mathrm{Rot}\,(\overline{k}, d\theta) - I]T \qquad (3\text{-}4)$$

trong đó: I là ma trận đơn vị (4x4), dT biểu thị sự biến đổi của khung toạ độ T sau phép biến đổi vi sai thực hiện so với khung toạ độ gốc.

Phương trình (3-4) được viết ở dạng rút gọn:

$$dT = \Delta.T \qquad (3\text{-}5)$$

với $\Delta = [\mathrm{Trans}\,(dx, dy, dz).\ \mathrm{Rot}\,(\overline{k}, d\theta) - I]$ - toán tử vi sai.

Sử dụng các ma trận biểu diễn phép tịnh tiến vi sai và phép quay vi sai (3-3), toán tử vi sai được xác định như sau (3-6):

$$\Delta=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & dx\\ 0 & 1 & 0 & dy\\ 0 & 0 & 1 & dz\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -\delta z & \delta y & 0\\ \delta z & 1 & -\delta x & 0\\ -\delta y & \delta x & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -\delta z & \delta y & dx\\ \delta z & 0 & -\delta x & dy\\ -\delta y & \delta x & 0 & dz\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Cần lưu ý rằng, toán tử vi sai không phải là một ma trận phép biến đổi hay một khung toạ độ mà chỉ có ý nghĩa đơn thuần là một toán tử và gây ra sự thay đổi của một khung toạ độ.

Ví dụ 3.1: Xác định toán tử vi sai tương ứng với phép biến đổi vi sai sau:

dx = 0,5; dy = 0,3; dz = 0,1 đơn vị và δx = 0,02; δy = 0,04; δz = 0,06 rad.

Sử dụng (3-6) có:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -0{,}06 & 0{,}04 & 0{,}5 \\ 0{,}06 & 0 & -0{,}02 & 0{,}3 \\ -0{,}04 & 0{,}02 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ví dụ 3.2: Xác định dịch chuyển của khung toạ độ B và khung toạ độ B ở vị trí mới sau phép dịch chuyển vi sai gồm một phép quay xung quanh trục y một góc 0,1 rad và phép tịnh tiến vi sai Trans((0,1),0,(0,2)). Biết khung toạ độ B là:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Toán tử vi sai được xác định từ các dịch chuyển vi sai:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dịch chuyển của khung toạ độ B được xác định bằng sử dụng (3-4):

$$dB = \Delta.B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}1 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}1 & -0{,}8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3\text{-}7)$$

Khung toạ độ B mới sau dịch chuyển vi sai là:

$$B_{mới} = B_{cũ} + dB = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0{,}1 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}1 & -0{,}8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}1 & 1 & 10{,}4 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -0{,}1 & 2{,}2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.1.5. Ý nghĩa của dịch chuyển vi sai của khung toạ độ

Ma trận dT (3-5) biểu diễn sự thay đổi của khung toạ độ gây ra bởi chuyển động vi sai có thể viết ở dạng tổng quát:

$$dT = \begin{bmatrix} dn_x & do_x & da_x & dp_x \\ dn_y & do_y & da_y & dp_y \\ dn_z & do_z & da_z & dp_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3-8}$$

Mỗi thành phần của ma trận (3-8) sẽ biểu diễn sự thay đổi của các thành phần của khung toạ độ. Ví dụ, ma trận (3-7) cho thấy rằng, khung toạ độ B dịch chuyển một lượng 0,4 theo trục x; không dịch chuyển theo trục y, dịch chuyển một lượng – 0,8 theo trục z. Khung toạ độ không thay đổi theo vectơ $\overline{n}$; thành phần o_x thay đổi 0,1 rad; thành phần a_z thay đổi – 0,1 rad.

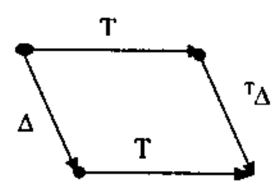
3.2. Quan hệ dịch chuyển vi sai giữa các khung toạ độ

Toán tử vi sai Δ (3-6) biểu diễn phép biến đổi vi sai so với khung toạ độ cố định chuẩn. Trong trường hợp các phép dịch chuyển vi sai thực hiện so với khung toạ độ hiện tại, toán tử vi sai tương ứng sẽ ký hiệu là ${}^T\Delta$. Do toán tử vi sai ${}^T\Delta$ biểu diễn phép biến đổi vi sai so với khung toạ độ hiện tại, sự thay đổi của khung toạ độ được xác định bằng nhân phía trước toán tử vi sai ma trận biểu diễn khung toạ độ đó. Khi xét dịch chuyển của khung toạ độ trong hai trường hợp là như nhau:

$$dT = \Delta.T = T.{}^T\Delta$$

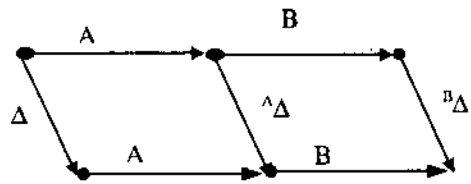
từ đó suy ra: $${}^T\Delta = (T^{-1}).\Delta\,(T) \tag{3-9}$$

Có thể biểu diễn (3-9) bằng đồ hình trên hình 3.2, trong đó T là phép biến đổi biểu diễn khung toạ độ T. Từ hình 3.2, để xác định toán tử vi sai ${}^T\Delta$ khi biết toán tử vi sai Δ, cần phải xác định phép biến đổi trong dịch chuyển vi sai (T) theo nguyên tắc: đi từ mút vectơ đã biết Δ đến mút vectơ chưa biết ${}^T\Delta$.



Hình 3.2. Đồ hình mô tả phép dịch chuyển vi sai.

Ví dụ 3.3: Cho đồ hình như hình 3.3, xác định phép biến đổi trong dịch chuyển vi sai và toán tử vi sai $^B\Delta$ khi biết Δ.



Hình 3.3. Đồ hình phép dịch chuyển vi sai.

Phép biến đổi trong dịch chuyển vi sai là T = (A.B).

Từ đó toán tử vi sai $^B\Delta$ được xác định như sau:

$$^B\Delta = T^{-1}.\Delta.T = (A.B)^{-1}.\Delta\,(A.B) = (B^{-1}.A^{-1}).\Delta\,(A.B)$$

Phương trình (3-9) biểu diễn quan hệ toán tử vi sai thực hiện so với hai khung toạ độ, và được sử dụng để xác định toán tử vi sai so với khung toạ độ hiện tại ($^T\Delta$) khi biết toán tử dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ chuẩn cố định (Δ). Sử dụng dạng tổng quát của ma trận T, T^{-1} và toán tử vi sai Δ, từ (3-9), toán tử vi sai $^T\Delta$ được xác định như sau:

$$^T\Delta = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -\overline{p}.\overline{n} \\ o_x & o_y & o_z & -\overline{p}.\overline{o} \\ a_x & a_y & a_z & -\overline{p}.\overline{a} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 0 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3-10}$$

Sau một số phép biến đổi, toán tử vi sai so với khung toạ độ T có dạng:

$$^T\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -^T\delta z & ^T\delta y & ^Tdx \\ ^T\delta z & 0 & -^T\delta x & ^Tdy \\ -^T\delta y & ^T\delta x & 0 & ^Tdz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3-11}$$

với: $^T\delta_x = \overline{\delta}.\overline{n}$;

$^T\delta_y = \overline{\delta}.\overline{o}$;

$^T\delta_z = \overline{\delta}.\overline{a}$; (3-12)

$^Td_x = \overline{n}[(\overline{\delta}\times\overline{p}) + \overline{d}]$;

$^Td_y = \overline{o}[(\overline{\delta}\times\overline{p}) + \overline{d}]$;

$^Td_z = \overline{a}[(\overline{\delta}\times\overline{p}) + \overline{d}]$.

Ví dụ 3.4: Xác định toán tử vi sai $^B\Delta$ cho ví dụ 3.2.

Từ ma trận B đã cho, viết được các vectơ $\bar{n}$, $\bar{o}$, $\bar{a}$, $\bar{p}$

Và các vectơ dịch chuyển vi sai quay và tịnh tiến $\bar{\delta}, \bar{d}$ như sau:

$\bar{n} = [0\ 1\ 0]^T$; $\bar{o} = [0\ 0\ 1]^T$; $\bar{a} = [1\ 0\ 0]^T$; $\bar{p} = [10\ 5\ 3]^T$;

$\bar{\delta} = [0\ 0{,}1\ 0]^T$; $\bar{d} = [0{,}1\ 0\ 0{,}2]^T$.

$$\bar{\delta} \times \bar{p} = \begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 0{,}1 & 0 \\ 10 & 5 & 3 \end{bmatrix} = [\ 0{,}3\ 0\ -1{,}0]^T$$

$\bar{\delta} \times \bar{p} + d = [0{,}3\ 0\ -1{,}0]^T + [0{,}1\ 0\ 0{,}2]^T = [0{,}4\ 0\ -0{,}8]^T$

$^Bd_x = \bar{n}\,.\,[\bar{\delta} \times \bar{p} + d] = 0.\ 0{,}4 + 1.0 + 0.(-\ 0{,}8) = 0$

$^Bd_y = \bar{o}\,.\,[\bar{\delta} \times \bar{p} + d] = 0.\ 0{,}4 + 0.\ 0 + 1.\ (-\ 0{,}8) = -\ 0{,}8$

$^Bd_z = \bar{a}\,.\,[\bar{\delta} \times \bar{p} + d] = 1.\ 0{,}4 + 0.\ 0 + 0.\ (-\ 0{,}8) = 0{,}4$

$^B\delta_x = \bar{\delta}.\bar{n} = 0.\ 0 + 0{,}1.\ 1 + 0.\ 0 = 0{,}1$

$^B\delta_y = \bar{\delta}.\bar{o} = 0.\ 0 + 0{,}1.\ 0 + 0.\ 1 = 0$

$^B\delta_z = \bar{\delta}.\bar{a} = 0.\ 1 + 0{,}1.\ 0 + 0.\ 0 = 0$

Như vậy: $^B\bar{d} = [\ 0, (-\ 0{,}8)\ , (0{,}4)]^T$

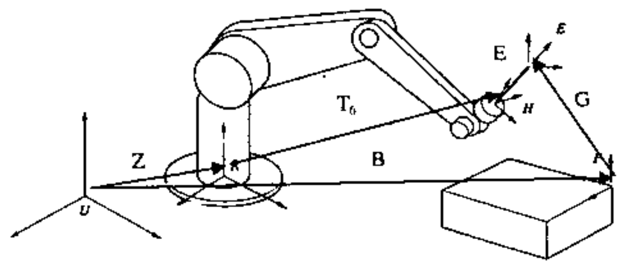
$^B\bar{\delta} = [\ (0{,}1), 0, 0\ ]^T$

và: $$^B\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}1 & -0{,}8 \\ 0 & +0{,}1 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

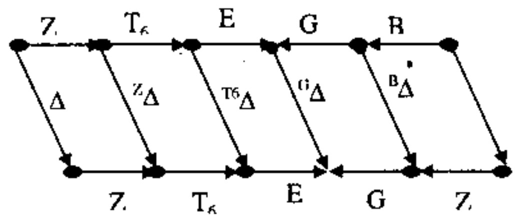
3.3. Quan hệ dịch chuyển vi sai của robot trong không gian làm việc

Xét một robot sáu bậc tự do trong không gian làm việc như hình 3.4. Sử dụng khái niệm đồ hình như hình 3.2, có thể xây dựng đồ hình mô tả dịch chuyển vi sai trong robot như hình 3.5. Trên hình 3.4, z là phép biến đổi biểu diễn robot trong hệ toạ độ gốc, T_6 biểu diễn tay robot so với khung toạ độ robot, E biểu diễn điểm kẹp tay robot so với khung toạ độ tay, B mô tả chi tiết trong

khung toạ độ chuẩn, và G mô tả điểm kẹp trên chi tiết. Các toán tử vi sai Δ, $^{Z}\Delta$, $^{T6}\Delta$, $^{E}\Delta$($^{G}\Delta$), $^{B}\Delta$ được thực hiện tương ứng so với khung toạ độ gốc, robot, tay, điểm kẹp, và chi tiết.



Hình 3.4. Mô hình robot trong không gian làm việc.



Hình 3.5. Đồ hình phép dịch chuyển vi sai trong robot.

Quan hệ các phép biến đổi thể hiện bằng phương trình sau:

$$Z.T_6.E = B.G \qquad (3\text{-}13)$$

Từ đồ hình 3.5, có thể xác định dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ, gây ra bởi dịch chuyển vi sai của khung toạ độ khác. Ví dụ, có thể dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ gốc ($^{B}\Delta$) gây ra bởi dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ T_6 ($^{T_6}\Delta$) bằng sử dụng phép biến đổi trong dịch chuyển vi sai:

$$T = T_6^{-1}.Z^{-1} \qquad (3\text{-}14a)$$

hoặc:

$$T = E.G^{-1}.B^{-1} \qquad (3\text{-}14b)$$

Toán tử vi sai so với khung toạ độ gốc được tính tương ứng như sau:

$$\begin{aligned}\Delta &= T^{-1}.\,^{T_6}\Delta\,.T\\ &= (\,T_6^{-1}.Z^{-1})^{-1}.\,^{T_6}\Delta\,.(\,T_6^{-1}.Z^{-1})\\ &= Z.\,T_6.\,^{T_6}\Delta\,.T_6^{-1}.Z^{-1}\end{aligned} \qquad (3\text{-}15)$$

Ví dụ 3.5: Một camera gắn trên thanh nối 5 của robot 6 bậc tự do được mô tả bằng ma trận sau:

$$^{T_5}CAM = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

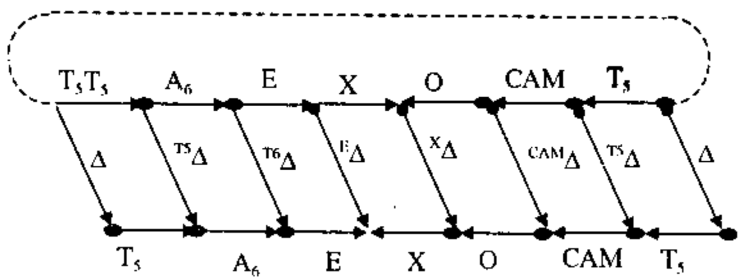
Ma trận mô tả thanh nối cuối cùng so với thanh nối 5 của robot có dạng:

$$A_6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Một đối tượng ^{CAM}O được quan sát bằng camera và dịch chuyển trong khung toạ độ CAM bằng các vectơ dịch chuyển vi sai.

$$^{CAM}\overline{d} = -1.\overline{i} + 1.\overline{j} + 0.\overline{k} \text{ và } {}^{CAM}\overline{\delta} = 0.\overline{i} + 0.\overline{j} + 0{,}1.\overline{k}$$

Xác định dịch chuyển vi sai trong khung toạ độ T_6.



Hình 3.6. Đồ hình phép dịch chuyển vi sai trong robot.

Hình 3.6 trình bày quan hệ các phép biến đổi trong robot. Quan hệ đó thể hiện bằng phương trình:

$$T_5.A_6.E.X = T_5.CAM.O$$

trong đó: T_5 - phép biến đổi biểu diễn thanh 5 so với khung toạ độ thân robot;

A_6 - phép biến đổi diễn thanh 6 so với khung toạ độ thanh 5;

E - phép biến đổi biểu diễn bàn tay robot;

X- phép biến đổi chưa biết mô tả đối tượng so với bàn tay robot;

O - phép biến đổi mô tả đối tượng trong khung toạ độ camera.

Từ đồ hình 3.6 xác định được phép biến đổi trong dịch chuyển vi sai là:

$$T = CAM^{-1}.\, T_5^{-1}.\, T_5.A_6 = CAM^{-1}.A_6$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sử dụng ký hiệu tổng quát của ma trận T, ta có:

$$\bar{n} = [0\ {-1}\ 0\ 0]^T;\ \bar{o} = [0\ 0\ 1\ 0]^T;$$
$$\bar{a} = [-1\ 0\ 0\ 0]^T;\ \bar{p} = [2\ 0\ 5\ 1]^T;$$

Áp dụng (3-12) có:

$$\bar{\delta} \times \bar{p} = \begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 0 & 0{,}1 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 0.\bar{i} + 0{,}2.\bar{j} + 0.\bar{k}$$

$$\bar{\delta} \times \bar{p} + \bar{d} = -1.\bar{i} + 1{,}2.\bar{j} + 0.\bar{k}$$

và $${}^{T6}\bar{d} = -1{,}2.\bar{i} + 0.\bar{j} + 1.\bar{k}$$

$${}^{T6}\bar{\delta} = 0.\bar{i} + 0{,}1.\bar{j} + 0.\bar{k}$$

3.4. Ma trận Jacobien

3.4.1. Khái niệm ma trận Jacobien

Giả sử tồn tại một vectơ $\bar{\eta} = [\eta_1, \ldots \eta_l]^T$ và một vectơ $\bar{\xi} = [\xi_1, \ldots \xi_k]^T$, trong đó: $\eta_i = f(\xi_1, \ldots \xi_k)$ và η_i, ξ_j là hàm của thời gian và có đạo hàm cấp 1.

Khi đó:

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_1}{dt} &= \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_1}.\frac{d\xi_1}{dt} + \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_2}.\frac{d\xi_2}{dt} + \ldots\ldots + \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_k}.\frac{d\xi_k}{dt} \\ &\vdots \\ \frac{d\eta_l}{dt} &= \frac{\partial\eta_l}{\partial\xi_1}.\frac{d\xi_1}{dt} + \frac{\partial\eta_l}{\partial\xi_2}.\frac{d\xi_2}{dt} + \ldots\ldots + \frac{\partial\eta_l}{\partial\xi_k}.\frac{d\xi_k}{dt} \end{aligned} \qquad (3\text{-}16)$$

hoặc viết ở dạng ma trận:

$$\frac{d\bar{\eta}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_1} & \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_k} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial\eta_l}{\partial\xi_1} & \frac{\partial\eta_l}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\eta_l}{\partial\xi_k} \end{bmatrix} \frac{d\bar{\xi}}{dt} \qquad (3\text{-}17)$$

Ký hiệu ma trận $(l \times k)$ là $J_\eta(\bar{\xi})$ - ma trận Jacobien của η đối với $\bar{\xi}$:

$$J_\eta(\overline{\xi}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_1} & \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_k} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_1} & \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_k} \end{bmatrix} \quad (3\text{-}18)$$

Sử dụng (3-18), (3-17) được viết lại ở dạng:

$$\frac{d\overline{\eta}}{dt} = J_\eta(\overline{\xi}).\frac{d\overline{\xi}}{dt} \quad (3\text{-}19)$$

(3-19) cho thấy rằng ma trận Jacobien biểu thị mối quan hệ về đạo hàm cấp một của hai biến $\overline{\eta}$, $\overline{\xi}$. Nếu xét trong khoảng thời gian hữu hạn, phương trình (3-16) sẽ được biểu diễn ở dưới dạng phương trình sai phân, hoặc là phương trình của các thay đổi nhỏ:

$$\begin{aligned} \delta\eta_1 &= \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_1}.\delta\xi_1 + \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_2}.\delta\xi_2 + \ldots + \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_k}.\delta\xi_k \\ &\vdots \\ \delta\eta_1 &= \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_1}.\delta\xi_1 + \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_2}.\delta\xi_2 + \ldots + \frac{\partial\eta_1}{\partial\xi_k}.\delta\xi_k \end{aligned} \quad (3\text{-}20)$$

Tương tự, phương trình (3-19) được viết ở dạng phương trình sai phân:

$$\delta\overline{\eta} = J_\eta(\xi).\,\delta\overline{\xi} \quad (3\text{-}21)$$

3.4.2. Ma trận Jacobien trong robot

Sử dụng khái niệm ma trận Jacobien cho cơ cấu robot, có thể viết phương trình biểu diễn quan hệ chuyển dịch vi sai của tay robot và các khớp robot 6 bậc tự do.

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Ma trận} \\ \text{Jacobian} \\ \text{robot} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \\ dq_5 \\ dq_6 \end{bmatrix} \quad (3\text{-}22a)$$

hoặc: $\overline{D} = J.\overline{D}_\theta$ (3-22b)

trong đó: dx, dy, dz là các dịch chuyển vi sai của tay robot tương ứng dọc theo các trục x, y, z;

δx, δy, δz tương ứng là các góc quay vi sai của tay xung quanh các trục x, y, z;

$\overline{D}$: vectơ dịch chuyển vi sai của tay Robot và $\overline{D}_\theta$ là vectơ dịch chuyển vi sai của khớp.

Nếu chia cả 2 vế (3-22a) cho dt, sẽ nhận được phương trình quan hệ tốc độ của tay robot và tốc độ khớp.

3.4.3. Xác định Ma trận Jacobien

Phương trình động học thuận biểu thị quan hệ giữa vị trí và hướng của tay robot và vị trí của khớp. Do đó theo (3-22a), mỗi thành phần của ma trận Jacobien sẽ là đạo hàm phương trình động học tương ứng theo mỗi biến. Từ (3-22a) thấy rằng phần tử thứ nhất của $\overline{D}$ là dx, do đó phương trình động học thứ nhất sẽ biểu thị dịch chuyển dọc theo trục x – tức là p_x trong ma trận T tổng quát. Tương tự như vậy đối với các thành phần dy, dz. Từ ma trận T biểu diễn tay robot, lấy đạo hàm p_x,p_y và p_z sẽ tương ứng được dx, dy, dz.

Xét một robot có cấu hình như hình 2.21, cột thứ tư ma trận của phương trình động học thuận của Robot có dạng (xem ví dụ 2.15).

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2) \\ S_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2) \\ S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3-23}$$

Tính đạo hàm p_x, nhận được phương trình sai phân sau:

$$dp_x = \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} d\theta_2 + \dots + \frac{\partial p_x}{\partial \theta_6} d\theta_6$$

$$dp_x = -S_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2)d\theta_1 + C_1(-S_{234}a_4 - S_{23}a_3 - S_2a_2)d\theta_2 +$$
$$C_1(-S_{234}a_4 - S_{23}a_3)d\theta_3 + C_1(-S_{234}a_4)\, d\theta_4$$

Từ đó nhận được các thành phần của hàng 1 ma trận Jacobien:

$$\begin{cases} J_{11} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_1} = -S_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2) \\ J_{12} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_2} = C_1(-S_{234}a_4 - S_{23}a_3 - S_2a_2) \\ J_{13} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_3} = C_1(-S_{234}a_4 - S_{23}a_3 \ ) \\ J_{14} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_4} = C_1(-S_{234}a_4) \\ J_{15} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_5} = 0 \\ J_{16} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_6} = 0 \end{cases} \tag{3-24}$$

Tương tự, có thể tính được các thành phần 2 hàng tiếp theo của ma trận Jacobien:

$$\begin{cases} J_{21} = \dfrac{\partial p_y}{\partial \theta_1} = C_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2) \\ J_{22} = \dfrac{\partial p_y}{\partial \theta_2} = S_1(-S_{234}a_4 - S_{23}a_3 - S_2a_2) \\ J_{23} = \dfrac{\partial p_y}{\partial \theta_3} = S_1(-S_{234}a_4 - S_{23}a_3 \ ) \\ J_{14} = \dfrac{\partial p_y}{\partial \theta_4} = S_1(-S_{234}a_4) \\ J_{25} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_5} = 0 \\ J_{26} = \dfrac{\partial p_x}{\partial \theta_6} = 0 \end{cases} \tag{3-25}$$

$$\begin{cases} J_{31} = \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_1} = 0 \\ J_{32} = \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_2} = C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2 \\ J_{33} = \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_3} = C_{234}a_4 + C_{23}a_3 \\ J_{34} = \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_4} = C_{234}a_4 \\ J_{35} = \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_5} = 0 \\ J_{36} = \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_6} = 0 \end{cases} \tag{3-26}$$

Phương trình (3-23) biểu thị vị trí của tay Robot với các biến khớp ($\bar{q}$), do đó, sẽ xác định được các dịch chuyển tịnh tiến theo các trục thông qua các biểu thức tính các thành phần của ma trận Jacobien liên quan đến dịch chuyển tịnh tiến. Mặt khác không tồn tại phương trình duy nhất mô tả sự quay xung quanh các trục, do đó sẽ không có phương trình duy nhất cho tính toán δx, δy, δz.

Ma trận Jacobien so với khung toạ độ gốc sẽ được tính đơn giản hơn thông qua tính ma trận Jacobien so với khung toạ độ tay (T_6) sau đó tính quy đổi về khung toạ độ gốc [TL ***Paul***]. Ma trận Jacobien so với khung toạ độ T_6 biểu thị quan hệ dịch chuyển vi sai của tay tương đối so với khung toạ độ T_6 và các dịch chuyển nhỏ của các khớp:

$$^{T6}\overline{D} = {}^{T6}J . {}^{T6}\overline{D}_\theta \tag{3-27}$$

Phương trình quan hệ dịch chuyển vi sai giữa khung toạ độ tay T_6 và các khớp được viết ở dạng chi tiết:

$$\begin{bmatrix} ^{T_6}dx \\ ^{T_6}dy \\ ^{T_6}dz \\ ^{T_6}\delta x \\ ^{T_6}\delta y \\ ^{T_6}\delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ^{T_6}J_{11} & ^{T_6}J_{12} & \cdots & ^{T_6}J_{16} \\ ^{T_6}J_{21} & ^{T_6}J_{22} & \cdots & ^{T_6}J_{26} \\ ^{T_6}J_{31} & \vdots & \cdots & ^{T_6}J_{36} \\ ^{T_6}J_{41} & \vdots & \cdots & ^{T_6}J_{46} \\ ^{T_6}J_{51} & \vdots & \cdots & ^{T_6}J_{56} \\ ^{T_6}J_{61} & \vdots & \cdots & ^{T_6}J_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \\ dq_5 \\ dq_6 \end{bmatrix} \tag{3-28}$$

trong đó: $^{T_6}J_{1i} = {}^{T_6}dx_i ; {}^{T_6}J_{4i} = {}^{T_6}\delta x_i$ - tương ứng là độ dịch chuyển vi sai và góc quay vi sai của tay theo trục n gây ra bởi dịch chuyển của khớp i;

${}^{T_6}J_{2i} = {}^{T_6}dy_i; {}^{T_6}J_{5i} = {}^{T_6}\delta y_i$ - tương ứng là độ dịch chuyển vi sai và góc quay vi sai của tay theo trục o gây ra bởi dịch chuyển của khớp i;

${}^{T_6}J_{3i} = {}^{T_6}dz_i; {}^{T_6}J_{6i} = {}^{T_6}\delta z_i$ - tương ứng là độ dịch chuyển vi sai và góc quay vi sai của tay theo trục a gây ra bởi dịch chuyển của khớp i.

Các thành phần ${}^{T_6}dx_i; {}^{T_6}dy_i; {}^{T_6}dz_i; {}^{T_6}\delta x_i; {}^{T_6}\delta y_i; {}^{T_6}\delta z_i$ được tính theo công thức (3-12) được xét cụ thể trong hai trường hợp khớp quay và khớp tịnh tiến:

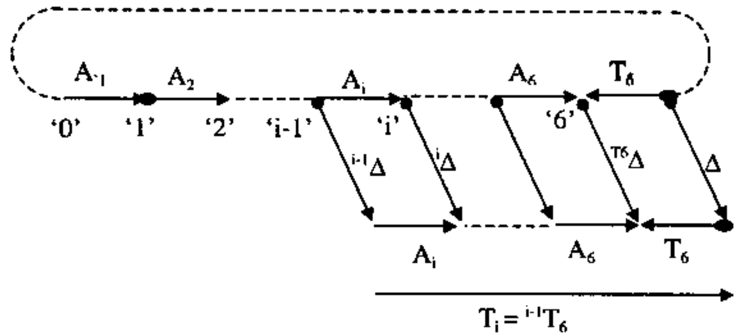
+ Đối với khớp i là khớp quay: $d_i = 0$ và θ_i của khung toạ độ i là góc quay xung quanh trục z_{i-1} và $\overline{\delta}_i = [0 \quad 0 \quad 1]^T$. Do đó áp dụng (3-12) có:

$$\begin{cases} {}^{T_6}J_{1i} = {}^{T_6}dx_i = -n_{xi}p_{yi} + n_{yi}p_{xi} \\ {}^{T_6}J_{2i} = {}^{T_6}dy_i = -o_{xi}p_{yi} + o_{yi}p_{xi} \\ {}^{T_6}J_{3i} = {}^{T_6}dz_i = -a_{xi}p_{yi} + a_{yi}p_{xi} \\ {}^{T_6}J_{4i} = {}^{T_6}\delta x_i = n_{zi} \\ {}^{T_6}J_{5i} = {}^{T_6}\delta y_i = o_{zi} \\ {}^{T_6}J_{6i} = {}^{T_6}\delta z_i = a_{zi} \end{cases} \qquad (3\text{-}29)$$

+ Đối với khớp tịnh tiến: $\delta_i = 0$, độ dịch chuyển tịnh tiến là dịch chuyển dọc theo trục z_{i-1} và $\overline{d}_i = [0 \quad 0 \quad 1]^T$. Do đó:

$$\begin{cases} {}^{T_6}J_{1i} = {}^{T_6}dx_i = n_{zi} \\ {}^{T_6}J_{2i} = {}^{T_6}dy_i = o_{zi} \\ {}^{T_6}J_{3i} = {}^{T_6}dz_i = a_{zi} \\ {}^{T_6}J_{4i} = {}^{T_6}\delta x_i = 0 \\ {}^{T_6}J_{5i} = {}^{T_6}\delta y_i = 0 \\ {}^{T_6}J_{6i} = {}^{T_6}\delta z_i = 0 \end{cases} \qquad (3\text{-}30)$$

Trong (3-29) và (3-30), các vectơ $\overline{n}_i = [n_{xi} \quad n_{yi} \quad n_{zi}]^T; \overline{o}_i = [o_{xi} \quad o_{yi} \quad o_{zi}]^T$ $\overline{a}_i = [a_{xi} \quad a_{yi} \quad a_{zi}]^T$ và $\overline{p}_i = [p_{xi} \quad p_{yi} \quad p_{zi}]^T$ là các cột của ma trận phép biến đổi T_i trong dịch chuyển vi sai được xác định dựa trên nguyên lý phép biến đổi: dịch chuyển của khung toạ độ thanh thứ i được thực hiện so với khung toạ độ thanh i-1 như minh hoạ trên hình 3.7: $T_i = {}^{i-1}T_6 = A_i.A_{i+1}\ldots A_6$ (3-31)



Hình 3.7. Phép biến đổi dịch chuyển vi sai.

Ví dụ 3.5: Xác định các thành phần ${}^{T6}J_{11}$ và ${}^{T6}J_{41}$ của ma trận Jacobien cho robot ở hình 2.21.

Ma trận phép biến đổi trong dịch chuyển vi sai dùng cho tính ${}^{T6}J_{11}$ và ${}^{T6}J_{41}$ xác định theo (3-31) và ví dụ 2.15.

$$T_1 = {}^0T_6 = A_1A_2A_3A_4A_5A_6 = \begin{bmatrix} n_{x1} & o_{x1} & a_{x1} & p_{x1} \\ n_{y1} & o_{y1} & a_{y1} & p_{y1} \\ n_{z1} & o_{z1} & a_{z1} & p_{z1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} C_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) & C_1(-C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6) & C_1C_{234}S_5 & C_1(C_{234}.a_4 + \\ -S_1S_5C_6 & +S_1S_5S_6 & +S_1C_5 & +C_{23}a_3 + C_2.a_2) \\ S_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) & S_1(-C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6) & S_1C_{234}S_5 & S_1(C_{234}.a_4 + \\ +C_1S_5S_6 & -C_1S_5S_6 & -C_1C_5 & +C_{23}a_3 + C_2.a_2) \\ S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6 & -S_{234}C_5C_6 + C_{234}C_6 & S_{234}S_5 & S_{234}.a_4 + \\ & & & +S_{23}a_3 + S_2.a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sử dụng (3-29) cho khớp 1 là khớp quay, nhận được:

$$\begin{aligned} {}^{T6}J_{11} &= -n_{x1}p_{y1} + n_{y1}\,p_{x1} \\ &= -[C_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) - S_1S_5C_6].[S_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2)] \\ &\quad + [S_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) - C_1S_5C_6].[C_1(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2)] \\ &= S_5C_6(C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2) \end{aligned}$$

$${}^{T6}J_{41} = n_{z1} = S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6$$

3.5. Quan hệ ma trận Jacobien và toán tử vi sai

Giả sử các khớp robot dịch chuyển các lượng nhỏ, sử dụng (3-22a) với ma trận Jacobien đã biết, sẽ tính được vectơ dịch chuyển vi sai D của tay robot gồm các thành phần dx, dy, dz, δx, δy, δz. Thay các thành phần dịch chuyển vi sai của tay robot vào (3-6) sẽ nhận được toán tử vi sai. Sử dụng (3-5) sẽ tính được dịch chuyển của khung toạ độ tay dT của robot. Độ dịch chuyển dT được sử dụng để đặt tay ở vị trí mới sau dịch chuyển vi sai.

Theo phương pháp khác, theo (3-27) với ma trận Jacobien so với khung toạ độ T_6, xác định được vectơ dịch chuyển của tay robot so với khung toạ độ tay robot ($^{T6}\overline{D}$) gồm các thành phần ^{T6}dx, ^{T6}dy, ^{T6}dz, $^{T6}\delta x$, $^{T6}\delta y$, $^{T6}\delta z$. Thay vào (3-11) sẽ nhận được toán tử vi sai so với khung toạ độ T_6: $^{T6}\Delta$. Cuối cùng sử dụng (3-9) sẽ xác định dịch chuyển dT của khung toạ độ tay robot.

Ví dụ 3.6: Tính vị trí mới của tay robot 5 bậc tự do sau các phép dịch chuyển vi sai của các khớp robot:

$$\overline{D}_\theta = \begin{bmatrix} d\theta 1 \\ d\theta 2 \\ dd3 \\ d\theta 4 \\ d\theta 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ -0,1 \\ 0,05 \\ 0,1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biết ma trận biểu diễn tay robot trong khung toạ độ gốc và ma trận Jacobien như sau:

$$T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Giả sử robot chỉ quay theo các trục x, y, vectơ dịch chuyển vi sai của tay robot được xác định theo (3-22a):

$$\overline{D} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} = J\overline{D}_\theta = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}1 \\ -0{,}1 \\ 0{,}05 \\ 0{,}1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ -0{,}15 \\ -0{,}4 \\ 0 \\ -0{,}1 \end{bmatrix}$$

Do đó toán tử vi sai được viết như sau:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0{,}1 & 0{,}3 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}15 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & -0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sử dụng (3-5) ta có:

$$dT_6 = \Delta T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0{,}1 & 0{,}3 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}15 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & -0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0{,}1 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}15 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

vị trí mới của khung toạ độ tay robot sau khi dịch chuyển vi sai là:

$$T_6' = dT_6 + T_6 = \begin{bmatrix} 0 & -0{,}1 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}15 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -0{,}1 & 0 & 5{,}1 \\ 0 & 0 & -1 & 2{,}85 \\ 0{,}1 & 1 & 0 & 2{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.6. Ma trận Jacobien nghịch đảo

Để xác định dịch chuyển vi sai, hoặc tốc độ cần thiết của các khớp robot tương ứng với dịch chuyển vi sai hoặc tốc độ của tay robot, cần phải tính ma trận Jacobien nghịch đảo theo phương trình sau:

$$\overline{D} = J.\overline{D}_\theta$$

Từ đó nhận được: $\overline{D}_\theta = J^{-1}.\overline{D}$ (3-32)

Tương tự: $\overline{D}_\theta = {}^{T6}J^{-1}.{}^{T6}\overline{D}$ (3-33)

Phương pháp tính theo (3-32) và (3-33) phức tạp và thời gian tính toán lớn, nên ít được dùng trong thực tế. Sau đây trình bày phương pháp tính toán các dịch chuyển vi sai hoặc tốc độ của robot có cấu hình ở hình 2.21 bằng sử dụng phương trình động học ngược đã dẫn ra ở mục 2.7.

Sử dụng phương trình (2-43a):

$$S_1.p_x - C_1.p_y = 0 \tag{3-34}$$

Vi phân phương trình (3-34), sẽ tìm được $d\theta_1$:

$$S_1.p_x = C_1.p_y$$

$$C_1.p_x d\theta_1 + S_1 dp_x = -S_1.p_y d\theta_1 + C_1\, dp_y$$

Suy ra : $$d\theta_1 = \frac{C_1 dp_y - S_1 dp_x}{C_1 p_x + S_1 dp_y} \tag{3-35}$$

Sử dụng phương trình (2-52):

$$S_{234}(C_1 a_x + S_1 a_y) = C_{234} a_z = 0 \tag{3-36}$$

Vi phân (3-36) ta có:

$$C_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4)(C_1 a_x + S_1 a_y) + S_{234}(-S_1 a_x d\theta_1 + C_1 a_y d\theta_1 + C_1 da_x + S_1 da_y) = -S_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4) a_z + C_{234} da_z \tag{3-37}$$

Do đó ta có:

$$d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4 = \frac{S_{234}(-S_1 a_x d\theta_1 + C_1 a_y d\theta_1 + C_1 da_x + S_1 da_y) + C_{234} da_z}{S_{234} a_z + C_{234}(C_1 a_x + S_1 a_y)} \tag{3-38}$$

Trong phương trình (3-38), các vi phân da_x, da_y và da_z đã được xác định từ phương trình biểu diễn vi phân dT:

$$dT = \begin{bmatrix} dn_x & do_x & da_x & dp_x \\ dn_y & do_y & da_y & dp_y \\ dn_z & do_z & da_z & dp_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3-39}$$

Tiếp theo vi phân phương trình (2-48) để tìm $d\theta_3$:

$$2a_2 a_3 C_3 = (C_1 p_x + S_1 p_y - C_{234} a_4)^2 + (p_z - S_{234} a_4)^2 - a_2^2 - a_3^2 \tag{3-40}$$

$$-2a_2a_3S_3d\theta_3 = 2(C_1p_x + S_1p_y - C_{234}a_4)$$
$$x[C_1dp_x - S_1p_xd\theta_1 + S_1dp_y + C_1p_y + a_4S_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4)]$$
$$+ 2(p_z - S_{234}a_4)\ [dp_z - a_4C_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4)]$$

(3-41)

Tương tự, vi phân phương trình (2-56) sẽ xác định được $d\theta_2$:

$$S_2[(C_3a_3 + a_2)^2 + S_3^2a_3^2] = (C_3a_3 + a_2)(p_z - S_{234}a_4) - S_3a_3(p_xC_1 + p_yS_1 - C_{234}a_4)$$

(3-42)

$$C_2d\theta_2[(C_3a_3 + a_2)^2 + S_3^2a_3^2] + 2S_2[(C_3a_3 + a_2)(-a_3S_3d\theta_3) + 2a_3^2S_3C_3d\theta_3]$$
$$= -a_3S_3d\theta_3(p_z - a_4S_{234}) + (a_3C_3 + a_2)[dp_z - a_4C_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4)]$$
$$- a_3C_3d\theta_3(p_xC_1 + p_yS_1 - C_{234}a_4)$$
$$- a_3S_3[C_1dp_x - p_xS_1d\theta_1 + S_1dp_y + p_yC_1d\theta_1 + a_4S_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4)]$$

(3-43)

Sử dụng (3-38), (3-41) và (3-43) sẽ xác định được $d\theta_2$, $d\theta_3$ và $d\theta_4$.

Vi phân phương trình (2-59b) sẽ nhận được công thức tính $d\theta_5$:

$$C_5 = -C_1a_y + S_1a_x \qquad (3\text{-}44)$$

$$-S_5d\theta_5 = a_yS_1d\theta_1 - C_1da_y + a_xC_1d\theta_1 + S_1da_x \qquad (3\text{-}45)$$

Cuối cùng sử dụng phương trình cân bằng hai phần tử (2,1) hai vế để tính ra $d\theta_6$:

$$S_6 = -S_{234}(C_1n_x + S_1n_y) + C_{234}n_z \qquad (3\text{-}46)$$

Vi phân phương trình (3-46) nhận được phương trình để giải được $d\theta_6$:

$$C_6d\theta_6 = -C_{234}(C_1n_x + S_1n_y)(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4)$$
$$- S_{234}(-S_1n_xd\theta_1 + C_1dn_x + C_1n_yd\theta_1 + S_1dn_y) \qquad (3\text{-}47)$$
$$- n_zS_{234}(d\theta_2 + d\theta_3 + d\theta_4) + C_{234}dn_z$$

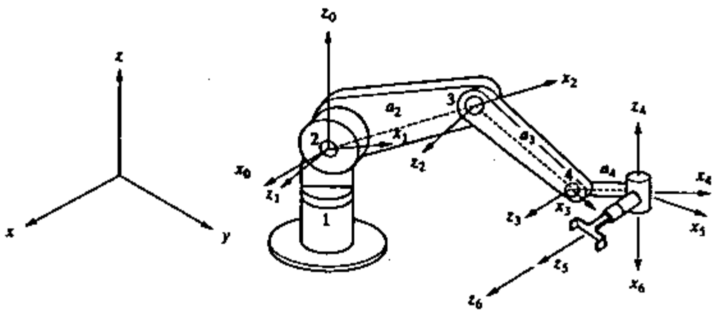
Như vậy bằng 6 phương trình vi phân sẽ xác định 6 giá trị vi sai vị trí của các khớp. 6 phương trình đó sẽ được sử dụng để lập trình điều khiển robot và tính tốc độ của các khớp robot.

Ví dụ 3.7: Cho robot có cấu hình như hình 3.8 (xem ví dụ 2.15). Tính tốc độ của khớp 1 khi biết tốc độ dài và tốc độ góc của tay robot như sau:

$dx/dt = 2,4$ cm/s ; $dy/dt = 4,8$ cm/s ; $\delta x/dt = 0,1$ rad/s.

$\theta_1 = 0°$; $\theta_2 = 90°$; $\theta_3 = 0°$; $\theta_4 = 90°$; $\theta_5 = 0°$; $\theta_6 = 45°$

$a_2 = 0,5$ m; $a_3 = 0,5$ m ; $a_4 = 0,1$ m.



Hình 3.8. Cấu hình và các khung toạ độ của thanh nối robot dạng khớp nối 6 bậc tự do.

Bảng 3.2. Bảng D – H của robot

Khung toạ độ	θ	d	a	α
1	θ_1	0	0	90^o
2	θ_2	0	a	0
3	θ_3	0	a	0
4	θ_4	0	a	-90^o
5	θ_5	0	0	90^o
6	θ_6	0	0	0

Sử dụng kết quả của ví dụ 2.15, thay giá trị các vị trí các khớp ở bảng D – H vào phương trình động học thuận robot (xem ví dụ 2.15), với giả thiết vị trí của robot được lấy mốc theo trục x, sẽ tính được ma trận ^RT_H biểu diễn vị trí và hướng cuối cùng của tay robot:

$$^RT_H = {^0A_1}.{^1A_2}.{^2A_3}.{^3A_4}.{^4A_5}.{^5A_6}$$

$$\begin{bmatrix} C_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) & C_1(-C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6) & C_1C_{234}S_5 & C_1(C_{234}.a_4 + \\ -S_1S_5C_6 & +S_1S_5S_6 & +S_1C_5 & +C_{23}a_3 + C_2.a_2) \\ S_1(C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6) & S_1(-C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6) & S_1C_{234}S_5 & S_1(C_{234}.a_4 + \\ +C_1S_5S_6 & -C_1S_5S_6 & -C_1C_5 & +C_{23}a_3 + C_2.a_2) \\ S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6) & -S_{234}C_5C_6 + C_{234}C_6) & S_{234}S_5 & S_{234}.a_4 + \\ & & & +S_{23}a_3 + S_2.a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,707 & 0,707 & 0 & -0,1 \\ 0 & 0, & -1 & 0 \\ -0,707 & -0,707 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Từ các giá trị tốc độ dịch chuyển tịnh tiến và dịch chuyển quay, tính được toán tử vi sai theo công thức (3-6):

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 0 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,024 \\ 0 & 0 & -0,1 & -0,048 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Từ đó xác định được ma trận dịch chuyển vi sai của T:

$$dT = \Delta.T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,024 \\ 0,0707 & 0,0707 & 0 & -0,148 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Do đó: $dp_x = 0,024$; $dp_y = -0,148$; $dp_z = 0$;

Theo công thức (3-35) tính được:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{C_1 dp_y - S_1 dp_x}{C_1 p_x + S_1 p_y} = \frac{1.(-0,148) - 0.(0,024)}{1.(-0,1) + 0.(-0,148)} = 1,48 \text{ rad/s}$$

Bài tập

1. Vị trí và hướng tay robot được mô tả bởi ma trận ${}^{R}T_H$ dưới đây. Thực hiện quay vi sai xung quanh trục x một góc 0,15 rad; tiếp theo là phép dịch chuyển tịnh tiến vi sai $[(0,1),(0,1),(0,3)]^T$. Xác định vị trí mới của tay robot.

$$ {}^{R}T_H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

2. Cho ma trận A biểu diễn 1 khung toạ độ. Khung toạ độ A dịch chuyển tịnh tiến bởi vectơ $\overline{d} = [(1),(0),(0,5)]^T$ và vectơ quay $\overline{\delta} = [(0),(0,1),(0)]^T$

   + Xác định toán tử dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ gốc.
   + Xác định toán tử dịch chuyển vi sai so với khung toạ độ A.

$$ A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

3. Cho ma trận biểu diễn khung toạ độ tay robot và ma trận Jacobien tương ứng. Vectơ dịch chuyển nhỏ của các khớp là $\overline{D}$. Xác định toán tử dịch chuyển vi sai và độ dịch chuyển của khung toạ độ tay và vị trí mới của khung toạ độ tay.

   Biết:

$$ T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{T6}J = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \overline{D}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1 \\ -0,1 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0 \end{bmatrix} $$

4. Cho ma trận T biểu diễn khung toạ độ T và dT là ma trận dịch chuyển vi sai của T. Xác định vectơ dịch chuyển tịnh tiến $\overrightarrow{d}$, vectơ dịch chuyển quay $\overline{\delta}$ và toán tử dịch chuyển vi sai Δ.

Biết:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad dT = \begin{bmatrix} 0 & -0,1 & -0,1 & 0,6 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0,5 \\ -0,1 & 0 & 0 & -0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Ma trận T_1, T_2 biểu diến khung toạ độ tay robot tương ứng ở vị trí ban đầu và vị trí cuối cùng.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,1 & 4,8 \\ 0,1 & 0 & -1 & 3,5 \\ 0 & 1 & 0 & 6,2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

+ Xác định ma trận biến đổi Q.

+ Giả sử các biến là nhỏ, xác định toán tử dịch chuyển vi sai.

+ Xác định vectơ dịch chuyển tịnh tiến và quay vi sai.

CHƯƠNG 4
ĐỘNG LỰC HỌC ROBOT

4.1. Bài toán động lực học

Ở các chương trước, đã nghiên cứu động học vị trí và động học vi sai, cấu trúc hình học và các chuyển động robot, nhưng chưa xem xét đến các lực gây ra các chuyển động. Trong quá trình di chuyển, robot tiếp xúc với môi trường sẽ sinh ra một lực cần thiết để di chuyển vật và thực hiện công việc, ví dụ: robot lắp ráp mang một chi tiết đến vị trí định trước lắp ráp vào một chi tiết máy khác.

Lực cần thiết tác động lên một vật thể quan hệ với gia tốc của vật thể theo quan hệ sau:

$$\sum \overline{F} = m\overline{a}$$

Tương tự mômen quay của một vật quan hệ với gia tốc góc của vật thể là:

$$\sum \overline{M} = J\overline{a}$$

Để làm khớp robot di chuyển tịnh tiến hoặc quay, cơ cấu chấp hành cần sinh một lực hoặc mômen đủ lớn. Mối quan hệ giữa lực, mômen của các khớp với vị trí, tốc độ và gia tốc được biểu diễn trong phương trình chuyển động, còn gọi là phương trình động lực học. Trong phương trình động lực học, lực và mômen là các tín hiệu vào. Dựa vào phương trình động lực học, sẽ tính được lực, mômen cần thiết để khớp robot có thể chuyển động được với tốc độ và gia tốc mong muốn. Phương trình động lực học cũng được sử dụng cho đánh giá ảnh hưởng của khối lượng tải đối với các chuyển động của robot. Giải phương trình động lực học sẽ nhận được các chuyển động của robot với các đầu vào là lực và mômen của các khớp, là cơ sở cho thiết kế hệ thống điều khiển robot.

Trong chương này, sẽ trình bày phương pháp Lagrange và sử dụng phương pháp đó để xây dựng phương trình động lực học robot 2 thanh nối.

Trên cơ sở đó sẽ dẫn ra hệ phương trình động lực học của robot n thanh nối. Tiếp theo sẽ xây dựng các mô hình toán học robot.

4.2. Phương trình Lagrange

Trong phương trình Lagrange, các biến toạ độ tổng quát được sử dụng để xác định duy nhất vị trí của vật. Phương trình Lagrange sẽ nhận được từ phương trình Niutơn.

Giả sử hệ thống gồm n phần tử vật chất với n bậc tự do mô tả bởi các biến toạ độ tổng quát $q_1, q_2, ..., q_n$ (đối với chuyển động khớp quay, toạ độ tổng quát là góc quay của khớp $q_i = \theta_i$; đối với khớp chuyển động tịnh tiến, toạ độ tổng quát là độ di chuyển $q_i = d_i$). Một vectơ vị trí trong không gian 3 chiều $\overline{x}_\mu$ đối với mỗi phần tử vật chất P_μ được ký hiệu là:

$$\overline{x}_\mu = x_\mu(q_1, q_2, ..., q_n, t) \quad (4\text{-}1)$$

khối lượng của mỗi phần tử vật chất P_μ là m_μ và lực đặt lên P_μ là F_μ, phương trình chuyển động Niutơn có dạng:

$$\overline{F}_\mu = m_\mu \ddot{\overline{x}}_\mu \quad (4\text{-}2)$$

Lấy đạo hàm $\frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i}$ và lấy tổng đối với tất cả các phần tử vật chất của hệ thống, ta nhận được phương trình sau:

$$\sum_\mu \overline{F}_\mu^T \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i} = \sum_\mu m_\mu \ddot{\overline{x}}_\mu^T \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i} \quad q_i = 1, 2, ..., n \quad (4\text{-}3)$$

Mặt khác, từ phương trình (4-1) ta có:

$$\dot{\overline{x}}_\mu = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial t} \quad (4\text{-}4)$$

$$\frac{\partial \dot{\overline{x}}_\mu}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i} \quad (4\text{-}5)$$

Như vậy phương trình (4-3) có thể được viết lại ở dạng sau:

$$Q_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} \quad (4\text{-}6)$$

trong đó: $K = \sum_\mu \frac{m_\mu}{2} \dot{\overline{x}}_\mu^T \dot{\overline{x}}_\mu$ - động năng của hệ thống;

và $Q_i = \sum_\mu \overline{F}_\mu^T \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i}$ - lực tổng quát tương ứng với toạ độ q_i.

Lực $\overline{F}_\mu$ gồm hai thành phần: thành phần trọng lực ($F_{\mu a}$) và thành phần các lực còn lại ($F_{\mu b}$). Thành phần trọng lực được tính từ thế năng của phần tử:

$$F_{\mu a} = -\frac{\partial P}{\partial x_\mu} \tag{4-7}$$

Khi đó nhận được thành phần Q_{ib} có dạng sau:

$$Q_{ib} = \sum_\mu \overline{F}^T_{\mu b} \frac{\partial \overline{x}_\mu}{\partial q_i} \tag{4-8}$$

Hàm Lagrange là hiệu của động năng và thế năng của vật có dạng:

$$L = K - P \tag{4-9}$$

Sử dụng các biểu thức (4-6) ÷ (4-8), sau một số phép biến đổi, phương trình chuyển động Lagrange được viết như sau:

$$Q_{ib} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \tag{4-10}$$

Đối với vật thể cứng có n bậc tự do, động năng của vật K được xác định như sau:

$$K = \frac{1}{2} m v^T v + \frac{1}{2} \omega^T J_t \omega \tag{4-11}$$

trong đó: v - tốc độ chuyển động tịnh tiến của tâm vật thể;

ω - tốc độ góc;

m - khối lượng vật thể;

J_t - mômen quán tính của vật thể.

4.3. Phương trình động lực học của cơ cấu robot 2 thanh nối

4.3.1. Xây dựng phương trình động học

Xét một cơ cấu robot 2 thanh nối trong hệ toạ độ 2 trục 0xy như trên hình vẽ 4.1.

Ký hiệu các tham số trên hình 4.1 như sau:

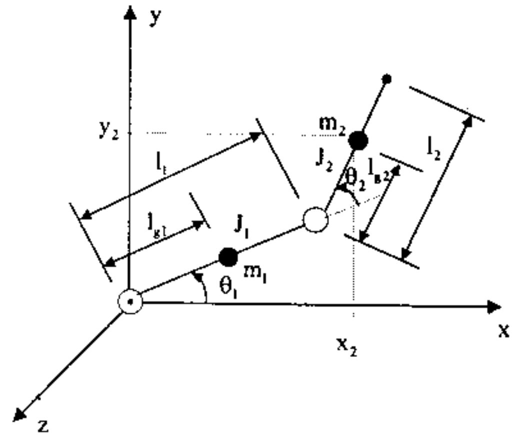
θ_i - góc quay của khớp quay i (i = 1, 2);

m_i - khối lượng của thanh nối i;

J_{1i} - mômen quán tính của thanh nối i đối với trục qua tâm khối của thanh nối;

l_i - chiều dài của thanh nối i;

l_{gi} - chiều dài từ khớp i đến tâm khối thanh nối i.



Hình 4.1. Cấu trúc robot 2 thanh nối.

Giả thiết khớp 1 sinh ra mômen M_1 tác dụng giữa bệ và thanh nối 1; khớp 2 sinh ra mômen M_2 tác dụng giữa thanh nối 1 và 2; trọng lực có hướng theo trục y. Chọn $q_1 = \theta_1$ và $q_2 = \theta_2$ là các biến khớp tổng quát. Ký hiệu động năng và thế năng của thanh nối i là K_i và P_i (i = 1, 2).

Đối với thanh nối 1, sử dụng (4-11), động năng được tính như sau:

$$K_1 = \frac{1}{2}m_1 l_{g1}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 \qquad (4\text{-}12)$$

Thế năng thanh nối 1 được xác định theo:

$$P_1 = m_1 g l_{g1}\sin\theta_1 \qquad (4\text{-}13)$$

trong đó: g - gia tốc trọng trường;

$\dot{\theta}_1$ - tốc độ góc của khớp 1.

Đối với thanh nối 2, toạ độ của tâm khối được xác định theo phương trình sau:

$$x_2 = l_1\cos\theta_1 + l_{g2}\cos(\theta_1 + \theta_2) \qquad (4\text{-}14)$$

$$y_2 = l_1\sin\theta_1 + l_{g2}\sin(\theta_1 + \theta_2) \qquad (4\text{-}15)$$

Hai thành phần của tốc độ tâm khối trên 2 trục là:

$$\dot{x}_2 = -l_1\sin\theta_1\dot{\theta}_1 - l_{g2}\sin(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \qquad (4\text{-}16)$$

$$\dot{y}_2 = l_1\cos\theta_1\dot{\theta}_1 + l_{g2}\cos(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \qquad (4\text{-}17)$$

Từ (4-16) và (4-17), bình phương tốc độ dài của tâm khối thanh nối 2 là:

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2$$

$$v_2^2 = l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_{g2}^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_{g2}\cos\theta_2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2) \qquad (4\text{-}18)$$

Do đó động năng của tâm khối thanh nối 2 là:

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \frac{1}{2}J_2\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}m_2\left[l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_{g2}^2\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2 + 2l_1 l_{g2}\cos\theta_2\left(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)\right] + \frac{1}{2}J_2\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2 \quad (4\text{-}19)$$

Thế năng của thanh nối 2 tính theo:

$$P_2 = m_2 g\left[l_1 \sin\theta_1 + l_{g2}\sin\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right] \quad (4\text{-}20)$$

Thay động năng và thế năng của các thanh nối (4-12), (4-19) và (4-13), (4-20) vào hàm Lagrange (4-9) ta được

$$L = \frac{1}{2}m_1 l_{g1}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2$$
$$+ \frac{1}{2}m_2\left[l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_{g2}^2\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2 + 2l_1 l_{g2}\cos\theta_2\left(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)\right] + \frac{1}{2}J_2\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2$$
$$- m_1 g l_{g1}\sin\theta_1 - m_2 g\left[l_1\sin\theta_1 + l_{g2}\sin\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right] \quad (4-21)$$

Lấy đạo hàm hàm Lagrange (4-21) lần lượt theo các biến $\dot{\theta}_1$, θ_1 và sau một số phép biến đổi ta được:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_1}\right) = \left[m_1 l_{g1}^2 + J_1 + m_2\left(l_1^2 + l_{g2}^2 + 2l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2\right]\ddot{\theta}_1$$
$$+ \left[m_2\left(l_{g2}^2 + l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2\right]\ddot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_{g2}\sin\theta_2\left(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2\right) \quad (4\text{-}22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\theta_1} = -m_1 g l_{g1}\cos\theta_1 - m_2 g\left[l_1\cos\theta_1 + l_{g2}\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right] \quad (4\text{-}23)$$

Tương tự, đạo hàm hàm Lagrange (4-21) lần lượt theo các biến $\dot{\theta}_2$, θ_2 của thanh nối 2, ta nhận được:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2}\right) = \left[m_2\left(l_{g2}^2 + l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2\right]\ddot{\theta}_1 + \left(m_2 l_{g2}^2 + J_2\right)\ddot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_{g2}\sin\theta_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$$

$$(4\text{-}24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\theta_2} = -m_2 g l_{g2}\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right) - m_2 l_1 l_{g2}\left(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)\sin\dot{\theta}_2 \quad (4\text{-}25)$$

Mômen của khớp 1 và 2 được tính theo (4-10) với sử dụng (4-22) và (4-25):

$$M_1 = \left[m_1 l_{g1}^2 + J_1 + m_2\left(l_1^2 + l_{g2}^2 + 2l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2\right]\ddot{\theta}_1$$
$$+ \left[m_2\left(l_{g2}^2 + l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2\right]\ddot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_{g2}\sin\theta_2\left(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2\right) \quad (4\text{-}26)$$
$$+ m_1 g l_{g1}\cos\theta_1 + m_2 g\left[l_1\cos\theta_1 + l_{g2}\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right]$$

$$M_2 = \left[m_2\left(l_{g2}^2 + l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2\right]\ddot{\theta}_1 + \left(m_2 l_{g2}^2 + J_2\right)\ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_{g2}\sin\theta_2\dot{\theta}_1^2$$
$$+ m_2 g l_{g2}\cos(\theta_1 + \theta_2) \qquad (4-27)$$

Mômen của 2 khớp 1 và 2 được viết lại ở dạng rút gọn như sau:

$$M_1 = H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 + h_{122}\dot{\theta}_2^2 + 2h_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + g_1 \qquad (4\text{-}28)$$

$$M_1 = H_{21}\ddot{\theta}_1 + H_{22}\ddot{\theta}_2 + h_{211}\dot{\theta}_1^2 + g_2 \qquad (4\text{-}29)$$

trong đó:

$$H_{11} = m_1 l_{g1}^2 + J_1 + m_2\left(l_1^2 + l_{g2}^2 + 2l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2 \qquad (4\text{-}29a)$$

$$H_{12} = H_{21} = m_2\left(l_{g2}^2 + l_1 l_{g2}\cos\theta_2\right) + J_2 \qquad (4\text{-}29b)$$

$$H_{22} = m_2 l_{g2}^2 + J_2 \qquad (4\text{-}29c)$$

$$h_{122} = h_{112} = -h_{211} = -m_2 l_1 l_{g2}\sin\theta_2 \qquad (4\text{-}29d)$$

$$g_1 = m_1 g l_{g1}\cos\theta_1 + g\left[l_1\cos\theta_1 + l_{g2}\cos(\theta_1 + \theta_2)\right] \qquad (4\text{-}29e)$$

$$g_2 = m_2 g l_{g2}\cos(\theta_1 + \theta_2) \qquad (4\text{-}29f)$$

(4-28) và (4-29) là các phương trình động lực học của cơ cấu robot 2 thanh nối. Phương trình động lực học robot 2 thanh nối có thể được viết ở dạng phương trình ma trận sau:

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q}, \dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \qquad (4\text{-}30a)$$

trong đó:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix};\ V = \begin{bmatrix} h_{122}\dot{\theta}_2^2 + 2h_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ h_{211}\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix};\ G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}$$

Hoặc ở dạng: $\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q})$ (4-30b)

Với: $C = \begin{bmatrix} h_{112}\dot{\theta}_1 & h_{112}\dot{\theta}_2 + h_{122}\dot{\theta}_2 \\ h_{211}\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}$

4.3.2. Phương trình động lực học dạng đầy đủ

Để phân tích ý nghĩa các thành phần mômen của phương trình động lực học ta viết phương trình (4-28) và (4-29) ở dạng đầy đủ như sau:

$$M_1 = H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 + h_{111}\dot{\theta}_1^2 + h_{122}\dot{\theta}_2^2 + h_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + h_{121}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + g_1 \qquad (4\text{-}31)$$

$$M_2 = H_{21}\ddot{\theta}_1 + H_{22}\ddot{\theta}_2 + h_{211}\dot{\theta}_1^2 + h_{222}\dot{\theta}_2^2 + h_{212}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + h_{221}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + g_2 \qquad (4\text{-}32)$$

Đối với phương trình động lực học (4-28) và (4-29) của robot 2 thanh nối (hình 4.1): $h_{111} = 0$; $h_{212} = 0$; $h_{221} = 0$; $h_{222} = 0$.

Xét trường hợp tổng quát cho các khớp i, j, k của robot, ý nghĩa các thành phần của phương trình động lực học được giải thích như sau:

+ Thành phần $H_{ii}\ddot{\theta}_i$ là mômen ở khớp i gây ra bởi gia tốc của khớp i với H_{ii} là mômen quán tính hiệu quả của khớp i.

+ Thành phần $H_{ij}\ddot{\theta}_j$ và $H_{ji}\ddot{\theta}_i$ tương ứng là mômen ở khớp i và j gây ra bởi gia tốc của khớp j và i; H_{ij} và H_{ji} là mômen quán tính đối ngẫu giữa khớp i và khớp j hoặc j và i.

+ Thành phần $h_{ijj}\dot{\theta}_j^2$ là mômen hướng tâm tác dụng lên khớp i gây ra bởi tốc độ của khớp j.

+ Thành phần $h_{ijk}\dot{\theta}_j\dot{\theta}_k + h_{ikj}\dot{\theta}_k\dot{\theta}_j$ là lực nhớt tác dụng lên khớp i do tốc độ của khớp j và khớp k gây ra.

+ g_i là thành phần trọng lực của khớp i.

4.3.3. Hệ phương trình trạng thái động lực học

Trong nhiều trường hợp nghiên cứu, thiết kế hệ thống điều khiển robot, phương trình động lực học thường được viết ở dạng phương trình trạng thái.

Hệ phương trình động lực học Lagrange của robot 2 thanh nối (4-28) và (4-29) có thể viết ở dạng ma trận như sau:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h\dot{\theta}_2^2 + 2h\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ -h\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}32)$$

Các thành phần của ma trận H (H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22}) được tính theo (4-29a) ÷ (4-29c).

$h = -m_2 l_1 l_{g2} S_2$ với S_2 là ký hiệu của $\sin\theta_2$.

Đặt biến trạng thái cho từng khớp 1 và 2 là:

$$\overline{X}_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}33)$$

$$\overline{X}_2 = \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}34)$$

và tín hiệu vào là các thành phần mômen của các khớp tương ứng:

$$\overline{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}35)$$

Khi đó phương trình (4-32) được viết lại ở dạng sau:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} hx_{22}^2 + 2hx_{12}x_{22} \\ -hx_{12}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \tag{4-36}$$

Sử dụng ký hiệu biến trạng thái (4-33) và (4-34) và tín hiệu vào (4-35), có thể viết hệ phương trình vi phân trạng thái của khớp 1 và 2 như sau:

$$\text{Khớp 1: } \begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = f_1(X_1) + H^{-1}U \end{cases} \tag{4-37}$$

$$\text{Khớp 2: } \begin{cases} \dot{x}_{21} = x_{22} \\ \dot{x}_{22} = f_2(X_2) + H^{-1}U \end{cases} \tag{4-38}$$

Trong đó H^{-1} là ma trận nghịch đảo của ma trận H:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \text{ và } H^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} H_{22} & -H_{12} \\ -H_{21} & H_{11} \end{bmatrix}}{D_M} \tag{4-39}$$

Các phương trình thứ nhất của (4-37) và (4-38) đã được xác định. Các phương trình thứ hai có thể xác định được nhờ giải hệ phương trình (4-36) và sử dụng (4-33)-(4-35):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix} = \frac{-\begin{bmatrix} H_{22} & -H_{12} \\ -H_{12} & H_{11} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} hx_{22}^2 + 2hx_{12}x_{22} \\ Hx_{12}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \right)}{D_M} + \frac{\begin{bmatrix} H_{22} & -H_{12} \\ -H_{21} & H_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}{D_M} \tag{4-40}$$

trong đó: $D_M = H_{11}H_{22} - H_{12}^2$.

$\dot{x}_{12}$ và $\dot{x}_{22}$ được xác định từ (4-40). Kết hợp với các phương trình (4-37) (4-38) và (4-40), hệ phương trình trạng thái mô tả động lực học của khớp 1 và 2 có dạng như sau:

Khớp 1:

$$\dot{x}_{11} = x_{12}$$

$$\dot{x}_{12} = -\frac{1}{D_M}\left\{H_{22}\left(hx_{22}^2 + 2hx_{12}x_{22}\right) + H_{12}hx_{12}^2 + H_{22}g_1 - H_{12}g_2\right\} + \frac{H_{22}u_1 - H_{12}u_2}{D_M} \tag{4-41}$$

Khớp 2:

$$\dot{x}_{21} = x_{22}$$

$$\dot{x}_{22} = -\frac{1}{D_M}\left\{-H_{12}\left(hx_{22}^2 + 2hx_{12}x_{22}\right) - H_{11}hx_{12}^2 + H_{11}g_2 - H_{12}g_1\right\} - \frac{H_{11}u_1 + H_{12}u_2}{D_M} \tag{4-42}$$

Như vậy với khái niệm hệ thống nhiều đầu vào, nhiều đầu ra (MIMO), robot 2 thanh nối có thể mô tả như là một hệ 2 đầu vào 2 đầu ra biểu diễn bằng 2 hệ thống nhỏ, mỗi hệ thống nhỏ tương ứng với khớp 1 và khớp 2.

4.4. Phương trình động lực học của robot n thanh nối

Ở phần này sẽ xây dựng phương trình động lực học Lagrange của robot n thanh nối. Quá trình tiến hành theo 5 bước:

+ Tính tốc độ của điểm bất kỳ trên thanh nối;
+ Tính động năng;
+ Tính thế năng;
+ Tính hàm Lagrange;
+ Tính mômen và lực của các khớp.

a. Với robot n thanh nối, trên mỗi thanh nối gắn một hệ trục toạ độ trong đó mối quan hệ giữa hệ toạ độ thanh nối i và i-1 biểu diễn bằng phép biến đổi toạ độ ${}^{i-1}T_i$. Do đó phép biến đổi toạ độ từ thanh nối i đến hệ toạ độ gốc là ${}^{o}T_i$ (xem hình 4.2):

$$ {}^{o}T_i = {}^{o}T_1 \, {}^{1}T_2 \, {}^{2}T_3 \dots {}^{i-1}T_i \tag{4-43} $$

Trong đó phép biến đổi ${}^{i-1}T_i$ là hàm của biến q_i của khớp i.

Xét một điểm bất kỳ trên thanh nối i và biểu diễn nó trong hệ toạ độ thanh nối i bằng vectơ ${}^{i}\bar{r}$

$$ {}^{i}\bar{r} = [x_i, y_i, z_i, 1]^T $$

Vị trí của điểm đó trong hệ toạ độ gốc biểu diễn bằng quan hệ:

$$ {}^{o}\bar{r} = {}^{o}T_i \, {}^{i}\bar{r} \tag{4-44} $$

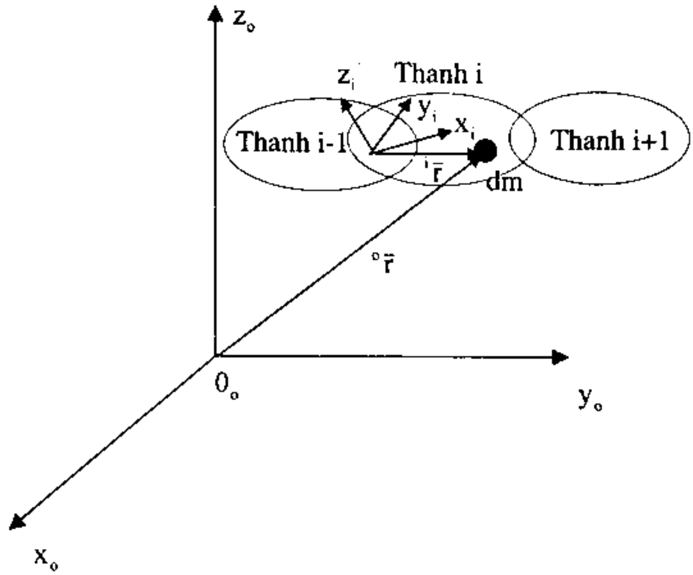
Vì thanh nối là vật thể cứng, nên quan hệ ${}^{i}\bar{r}$ trong thanh nối i là hằng số, tức là:

$$ \frac{d\,{}^{i}\bar{r}}{dt} = 0 \tag{4-45} $$

Lấy đạo hàm phương trình (4-44) và sử dụng (4-45) ta có phương trình sau:

$$ \frac{d\,{}^{o}\bar{r}}{dt} = {}^{o}\dot{\bar{r}} = \frac{d}{dt}({}^{o}T_i)\,{}^{i}\bar{r} + {}^{o}T_i \frac{d\,{}^{i}\bar{r}}{dt} = \left(\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial\, {}^{o}T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) {}^{i}\bar{r} \tag{4-46a} $$

Ghi chú: Do $T_i = f(q_1, q_2, \dots, q_i)$ không phụ thuộc vào q_j $(j > i)$.



Hình 4.2. Mô tả điểm bất kỳ ở thanh nối i.

Nên $\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j} = 0$ (j > I) tức là j = i + 1,..., n), nên thay chỉ số giới hạn i bằng n. Do đó (4-46a) có thể viết thành:

$$\frac{d^0\bar{r}}{dt} = {}^0\dot{\bar{r}} = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j}\dot{q}_j\right){}^i\bar{r} \tag{4-46b}$$

Sử dụng khái niệm vết của ma trận (Trace(A), bình phương tốc độ của một điểm bất kỳ trong thanh nối i được tính như sau:

$${}^0\dot{\bar{r}}^T\,{}^0\dot{\bar{r}} = \mathrm{Trace}\left({}^0\dot{\bar{r}}\,{}^0\dot{\bar{r}}^T\right) = \mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j}\dot{q}_j\,{}^i\bar{r}\right)\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_k}\dot{q}_k\,{}^i\bar{r}\right)^T\right] \tag{4-47}$$

Sau một số phép biến đổi ta có:

$${}^0\dot{\bar{r}}^T\,{}^0\dot{\bar{r}} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\mathrm{Trace}\left(\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j}{}^i\bar{r}\,{}^i\bar{r}^T\frac{\partial^0 T_i^T}{\partial q_k}\right)\dot{q}_j\dot{q}_k \tag{4-48}$$

b. Động năng của một điểm bất kỳ trong thanh nối i có khối lượng dm và ở vị trí ${}^i\bar{r}$ được tính bằng:

$$dK_i = \frac{1}{2}{}^0\dot{\bar{r}}^T\,{}^0\dot{\bar{r}}dm = \frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\mathrm{Trace}\left(\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j}{}^i\bar{r}\,{}^i\bar{r}^T\frac{\partial^0 T_i^T}{\partial q_k}\right)\dot{q}_j\dot{q}_k\right]dm \tag{4-49}$$

Do đó động năng của thanh nối được tính bằng tích phân theo toàn bộ thanh nối i:

$$K_i = \int_{thanh\ i} dK_i = \frac{1}{2}\mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^{o}T_i}{\partial q_j}\left(\int_{thanh\ i} {}^{i}\bar{r}\,{}^{i}\bar{r}^{T}dm\right)\frac{\partial^{o}T_i^{T}}{\partial q_k}\dot{q}_j\dot{q}_k\right] \quad (4\text{-}50)$$

Ký hiệu $J_i = \int_{thanh\ i} {}^{i}\bar{r}\,{}^{i}\bar{r}^{T}dm$ - Ma trận quán tính giả.

$$J_i = \begin{bmatrix} \int_i {}^{i}r_x^{\,2}dm & \int_i {}^{i}r_y\,{}^{i}r_x dm & \int_i {}^{i}r_z\,{}^{i}r_x dm & \int_i {}^{i}r_x dm \\ \int_i {}^{i}r_x\,{}^{i}r_y dm & \int_i {}^{i}r_y^{\,2}dm & \int_i {}^{i}r_z\,{}^{i}r_x dm & \int_i {}^{i}r_y dm \\ \int_i {}^{i}r_x\,{}^{i}r_z dm & \int_i {}^{i}r_y\,{}^{i}r_z dm & \int_i {}^{i}r_z^{\,2}dm & \int_i {}^{i}r_z dm \\ \int_i {}^{i}r_x dm & \int_i {}^{i}r_y dm & \int_i {}^{i}r_z dm & \int_i dm \end{bmatrix} \quad (4\text{-}51)$$

Các phần tử của J_i được xác định như sau:

$$I_{ixx} = \int_{thanh\ i}\left({}^{i}r_y^2 + {}^{i}r_z^2\right)dm$$

$$I_{ixy} = \int_{thanh\ i}\left({}^{i}r_x . {}^{i}r_y\right)dm \quad (4\text{-}52)$$

$$m\bar{x}_i = \int_{thanh\ i} {}^{i}r_x dm$$

Các thành phần I_{iyy}, I_{izz}, I_{ixz}, I_{iyz}, $m_i\bar{y}_i$, $m_i\bar{z}_i$ xác định tương tự như I_{ixx}, I_{ixy} hoặc $m_i\bar{x}_i$.

Khi sử dụng các biểu thức:

$$\int {}^{i}r_x^2 dm = -\frac{1}{2}\int({}^{i}r_y^2 + {}^{i}r_z^2)dm + \frac{1}{2}\int({}^{i}r_x^2 + {}^{i}r_z^2)dm + \frac{1}{2}\int({}^{i}r_x^2 + {}^{i}r_y^2)dm$$
$$= \frac{(-I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz})}{2}$$

$$\int {}^{i}r_y^2 dm = \frac{1}{2}\int({}^{i}r_y^2 + {}^{i}r_z^2)dm - \frac{1}{2}\int({}^{i}r_x^2 + {}^{i}r_z^2)dm + \frac{1}{2}\int({}^{i}r_x^2 + {}^{i}r_y^2)dm$$
$$= \frac{(I_{ixx} - I_{iyy} + I_{izz})}{2}$$

$$\int {}^{i}r_z^2 dm = \frac{1}{2}\int({}^{i}r_y^2 + {}^{i}r_z^2)dm + \frac{1}{2}\int({}^{i}r_x^2 + {}^{i}r_z^2)dm - \frac{1}{2}\int({}^{i}r_x^2 + {}^{i}r_y^2)dm$$
$$= \frac{(I_{ixx} + I_{iyy} - I_{izz})}{2} \quad (4\text{-}53)$$

ma trận quán tính J_i được viết lại như sau:

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{ixx}+I_{iyy}+I_{izz}}{2} & I_{ixy} & I_{ixz} & m_i\bar{x}_i \\ I_{ixy} & \frac{I_{ixx}-I_{iyy}+I_{izz}}{2} & I_{iyz} & m_i\bar{y}_i \\ I_{ixz} & I_{iyz} & \frac{I_{ixx}+I_{iyy}-I_{izz}}{2} & m_i\bar{z}_i \\ m_i\bar{x}_i & m_i\bar{y}_i & m_i\bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (4\text{-}54)$$

trong đó: ${}^i\bar{r} = \left[{}^ir_x \quad {}^ir_y \quad {}^ir_z, 1\right]^T$ - vectơ vị trí của phần tử i;

$\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$ - các thành phần của vectơ tâm khối trong khung toạ độ thanh i.

Tổng động năng của robot được tính như sau:

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial q_k}\dot{q}_j\dot{q}_k\right] \quad (4\text{-}55)$$

Sử dụng tính chất của Trace (PL...) (4-55) được viết thành:

$$K = \frac{1}{2}\mathrm{Trace}\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} h_{jk}\dot{q}_j\dot{q}_k\right] = \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T H(\bar{q})\dot{\bar{q}} \quad (4\text{-}56)$$

trong đó thành phần ma trận h_{jk} được tính theo:

$$H_{jk} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Trace}\left[\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial^0 T^T{}_i}{\partial q_k}\right] \quad (4\text{-}57)$$

Do $\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j} = 0 \quad (j > i)$ nên có thể viết (4-57) thành:

$$H_{jk} = \sum_{i=\max(j,k)}^{n} \mathrm{Trace}\left[\frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial q_k}\right] \quad (4\text{-}58)$$

Do $h_{jk} = h_{kj}$ nên ma trận vuông H(q) là ma trận đối xứng, đồng thời động năng là một đại lượng dương với $\dot{q} \neq 0$, nên các thành phần của H(q) là các số dương.

c. Thế năng của thanh nối thứ i được xác định theo biểu thức:

$$P_i = -m_i g^T {}^0T_i {}^i\bar{r} \quad (4\text{-}59)$$

trong đó: $g = [g_x, g_y, g_z, 1]^T$ - vectơ gia tốc trọng trường;

m_i - khối lượng của thanh nối;

${}^i\bar{r}$ - vectơ vị trí thanh nối i trong hệ toạ độ của thanh nối i.

Tổng thế năng của hệ thống là:

$$P = -\sum_{i=1}^{n} m_i g^{T\,o} T_i{}^i \bar{r} \qquad (4\text{-}60)$$

Chú ý rằng $m_i{}^i r$ là cột thứ tư của ma trận J_i nên có thể viết tổng thế năng

như sau: $$P = -\sum_{i=1}^{n} g^{T\,o} T_i(q) J_i e_4 \qquad (4\text{-}61)$$

Với $e_4 = [0\;0\;0\;1]^T$

d. Hàm Lagrange của robot là:

$$L = \sum_{i=1}^{n} (K_i - P_i) \qquad (4\text{-}62)$$

$$L(\bar{q},\dot{\bar{q}}) = K(\bar{q},\dot{\bar{q}}) - P(\bar{q}) = \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T H(\bar{q})\dot{\bar{q}} - P(\bar{q}) \qquad (4\text{-}63)$$

Thay các biểu thức tính K (4-56) và P (4-60) vào (4-62), sau một số phép biến đổi ta nhận được hàm Lagrange có dạng sau:

$$L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \mathrm{Trace}\left(\frac{\partial^o T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial^o T^T{}_i}{\partial q_k}\right)\dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{i=1}^{n} m_i g^{T\,o} T_i{}^i \bar{r} \qquad (4\text{-}64)$$

e. Tính các thành phần của phương trình động lực học:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{q}}} = \frac{\partial K}{\partial \dot{\bar{q}}} = H(\bar{q})\dot{\bar{q}} \qquad (4\text{-}65)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{q}}} = H(\bar{q})\ddot{\bar{q}} - \dot{H}(\bar{q})\dot{\bar{q}} \qquad (4\text{-}66)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{q}} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \bar{q}}\left[\dot{\bar{q}}^T H(\bar{q})\dot{\bar{q}}\right] - \frac{\partial P(\bar{q})}{\partial \bar{q}} \qquad (4\text{-}67)$$

Do đó phương trình động lực học robot có dạng:

$$H(\bar{q})\ddot{\bar{q}} + \dot{H}(\bar{q})\dot{\bar{q}} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \bar{q}}\left[\dot{\bar{q}}^T H(\bar{q})\dot{\bar{q}}\right] + \frac{\partial P(\bar{q})}{\partial \bar{q}} = \overline{M} \qquad (4\text{-}68)$$

Ký hiệu: $$V(\bar{q},\dot{\bar{q}}) = \dot{H}(\bar{q})\dot{\bar{q}} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \bar{q}}\left[\dot{\bar{q}}^T H(\bar{q})\dot{\bar{q}}\right] = \dot{H}\dot{q} - \frac{\partial K}{\partial \bar{q}} \qquad (4\text{-}69)$$

- thành phần mômen nhớt và hướng tâm

$$G(\bar{q}) = \frac{\partial P(\bar{q})}{\partial \bar{q}} \qquad (4\text{-}70)$$ - thành phần mômen trọng lực.

Khi đó phương trình động lực học có dạng như sau:

$$H(\bar{q})\ddot{\bar{q}} + V(\bar{q},\dot{q}) + G(\bar{q}) = \overline{M} \qquad (4\text{-}71)$$

Tính các biểu thức (4-64) ÷ (4-70) sẽ nhận được các biểu thức sau:

Mômen của khớp i được xác định theo (4-10) với hàm Lagrange tính theo:

$$M_i = \sum_{j=1}^{n} H_{ij}\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} D_{ijk}\dot{q}_j\dot{q}_k + D_i \tag{4-72}$$

trong đó: $$H_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^{n} \mathrm{Trace}\left(\frac{\partial^0 T_p}{\partial q_j} J_p \frac{\partial^0 T_p^T}{\partial q_i}\right) \; (i,j = 1,2,...,n) \tag{4-72a}$$

$$v_i(q,\dot{q}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{j}\sum_{p=\max(i,j,k)}^{j} \mathrm{Trace}\left(\frac{\partial^{2\,0} T_p}{\partial q_j \partial q_k} J_p \frac{\partial^0 T_p}{\partial q_i}\right)\dot{q}_k\dot{q}_j \;\; (i, j, k = 1, 2, ..., n)$$

(4-72b)

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^{n} \mathrm{Trace}\left(\frac{\partial^{2\,0} T_p}{\partial q_j \partial q_k} J_p \frac{\partial^0 T_p^T}{\partial q_i}\right) \tag{4-72c}$$

$$g_i = -\sum_{p=1}^{n} m_p g^T \frac{\partial^0 T_p}{\partial q_j} {}^p\overline{r} \tag{4-72d}$$

Các phương trình (4-68) ÷ (4-72) có cùng dạng với phương trình động lực học nhận được ở mục 2 của 4.3. Trong đó: H(q) là ma trận vuông đối xứng (nxn) biểu thị ma trận mômen quán tính với phần tử H(i,j) xác định theo (4-72a); $V(\overline{q},\dot{\overline{q}})$ là vectơ (nx1) biểu thị thành phần lực hướng tâm và lực nhớt và G(q) là vectơ (nx1) biểu thị mômen trọng lực. Các thành phần mômen quán tính và trọng lực có ảnh hưởng lớn đến độ ổn định và độ chính xác vị trí của robot; Các lực hướng tâm và nhớt chỉ có ảnh hưởng lớn khi robot di chuyển với tốc độ cao.

Thành phần V có thể viết tách thành:

$$V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) = C(\overline{q},\dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}}$$

Do đó phương trình động lực học được viết ở dạng:

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C(\overline{q},\dot{q})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) = \overline{M} \tag{4-73}$$

Thực tế trong cơ cấu robot tồn tsị lực ma sát nhớt và lực ma sát tĩnh nên một cách tổng quát, phương trình động lực học robot có dạng sau:

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C(\overline{q},\dot{q})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) + F_v\dot{\overline{q}} + \overline{F}_d(\dot{\overline{q}}) + \overline{M}_d = \overline{M}$$

trong đó: F_v - ma trận hệ số ma sát nhớt;

$\overline{F}_d(\dot{\overline{q}})$ - vectơ lực ma sát tĩnh;

$\overline{M}_d$ - vectơ mômen nhiễu gây ra bởi mô hình động lực học không chính xác.

Nếu kể cả ngoại lực tác động vào tay robot, mômen khớp phải được cộng thêm thành phần mômen gây ra bởi lực tác dụng lên tay (4-102):

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C(\overline{q},\dot{q})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) + F_v\dot{\overline{q}} + \overline{F}_d(\dot{\overline{q}}) + \overline{M}_d = \overline{M} + \overline{M}_f$$

Ví dụ 4.1: Sử dụng phương trình động lực dạng tổng quát để xây dựng phương trình động lực học của robot 2 thanh nối ở hình 4.1.

Với cấu hình robot 2 thanh nối ở hình 4.1, áp dụng phương pháp đặt khung toạ độ D-H, nhận được ma trận A_1 và A_2 như sau:

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận biểu diễn quan hệ khung toạ độ thanh nối 1 và 2 so với khung toạ độ gốc tương ứng là:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0T_2 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1C_1 + l_2C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1S_1 + l_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4\text{-}74)$$

Tính các đạo hàm riêng của ma trận biến đổi ${}^0T_1$ và ${}^0T_2$ tương ứng so với các biến khớp 1, 2:

$$\frac{\partial^0 T_1}{\partial q_1} = \frac{\partial^0 T_1}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -S_1 & -C_1 & 0 & -l_1S_1 \\ C_1 & -S_1 & 0 & l_1C_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4\text{-}75a)$$

$$\frac{\partial^0 T_1}{\partial \theta_2} = 0 \quad (4\text{-}75b)$$

$$\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_1} = \frac{\partial^0 T_2}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -S_{12} & -C_{12} & 0 & -l_1S_1 - l_2S_{12} \\ C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1C_1 + l_2C_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4\text{-}75c)$$

$$\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} = \frac{\partial^0 T_2}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} -S_{12} & -C_{12} & 0 & -l_2S_{12} \\ C_{12} & -S_{12} & 0 & l_2C_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4-75d}$$

Sử dụng (4-72a), tính H_{ij} (i, j = 1, 2):

$$H_{11} = \sum_{p=1}^{2} Trace\left(\frac{\partial^0 T_p}{\partial q_1} J_p \frac{\partial^0 T_p^T}{\partial q_1}\right) = Trace\left(\frac{\partial^0 T_1}{\partial q_1} J_1 \frac{\partial^0 T_1^T}{\partial q_1}\right) + Trace\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_1} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_1}\right) \tag{4-76a}$$

$$H_{12} = \sum_{p=2}^{2} Trace\left(\frac{\partial^0 T_p}{\partial q_2} J_p \frac{\partial^0 T_p^T}{\partial q_1}\right) = Trace\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_1}\right) \tag{4-76b}$$

$$H_{21} = \sum_{p=2}^{2} Trace\left(\frac{\partial^0 T_p}{\partial q_1} J_p \frac{\partial^0 T_p^T}{\partial q_2}\right) = Trace\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_1} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_2}\right) \tag{4-76c}$$

$$H_{22} = \sum_{p=2}^{2} Trace\left(\frac{\partial^0 T_p}{\partial q_2} J_p \frac{\partial^0 T_p^T}{\partial q_2}\right) = Trace\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_2}\right) \tag{4-76d}$$

Mômen quán tính giả của khớp 1, 2 được xác định bằng sử dụng (4-52) ÷ (4-54):

$$J_1 = \begin{bmatrix} a_1^2m_1 & 0 & 0 & -a_1m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_1m_1 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix}; J_2 = \begin{bmatrix} a_2^2m_2 & 0 & 0 & -a_2m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2m_2 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \tag{4-77}$$

trong đó: $a_1 = l_1 - l_{g1}$ - khoảng cách từ tâm khối thanh 1 đến gốc khung toạ độ thanh 1;

$a_2 = l_2 - l_{g2}$ - khoảng cách từ tâm khối thanh 2 đến gốc khung toạ độ thanh 2.

Theo (4-76), sử dụng (4-74); (4-75) và (4-77) lần lượt tính được H_{11}, H_{12}, H_{21} và H_{22}:

$$\begin{aligned} H_{11} &= Trace\left(\frac{\partial^0 T_1}{\partial q_1} J_1 \frac{\partial^0 T_1^T}{\partial q_1}\right) + Trace\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_1} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_1}\right) \\ &= J_1 + l_{g1}^2m_1 + (l_1^2 + l_{g2}^2 + 2l_1l_{g2}C_2)m_2 + J_2 \end{aligned} \tag{4-78a}$$

$$H_{12} = \text{Trace}\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^{\text{t}}}{\partial q_1}\right) = (l_{g2}^2 + l_1 l_{g2} C_2) m_2 + J_2 \quad (4\text{-}78b)$$

$$H_{21} = \text{Trace}\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_1}\right) = (l_{g2}^2 + l_1 l_{g2} C_2) m_2 + J_2 \quad (4\text{-}78c)$$

$$H_{22} = \text{Trace}\left(\frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_2}\right) = l_{g2}^2 m_2 + J_2 \quad (4\text{-}78d)$$

Các thành phần D_{111}, D_{112} được xác định theo (4-72c) với sử dụng (4-74), (4-75) và (4-77):

$$D_{111} = \text{Trace}\left(\frac{\partial^{2\,0} T_1}{(\partial q_1)^2} J_1 \frac{\partial^0 T_1^T}{\partial q_1}\right) + \text{Trace}\left(\frac{\partial^{2\,0} T_2}{(\partial q_1)^2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_1}\right) = 0 \quad (4\text{-}79a)$$

$$D_{112} = \text{Trace}\left(\frac{\partial^{2\,0} T_2}{\partial q_1 \partial q_2} J_2 \frac{\partial^0 T_2^T}{\partial q_1}\right) = -m_2 l_1 l_{g2} S_2 \quad (4\text{-}79b)$$

Tương tự, có thể tính được các hệ số D_{122} và D_{211}:

$$D_{122} = -m_1 l_1 l_{g2} S_2 \text{ và } D_{211} = m_1 l_1 l_{g2} S_2 \quad (4\text{-}80)$$

Sử dụng (4-72d), các thành phần g_1 và g_2 được tính như sau:

$$g_1 = -m_1 \bar{g}^T \frac{\partial^0 T_1}{\partial q_1} {}^1\bar{r} - m_2 g^T \frac{\partial^0 T_2}{\partial q_1} {}^2\bar{r} = m_1 l_{g1} g C_1 + m_2 g (l_1 C_1 + l_{g2} C_{12})$$

(4-81a)

$$g_2 = -m_1 \bar{g}^T \frac{\partial^0 T_1}{\partial q_2} {}^1\bar{r} - m_2 g^T \frac{\partial^0 T_2}{\partial q_2} {}^2\bar{r} = m_2 g l_{g2} C_{12} \quad (4\text{-}81b)$$

trong đó: $\bar{g}^T = [0, -g, 0, 1]^T$;

${}^1\bar{r}, {}^2\bar{r}$ - tương ứng là vectơ vị trí điểm trọng tâm của thanh 1, 2 trong khung toạ độ thanh nối 1, 2.

$${}^1\bar{r} = [-a_1, 0, 0, 1]^T \text{ và } {}^2\bar{r} = [-a_2, 0, 0, 1]^T$$

Vậy phương trình động lực học của robot 2 thanh nối được viết ở dạng (4-72):

$$M_1 = H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 + D_{111}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1 + D_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + D_{121}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + D_{122}\dot{\theta}_2^2 + g_1 \quad (4\text{-}82a)$$

$$M_2 = H_{21}\ddot{\theta}_1 + H_{22}\ddot{\theta}_2 + D_{211}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1 + D_{212}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + D_{221}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + D_{222}\dot{\theta}_2^2 + g_2 \quad (4\text{-}82b)$$

Với: H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22} xác định theo (4-78a) ÷ (4-78d);

$D_{111} = 0$;

$D_{112} = D_{122} = D_{121} = -D_{211}$ tính theo (4-79b) và (4-80);
$D_{212} = D_{221} = D_{222} = 0$;
g_1, g_2 tính theo (4-81a) và (4-81b).

4.5. Hệ phương trình trạng thái động lực học của robot n thanh nối

Để viết phương trình động lực học ở dạng phương trình trạng thái, ta định nghĩa các vectơ sau:

a. Vectơ trạng thái bậc n cho hệ thống:

$$\overline{X}(t)=\left[\overline{x}_1^T,\overline{x}_2^T,......,\overline{x}_i^T,.....\overline{x}_n^T\right]^T \quad (4\text{-}83)$$

trong đó $\overline{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}]^T = [q_i, \dot{q}_i]^T$ - là vectơ trạng thái của thanh i.

b. Vectơ đầu vào bậc n:

$$\overline{U} = [u_1, u_2, ..., u_n]^T = [M_1, M_2, ..., M_n]^T \quad (4\text{-}84)$$

trong đó $u_i = M_i$ - là mômen đặt vào cơ cấu chấp hành của thanh thứ i.

Phương trình động lực học của robot (4-71) có thể viết dưới dạng sau:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ M_n \end{bmatrix} \quad (4\text{-}85)$$

Sử dụng ký hiệu vectơ (4-83) và (4-84), phương trình (4-71) có thể viết ở dạng phương trình trạng thái mô tả robot như sau:

$$\dot{\overline{X}}(t) = f(\overline{X}(t), \overline{U}(t)) \quad (4\text{-}86)$$

ở đây: f (.) là hàm vectơ phi tuyến ($2n \times 1$) và khả vi liên tục.

Khi đó nhận được n hệ phương trình trạng thái theo n khớp, trong đó phương trình trạng thái thứ nhất của mỗi khớp là:

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{21} = x_{22} \\ \quad\vdots \\ \dot{x}_{n1} = x_{n2} \end{cases} \quad (4\text{-}87)$$

Phương trình thứ hai có thể được xác định bằng cách giải phương trình sau:

$$H(\overline{q})\begin{bmatrix}\dot{x}_{12}\\ \vdots\\ \dot{x}_{n2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}v_1(x_{11},x_{12})\\ \vdots\\ v_n(x_{n1},x_{n2})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g_1(x_{11})\\ \vdots\\ g_n(x_{n1})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_1\\ \vdots\\ u_n\end{bmatrix} \quad (4\text{-}88)$$

Vì ma trận quán tính H là không đơn nhất nên có thể biểu diễn các vectơ trạng thái như sau:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{12}\\ \vdots\\ \dot{x}_{n2}\end{bmatrix}=H^{-1}\begin{bmatrix}M_1\\ \vdots\\ M_n\end{bmatrix}-H^{-1}\left(\begin{bmatrix}v_1(x_{11},x_{12})\\ \vdots\\ v_n(x_{n1},x_{n2})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g_1(x_{11})\\ \vdots\\ g_n(x_{n1})\end{bmatrix}\right) \quad (4\text{-}89)$$

Hoặc (4-89) có thể viết như sau:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{12}\\ \vdots\\ \dot{x}_{n2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_1(X)\\ \vdots\\ f_n(X)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_{11} & \cdots & b_{1n}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ b_{n1} & \cdots & b_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ \vdots\\ u_n\end{bmatrix} \quad (4\text{-}90)$$

Từ đó hệ phương trình trạng thái cho khớp i là:

$$\begin{cases}\dot{x}_{i1}=x_{i2}\\ \dot{x}_{i2}=f_{i2}(\overline{X})+b_{i2}(\overline{X})\overline{U}(t)\end{cases} \quad (4\text{-}91)$$

trong đó: $f_{i2}(.)$ là thành phần thứ i của ma trận $-H^{-1}(\overline{q})\left(V(\overline{q},\dot{\overline{q}})+g(\overline{q})\right)$;

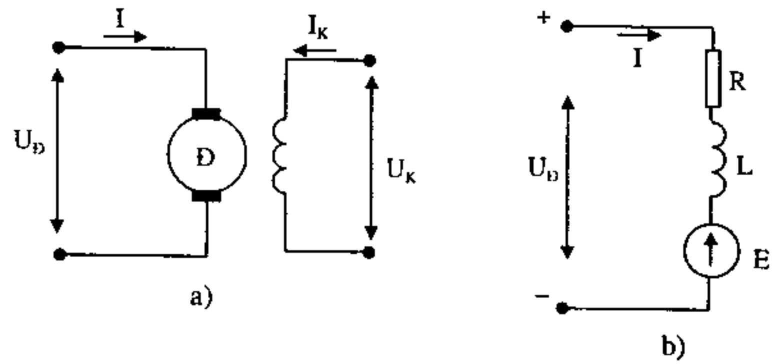
$b_{i2}(\overline{X})$ là hàng thứ i của ma trận $H^{-1}(\overline{q})$.

4.6. Động lực học của robot với cơ cấu chấp hành

4.6.1. Động lực học của robot với cơ cấu chấp hành bậc 2

Hệ thống chuyển động robot gồm cơ cấu cơ khí và hệ thống truyền động. Có ba dạng hệ thống truyền động khớp robot: Hệ thống truyền động điện với động cơ điện, hệ thống truyền động thuỷ lực và hệ thống truyền động khí nén. Trong mục này sẽ đề cập đến động lực học của hệ thống robot với hệ thống truyền động điện sử dụng động cơ một chiều.

Hệ thống cơ khí thông thường có quán tính lớn so với quán tính hệ thống truyền động điện, do đó ở đây, xét hệ thống truyền động điện động cơ một chiều với bỏ qua điện cảm phần ứng động cơ. Sơ đồ nguyên lý và sơ đồ thay thế động cơ một chiều ở hình 4.3.



Hình 4.3. Sơ đồ động cơ điện một chiều:
a- Sơ đồ nguyên lý;
b- Sơ đồ thay thế.

Phương trình mô tả động cơ một chiều truyền động khớp i có dạng:

$$U_{Đi} = R_i I_i + K_{ei}\omega_{Đi} \qquad (4\text{-}92a)$$

$$M_{Đi} - M_{ci} = J_{Đi}\dot{\omega}_{Đi} + B_{Đi}\omega_{Đi} + M_{oi} \qquad (4\text{-}92b)$$

$$M_{Đi} = K_{mi} I_i \qquad (4\text{-}92c)$$

trong đó: $U_{Đi}$ - điện áp phần ứng động cơ truyền động khớp i;

I_i - dòng điện phần ứng động cơ truyền động khớp i;

R_i - điện trở phần ứng động cơ truyền động khớp i;

$\omega_{Đi}$ - tốc độ góc động cơ truyền động khớp i;

K_{ei} - hệ số sức điện động;

K_{mi} - hệ số mômen;

$J_{Đi}$ - mômen quán tính động cơ truyền động khớp i;

$B_{Đi}$ - hệ số ma sát nhớt động cơ truyền động khớp i;

$M_{Đi}$, M_{ci}, M_{oi} - tương ứng là mômen động cơ, mômen cản động cơ và mômen không tải khớp i.

Kết hợp 3 phương trình (4-92a)-(4-92c), sau một số phép biến đổi nhận được phương trình:

$$K_{ui} U_{Di} = J_{Di}\ddot{q}_{Di} + B_i \dot{q}_{Di} + K_{gi} M_i + M_{oi} \qquad (4\text{-}93)$$

với: $q_{Đi}$ - góc quay động cơ thứ i;

$K_{gi} = \dfrac{q_i}{q_{Đi}}$ - tỷ số truyền hộp số;

$B_i = B_{Đi} + \dfrac{K_{ei}K_{mi}}{R_i}$ và $K_{ui} = \dfrac{K_{mi}}{R_i}$.

Sử dụng khái niệm ma trận đường chéo và vectơ, phương trình vectơ mô tả hệ thống các động cơ của các khớp robot được viết dạng sau:

$$K_U \overline{U}_Đ = J_Đ \ddot{\overline{q}}_Đ + B\dot{\overline{q}}_Đ + K_g \overline{M} + \overline{M}_o \quad (4\text{-}94)$$

trong đó: $\overline{M}$ - vectơ mômen khớp;

$\overline{U}_Đ$ - vectơ điện áp động cơ truyền động các khớp;

$\overline{q}_Đ$ - vectơ vị trí góc quay động cơ truyền động khớp;

K_U, $J_Đ$, B, K_g - các ma trận đường chéo (diag(.));

$K_U = diag(k_{ui})$; $J_Đ = diag(J_{Đi})$; $B = diag(B_i)$, $K_g = diag(k_{gi})$

Quan hệ vectơ vị trí khớp và vectơ vị trí động cơ biểu diễn ở dạng:

$$\overline{q} = K_g \overline{q}_Đ \quad \Rightarrow \quad \overline{q}_Đ = K_g^{-1} \overline{q} \quad (4\text{-}95)$$

Phương trình động lực học của cơ cấu chuyển động robot có dạng tổng quát như (4-73):

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C(\overline{q}, \dot{q})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) = \overline{M} \quad (4\text{-}96)$$

Thay (4-95) và (4-96) vào (4-94), nhận được phương trình động lực học của cơ cấu chuyển động và động cơ điện với đầu ra là vectơ vị trí khớp như sau:

$$\left[J_D + K_g^2 H(\overline{q})\right]\ddot{\overline{q}} + \left[B + K_g^2 C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})\right]\dot{\overline{q}} + K_g \overline{M}_o + K_g^2 G(\overline{q}) = K_g K_U \overline{U}_D \quad (4\text{-}97a)$$

hoặc với đầu ra là vectơ vị trí động cơ là:

$$\left[J_D + K_g^2 H(\overline{q})\right]\ddot{\overline{q}}_D + \left[B + K_g^2 C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})\right]\dot{\overline{q}}_D + \overline{M}_o + K_g G(\overline{q}) = K_U \overline{U}_D \quad (4\text{-}97b)$$

Ký hiệu: $H^1(\overline{q}) = J_Đ + K_g^2 H(\overline{q})$

$$C^1(\overline{q}, \dot{\overline{q}}) = B + K_g^2 C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})$$

$$G^1(\overline{q}) = K_g^2 G(\overline{q})$$

$$K^1 = K_g K_U$$

Phương trình (4-97a) có dạng tổng quát sau:

$$H^1(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C^1(\overline{q}, \dot{q})\dot{\overline{q}} + G^1(\overline{q}) + K_g \overline{M}_o = K^1 \overline{U}_Đ \quad (4\text{-}98)$$

Phương trình (4-98) có dạng tương tự như phương trình (4-96). Phương trình (4-96) mô tả động lực học của hệ thống chuyển động cơ khí của robot với $\overline{M}$ là vectơ mômen khớp. Phương trình (4-98) là phương trình động lực học của hệ thống chuyển động cơ khí và động cơ truyền động với $\overline{U}_Đ$ là vectơ điện áp phần ứng động cơ truyền động các khớp robot.

4.6.2. Động lực học của các khớp độc lập

Dạng tổng quát của phương trình động lực học robot và động cơ truyền động có dạng như (4-98):

$$H^{I}(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C^{I}(\overline{q},\dot{q})\dot{\overline{q}} + G^{I}(\overline{q}) + \overline{M}_{o} = K^{I}\overline{U}_{D}$$

Phương trình động lực học cho khớp i được viết ở dạng sau:

$$\left[J_{Đii} + K_{gi}^{2}H_{ii}(\overline{q})\right]\ddot{q}_{i} + \left[B_{i} + K_{gi}^{2}C_{ii}(\overline{q},\dot{\overline{q}})\right]\dot{q}_{i} + K_{gi}M_{oi} + K_{gi}^{2}G_{i}(\overline{q}) = K_{gi}K_{Ui}U_{Đi} \tag{4-99}$$

trong đó: H_{ii} - thành phần đường chéo (phần tử (i,i)) của ma trận H;

C_{ii} - thành phần đường chéo (phần tử (i,i)) của ma trận C;

G_{i} - thành phần hàng i của ma trận G.

Bằng viết tách ma trận H_{ii} thành hai thành phần:

$$H_{ii} = \overline{H}_{ii} + \Delta H_{ii} \tag{4-100a}$$

với: $\overline{H}_{ii}$ - thành phần chỉ phụ thuộc vào các tham số hằng số khớp i, ví dụ: mômen quán tính, khối lượng khớp i,...

$\Delta H_{ii}(\overline{q})$ - thành phần phụ thuộc vào các biến khớp i và tham số và biến khớp khác.

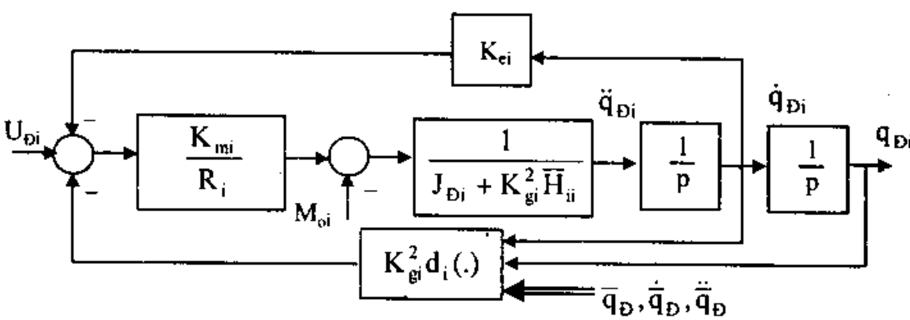
Phương trình (4-99) được viết ở dạng sau:

$$[J_{Di} + K_{gi}^{2}\overline{H}_{ii}]\ddot{q}_{i} + B_{i}\dot{\overline{q}}_{i} + K_{gi}M_{oi} =$$

$$= K_{gi}K_{Ui}U_{Di} - k_{gi}^{2}[\Delta H_{ii}\ddot{q}_{i} + C_{i}(\overline{q},\dot{\overline{q}})\dot{q}_{i} + G_{i}(\overline{q})] \tag{4-101}$$

Phương trình (4-101) gồm hai thành phần: thành phần tuyến tính chỉ phụ thuộc các tham số của khớp i; thành phần phi tuyến ràng buộc phụ thuộc vào các tham số của khớp i và khớp khác. Thành phần ràng buộc được viết ở dạng:

$$k_{gi}^{2}d_{i} = k_{gi}^{2}[\Delta H_{ii}\ddot{q}_{i} + C_{i}(\overline{q},\dot{\overline{q}})\dot{q}_{i} + G_{i}(\overline{q})] \tag{4-102}$$



Hình 4.4. Sơ đồ cấu trúc động cơ - khớp robot.

Nếu hộp giảm tốc có hệ số k_{gi} nhỏ, có thể coi thành phần $K_{gi}^{-1}d_i$ là thành phần nhiễu của khớp i. Điều đó cho phép tách rời độc lập các khớp robot và việc thiết kế các bộ điều khiển các khớp robot sẽ đơn giản hơn. Phương trình (4-101) được biểu diễn ở sơ đồ cấu trúc như hình 4.4.

4.7. Lực và mômen tĩnh

Trong dây chuyền sản xuất, robot có thể làm việc ở trạng thái cân bằng khi tay robot mang một vật và không chuyển động. Trong trạng thái làm việc đó, có thể coi robot chịu một tác dụng một ngoại lực. Các lực hoặc mômen sinh ra ở các khớp cần thiết để giữ robot ở trạng thái cân bằng gọi là các lực hoặc mômen tĩnh. Trong mục này trước hết sẽ nghiên cứu mối quan hệ các lực và mômen giữa các hệ toạ độ khác nhau và áp dụng cụ thể cho robot. Sau đó sẽ trình bày phương pháp xác định lực và mômen tĩnh ở các khớp.

4.7.1. Phép biến đổi lực và mômen giữa các hệ toạ độ

Lực và mômen là các đại lượng vectơ được biểu diễn ở các hệ toạ độ khác nhau. Ký hiệu vectơ lực là: $\overline{F}_f = [F_x, F_y, F_z]^T$ và vectơ mômen là: $\overline{F}_m = [M_x, M_y, M_z]^T$.

Khi nghiên cứu quan hệ lực và mômen giữa các hệ trục toạ độ, dùng vectơ $\overline{F}$ biểu diễn chung cho cả vectơ lực và mômen trong hệ toạ độ gốc:

$$\overline{F} = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T \qquad (4\text{-}103)$$

trong đó: F_x, F_y, F_z – 3 thành phần lực trên 3 trục của hệ toạ độ gốc;

M_x, M_y, M_z - 3 thành phần mômen trên 3 trục của hệ toạ độ gốc.

Tương tự, vectơ lực và mômen trong hệ toạ độ C được biểu diễn bằng vectơ ${}^C\overline{F}$.

Khi có một lực $\overline{F}$ tác dụng vào vật ở hệ toạ độ gốc sẽ gây ra các lực tương đương tác dụng ở các hệ toạ độ khác nhau gắn cứng với vật. Các lực tương đương này có thể xác định theo phương pháp "dịch chuyển ảo" được trình bày dưới đây.

Một ngoại lực $\overline{F}$ tác dụng lên vật gây ra 1 vi phân dịch chuyển ảo $\partial\overline{S}$ ở hệ tọa độ gốc và lực ${}^C\overline{F}$ tương đương gây ra một dịch chuyển ảo tương đương ${}^C\partial\overline{S}$ ở hệ toạ độ C gắn cứng với vật đó. Giả thiết dịch chuyển rất nhỏ không

làm thay đổi năng lượng của hệ thống. Khi đó tác dụng của lực $\overline{F}$ và ${}^{C}\overline{F}$ lên vật sẽ cân bằng với nhau và bằng:

$$\overline{F}^{T}\delta\overline{S}={}^{C}\overline{F}^{T}\,{}^{C}\delta\overline{S} \qquad (4\text{-}104)$$

trong đó: $\delta S = [dx, dy, dz, \delta x, \delta y, \delta z]^{T}$ (4-105)

với dx, dy, dz là các thành phần dịch chuyển tịnh tiến theo 3 trục toạ độ và δx, δy, δz là các thành phần dịch chuyển quay theo 3 trục toạ độ.

Độ dịch chuyển ${}^{C}\delta\overline{S}$ ở hệ toạ độ C và độ dịch chuyển δS ở hệ toạ độ gốc và các độ dịch chuyển đó liên hệ với nhau qua phương trình (3-27):

$${}^{C}\delta\overline{S}={}^{C}J\delta\overline{S} \qquad (4\text{-}106)$$

với ${}^{C}J$ là ma trận Jacobien đối với khung toạ độ C.

Thay (4-106) vào (4-104) nhận được:

$$\overline{F}^{T}\delta\overline{S}={}^{C}\overline{F}^{T}\,{}^{C}J\,{}^{C}\delta\overline{S} \qquad (4\text{-}107)$$

Quan hệ (4-107) đúng với mọi dịch chuyển $\delta S \neq 0$ nên ta có:

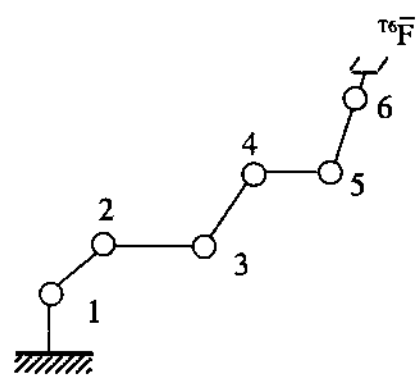
$$\overline{F}^{T}={}^{C}\overline{F}^{T}\,{}^{C}J \qquad (4\text{-}108)$$

hoặc: $\overline{F}={}^{C}J^{T}\,{}^{C}\overline{F}$ (4-109)

4.7.2. Lực và mômen của các khớp

Dựa trên phép biến đổi lực và mômen giữa các hệ toạ độ, ở mục này sẽ xác định mối quan hệ giữa các lực và mômen ở hệ toạ độ bàn tay robot và ở các hệ tọa độ khớp.

Xét một robot 6 bậc tự do chịu một ngoại lực ${}^{T6}\overline{F}$ tác dụng ở hệ toạ độ bàn tay robot như hình 4.5. Nếu các cơ cấu truyền động của các khớp không làm việc, tay robot sẽ không chuyển động. Khi đó để giữ cho tay robot ở trạng thái cân bằng thì các khớp phải sinh ra các mômen tương đương cân bằng với ngoại lực.



Hình 4.5. Cấu trúc robot 6 bậc tự do.

Công thực hiện bởi lực tác dụng lên bàn tay robot sẽ cân bằng với công thực hiện do các lực và mômen ở các khớp, nên ta có:

$$^{T6}\overline{F}^{T}\,{}^{T6}\delta S = M^{T}\delta\overline{q} \qquad (4\text{-}110)$$

trong đó: $^{T6}\overline{G}$ - vectơ lực tác dụng ở hệ toạ độ bàn tay robot, gồm 3 thành phần lực và 3 thành phần mômen theo 3 trục toạ độ;

$^{T6}\delta\overline{S}$ - độ dịch chuyển của bàn tay robot

$\overline{M}$ - vectơ cột biểu thị mômen của các khớp robot có thành phần là lực đối với khớp tịnh tiến và mômen đối với khớp quay.

$\delta\overline{q}$ - vectơ cột biểu thị độ dịch chuyển của các khớp có thành phần là δd_i đối với khớp tịnh tiến và $\delta\theta_i$ đối với khớp quay.

Độ dịch chuyển của bàn tay robot và các dịch chuyển của các khớp liên hệ bằng phương trình (3-27):

$$^{T6}\delta\overline{S} = {}^{T6}J\delta\overline{q} \qquad (4\text{-}111)$$

trong đó: ^{T6}J - Ma trận Jacobien của robot

Thay (4-111) vào (4-110) nhận được phương trình:

$$^{T6}\overline{F}^{T}\,{}^{T6}J = \overline{M}^{T} \qquad (4\text{-}112)$$

Hoặc vectơ mômen khớp được viết ở dạng:

$$\overline{M} = {}^{T6}J^{T}\,{}^{T6}\overline{F} \qquad (4\text{-}113)$$

Biểu thức (4-113) đúng với robot có số bậc tự do bất kỳ và cho phép tính toán mômen cần thiết của các khớp đảm bảo giữ robot ở trạng thái cân bằng (không chuyển động) khi biết lực và mômen tác dụng vào tay robot.

Ví dụ 8.2: Robot Stanford có cấu hình như hình 2.22.

Ma trận Jacobien là:

$$J = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

và lực tác dụng lên tay robot là: $^{T6}\overline{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 100 & 0 & -200 & 1000 \end{bmatrix}^{T}$

Xác định vectơ mômen cần thiết của khớp.

Giải:

Áp dụng (4-102) tính được vectơ mômen của các khớp:

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ F_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -6 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 20 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ -200 \\ 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1000 \\ 2000 \\ 0 \\ -200 \\ 0 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Bài tập

4.1. Cho robot dạng 2 thanh nối có các tham có cấu hình như hình 4.1 và có các tham số sau:

$l_1 = l_2 = 1$ m; $l_{g1} = l_{g2} = 0,5$ m; $m_1 = m_2 = 50$ kg; $J_1 = J_2 = 10$ kg m^2

Góc ban đầu của các khớp robot là $\theta_1 = 0$ rad; $\theta_2 = \pi/6$. Các khớp chuyển động đều với tốc độ $\pi/15$ rad/s trong thời gian 5 s. Bỏ qua quá trình gia tốc và giảm tốc.

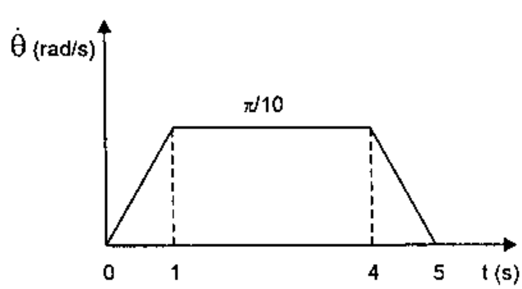
Tính các đại lượng sau cho các khớp ở các thời điểm ban đầu: 2,5 s và 5 s.

a. Hệ số quán tính và mômen quán tính;
b. Hệ số hướng tâm và mômen hướng tâm;
c. Hệ số nhớt và mômen nhớt;
d. Trọng lực.
e. Mômen khớp.

4.2. Cho robot dạng 2 thanh nối như bài 1:

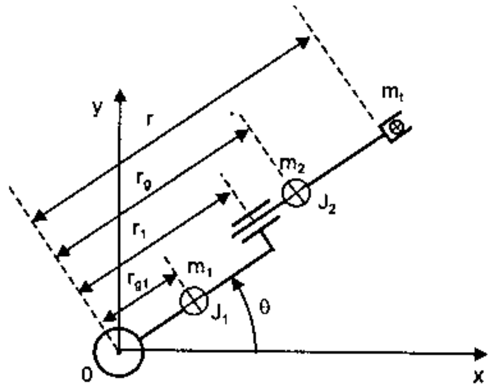
Góc ban đầu của các khớp robot là $\theta_1 = 0$ rad; $\theta_2 = 0$ rad. Các khớp chuyển động với đồ thị tốc độ như hình 4.6.

Tính mômen các khớp ở các thời điểm ban đầu; 1,0 s và 2,5; 4,0 và 5 s.



Hình 4.6. Đồ thị tốc độ khớp.

4.3. Xây dựng hệ phương trình động lực học cho robot $\theta - r$ có cấu hình như hình 4.7.



Hình 4.7. Cấu hình robot θ - r.

4.4. Cho robot dạng $\theta - r$ chuyển động từ $\theta = 0$ đến $\pi/2$; $\dot{\theta} = 1/10$ rad/s;

$\dot{r} = 0{,}01$ m/s; $r_1 = 1$ m; $r_{g1} = 0{,}5$ m; $r_g = r - 0{,}5$ m; $m_1 = m_2 = 10$ kg; $J_1 = J_2 = 2$ kg m^2

Giá trị ban đầu $r_0 = 1$ m;

Hãy tính các đại lượng sau ở các góc 0, $\pi/4$, $\pi/2$.

a. Hệ số quán tính và mômen quán tính;

b. Hệ số hướng tâm và mômen hướng tâm;

c. Hệ số nhớt và mômen nhớt;

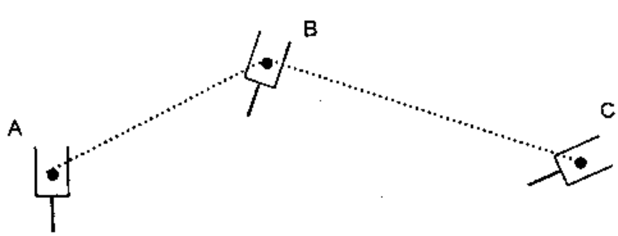
d. Trọng lực.

CHƯƠNG 5
THIẾT KẾ QUỸ ĐẠO CHUYỂN ĐỘNG

5.1. Khái niệm

Các chương trước đã trình bày về động học vị trí và động lực học robot. Sử dụng các phương trình động học vị trí thuận, có thể xác định vị trí và hướng của bàn tay robot tương ứng với các biến khớp; ngược lại từ vị trí và hướng được định trước trong không gian, vị trí của các khớp sẽ được xác định nhờ giải bài toán động học ngược. Vấn đề thiết kế đường đi và quỹ đạo chuyển động liên quan mật thiết đến bài toán điều khiển robot di chuyển từ vị trí này đến vị trí khác trong không gian làm việc. Đường đi và quỹ đạo được thiết kế là các lượng đặt cho hệ thống điều khiển vị trí của robot. Do đó độ chính xác của quỹ đạo thiết kế sẽ ảnh hưởng đến chất lượng di chuyển của robot trong không gian làm việc.

Đường di chuyển của robot biểu thị trình tự di chuyển của cơ cấu robot từ điểm này đến điểm khác, ví dụ từ điểm A đến điểm B và tới điểm C (hình 5.1). Đường di chuyển đơn thuần là trình tự thay đổi cấu hình robot mà không bao hàm yếu tố thời gian. Quỹ đạo chuyển động biểu thị sự di chuyển của cơ cấu robot theo thời gian trong đoạn đường di chuyển. Như vậy quỹ đạo chuyển động sẽ phụ thuộc vào tốc độ và gia tốc của cơ cấu robot.

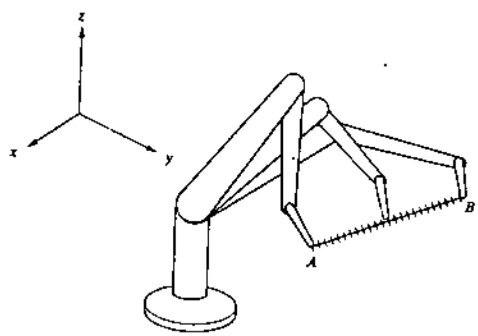


Hình 5.1. Trình tự di chuyển của cơ cấu robot.

Hai phương pháp mô tả chuyển động robot là mô tả trong không gian khớp và không gian tay (không gian làm việc hoặc gọi là không gian Đecac). Phương pháp mô tả trong không gian khớp, chuyển động của cơ cấu robot được xác định thông qua các giá trị biến khớp. Xét một robot 6 bậc tự do di chuyển từ một

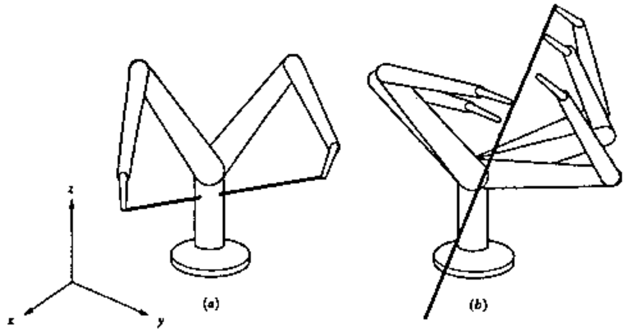
điểm A đến điểm B trong không không gian. Sử dụng phương trình động học vị trí ngược, có thể xác định được tất cả các dịch chuyển của 6 khớp cần thiết là các lượng đặt của các hệ thống điều khiển vị trí các khớp robot. Đặc điểm của phương pháp mô tả không gian khớp là có thể đảm bảo được tay robot đạt đến vị trí đặt trước một cách chính xác, nhưng đường di chuyển giữa hai điểm không thể dự báo được.

Phương pháp mô tả không gian tay sẽ biểu diễn chuyển động của tay robot giữa các điểm bằng các đoạn di chuyển xác định trong không gian tay và được biến đổi về không gian khớp tương ứng. Tương tự như trên, xét một robot di chuyển từ điểm A đến điểm B, nhưng theo một đường xác định, ví dụ đường thẳng giữa hai điểm. Để tay robot di chuyển chính xác từ A đến B theo đường thẳng (hình 5.2), cần thiết chia đường AB thành nhều đoạn nhỏ và điều khiển robot di chuyển bám theo các đoạn nhỏ đó. Phương pháp thực hiện là tính toán các tập hợp vị trí khớp tương ứng với các đoạn di chuyển đó và điều khiển khớp robot bám theo các vị trí đặt tương ứng của các khớp. Khi tất cả các đoạn di chuyển được thực hiện, tay robot sẽ di chuyển từ A đến điểm B theo một đường hoàn toàn xác định.



Hình 5.2. Trình tự di chuyển của tay robot theo đường thẳng.

Hai phương pháp mô tả không gian khớp và không gian tay đều được ứng dụng trong điều khiển robot công nghiệp. Mỗi phương pháp có những ưu nhược điểm riêng. Phương pháp mô tả chuyển động trong không gian tay rất dễ dàng quan sát được và đảm bảo cho tay robot di chuyển theo một đường đi xác định. Tuy nhiên có nhược điểm là khối lượng tính toán lớn và yêu cầu thời gian xử lý tính toán nhanh. Sự di chuyển của tay robot giữa hai điểm có thể yêu cầu sự thay đổi tức thời các giá trị biến khớp như minh hoạ trên hình 5.3.



Hình 5.3. Trình tự di chuyển của tay robot theo đường thẳng.

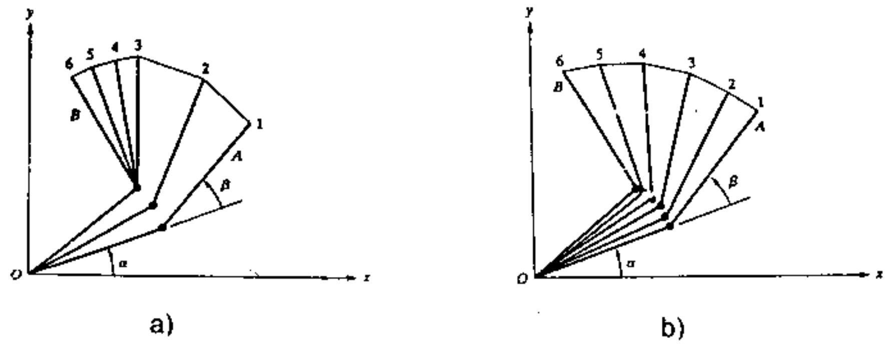
5.2. Cơ sở thiết kế quỹ đạo robot

Theo nhiệm vụ di chuyển của robot, quỹ đạo chuyển động của robot gồm hai dạng: quỹ đạo điểm - điểm và quỹ đạo qua một số điểm. Quỹ đạo điểm - điểm là dạng quỹ đạo chuyển động thường gặp trong công nghiệp bốc dỡ khi robot cần di chuyển từ một điểm này đến điểm khác trong không gian làm việc. Trong trường hợp khác, với công việc phức tạp, tay robot cần thiết phải di chuyển trong không gian theo một đường bất kỳ qua một số điểm trung gian. Dạng quỹ đạo di chuyển, tốc độ và thời gian di chuyển của các khớp robot khác nhay tuỳ thuộc vào mục đích và nhiệm vụ làm việc cũng như các điều kiện ràng buộc của cơ cấu robot.

5.2.1. Quỹ đạo điểm - điểm

Quỹ đạo chuyển động tay robot giữa hai điểm có thể thực hiện với một số phương pháp: Tốc độ di chuyển tối đa với thời gian chuyển động của các khớp khác nhau; thời gian di chuyển của các khớp như nhau; quỹ đạo di chuyển là đường thẳng được chia làm nhiều đoạn nhỏ đều hoặc không đều.

Xét một cơ cấu robot 2 thanh nối di chuyển từ điểm A đến điểm B như minh hoạ trên hình 5.4a; cụ thể cấu hình robot tại điểm A tương ứng với góc quay θ_{1A} và θ_{2A}; cấu hình robot tại điểm B là θ_{1B} và θ_{2B}. Phương pháp thứ nhất là thiết kế quỹ đạo giữa hai điểm A và B trong trường hợp cả hai khớp robot di chuyển với tốc độ như nhau. Điều đó có nghĩa là thời gian di chuyển của hai khớp sẽ khác nhau. Ví dụ trên hình 5.4a, khớp 1 sẽ di chuyển xong trong 2 đoạn đầu, khớp 2 sẽ tiếp tục di chuyển trong 3 đoạn để đạt đến điểm B.



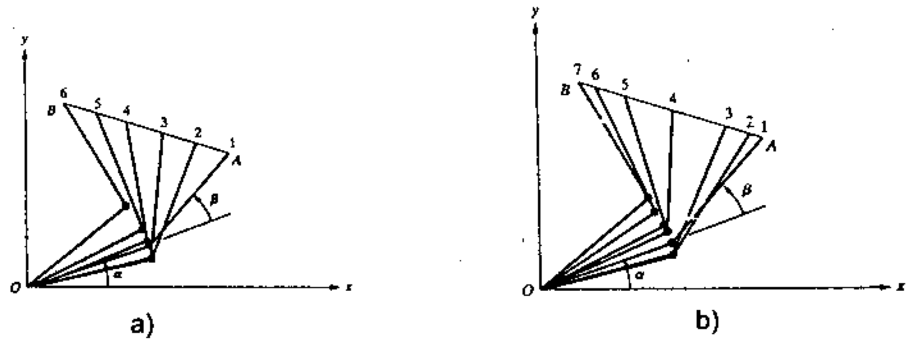
Hình 5.4. Quỹ đạo chuyển động trong không gian khớp.

Ở phương pháp thiết kế quỹ đạo thứ hai, thời gian di chuyển của 2 khớp robot như nhau. Để thực hiện điều đó, tốc độ quay hai khớp sẽ khác nhau, dẫn đến quỹ đạo hai khớp khác nhau như minh hoạ trên hình 5.4b.

Trong trường hợp thiết kế quỹ đạo ở không gian tay, ví dụ tay robot cần di chuyển theo hình 5.5a. Như phương pháp đã trình bày ở trên, quỹ đạo giữa A và B được chia làm một số đoạn nhỏ và xác định được các tập hợp góc quay của hai khớp tương ứng với các đoạn nhỏ bằng sử dụng phương trình động học ngược. Mặc dù quỹ đạo trong không gian tay là đường thẳng và khoảng cách giữa các điểm trong không gian đều nhau, nhưng sự thay đổi góc quay tương ứng của khớp không như nhau. Số đoạn chia càng lớn thì độ chính xác di chuyển của tay càng chính xác, nhưng khối lượng tính toán sẽ tăng.

Để tay robot có thể di chuyển chính xác theo quỹ đạo đường thẳng đã đặt trước tay robot cần phải gia tốc nhanh đến tốc độ mong muốn ngay trong đoạn đầu tiên của quỹ đạo chuyển động. Nâng cao độ chính xác di chuyển của tay robot thực hiện bằng chia quỹ đạo chuyển động thành các đoạn không bằng như nhau với đoạn đầu và đoạn cuối có độ dài nhỏ sao cho tay robot có thể tăng tốc độ ở đoạn đầu tiên, chuyển động với tốc độ không đổi trong các đoạn tiếp theo và giảm tốc độ trong đoạn cuối cùng khi đạt tới điểm B (hình 5.5b).

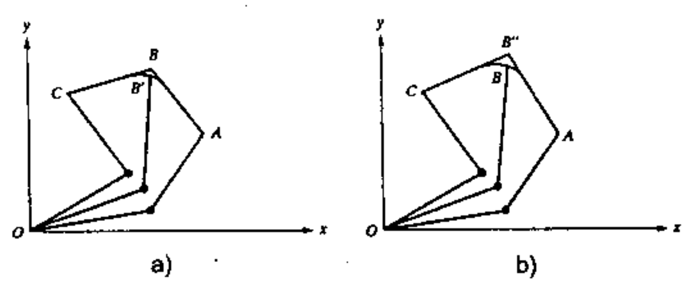
Trường hợp tổng quát, quỹ đạo chuyển động tay robot là đường cong (ví dụ bậc hai), quỹ đạo chuyển động được chia thành một số đoạn và các giá trị biến khớp được tính từ các vị trí của các đoạn chuyển động tương ứng.



Hình 5.5. Chuyển động của tạy robot 2 bậc tự do:
a- Khoảng cách đều nhau;
b- Khoảng cách không đều nhau.

5.2.2. Quỹ đạo là một dường đi qua một số điểm trung gian

Trong nhiều trường hợp thực tế, tay robot cần phải di chuyển chính xác hoặc lân cận qua một số điểm trung gian. Giả sử một robot chuyển động từ điểm A đến C qua điểm trung gian B như hình 5.6. Tay robot có thể chuyển động theo 2 cách: tay robot gia tốc đến điểm A để di chuyển đến B; giảm tốc và dừng lại điểm B; sau đó tiếp tục gia tốc di chuyển và dừng tại C. Phương pháp này sẽ tạo nên sự chuyển động "không mềm mại" với nhiều lần dừng không cần thiết. Ở phương pháp di chuyển thứ hai, tay robot sẽ di chuyển "mềm" qua điểm B: không dừng tại điểm B mà chuyển động của tay robot là sự kết hợp của 2 thành phần tại điểm B để tay robot có thể đạt được điểm B; có thể giảm tốc và nếu cần sẽ di chuyển theo một đường hỗn hợp tiếp tục di chuyển đến điểm C. Do chuyển động của tay robot là sự phối hợp của nhiều đoạn, tay robot sẽ qua một điểm B' (khác điểm B) như minh hoạ trên hình 5.6a. Để tay robot qua chính xác điểm B, cần xác định điểm B'' (hình 5.6b) để sau khi phối hợp các chuyển động, tay robot sẽ đi qua điểm B.



Hình 5.6. Chuyển động của tay robot qua một số điểm trung gian.

5.3. Thiết kế quỹ đạo trong không gian khớp

Thông thường quỹ đạo ở dạng đa thức bậc cao sẽ đáp ứng được các yêu cầu về vị trí, tốc độ và gia tốc ở mỗi điểm giữa 2 đoạn di chuyển. Ở mục này sẽ trình bày phương pháp thiết kế quỹ đạo trong không gian khớp với xác định đường biểu diễn của vị trí khớp theo thời gian.

5.3.1. Quỹ đạo là đa thức bậc 3

Từ vị trí ban đầu và hướng của tay robot, sử dụng các phương trình động học ngược xác định được các giá trị biến khớp tương ứng. Bài toán thiết kế quỹ đạo cho khớp là xác định đường biểu diễn của vị trí khớp (góc quay của khớp quay hoặc độ di chuyển của khớp tịnh tiến) theo thời gian khi di chuyển từ vị trí ban đầu q_o đến vị trí cuối cùng q_c trong thời gian t_c, với q là biến khớp tổng quát. Quỹ đạo di chuyển của khớp giữa hai vị trí sẽ thoả mãn 4 điều kiện: vị trí ban đầu và vị trí cuối cùng; tốc độ tại vị trí ban đầu và tại vị trí cuối cùng. Do đó đa thức bậc 3 sẽ thích hợp cho quỹ đạo của khớp robot:

$$q(t) = a_o + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \tag{5-1}$$

Các điều kiện đầu và cuối là:

$$\begin{aligned} q(t_o) &= q_o \\ q(t_c) &= q_c \\ \dot{q}(t_o) &= \dot{q}_o \\ \dot{q}(t_c) &= \dot{q}_c \end{aligned} \tag{5-2a}$$

Trong thực tế, thường gặp trường hợp tốc độ tại vị trí ban đầu và tại vị trí cuối cùng của khớp bằng không:

$$\dot{q}_0 = 0; \quad \dot{q}_c = 0 \tag{5-2b}$$

Đạo hàm phương trình (5-1) nhận được phương trình sau:

$$\dot{q}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \tag{5-3}$$

Sử dụng các điều kiện đầu và cuối (5-2), nhận được 4 phương trình sau:

$$\begin{aligned} q(t_0) &= a_0 = q_0 \\ q(t_c) &= a_0 + a_1 t_c + a_2 t_c^2 + a_3 t_c^3 = q_c \\ \dot{q}(t_0) &= a_1 = 0 \\ \dot{q}(t_c) &= a_1 + 2a_2 t_c + 3a_3 t_c^2 = 0 \end{aligned} \tag{5-4}$$

Giải 4 phương trình (5-4) sẽ xác định được 4 hệ số a_0, a_1, a_2 và a_3. Từ quỹ đạo dạng đa thức (5-1) sẽ xác định được vị trí đặt của khớp tại thời điểm bất kỳ.

Những giá trị đó là tín hiệu đặt cho bộ điều khiển vị trí để truyền động khớp di chuyển đến vị trí tương ứng. Trình tự tính toán trên có thể áp dụng độc lập cho các khớp robot. Trong quá trình làm việc, tất cả các khớp robot được di chuyển đồng thời từ các vị trí ban đầu tới vị trí cuối cùng của các khớp.

Khi robot di chuyển qua nhiều điểm, vị trí và tốc độ tại các điểm cuối của mỗi đoạn là giá trị ban đầu cho các đoạn tiếp theo.

Ví dụ 5.1: Thiết kế quỹ đạo chuyển động cho khớp 1 của robot 6 trục từ góc ban đầu 30^0 đến góc cuối cùng 60^0 trong 5 s. Xác định góc quay của khớp 1 tại các thời điểm 1 s, 2 s, 3 s, 4 s.

Sử dụng phương trình (5-4) với thay θ = q nhận được các phương trình sau:

$$\theta(0) = a_0 = 30$$

$$\theta(5) = a_0 + a_1 5 + a_2 5^2 + a_3 5^3 = 60$$

$$\dot{\theta}(0) = a_1 = 0$$

$$\dot{\theta}(5) = a_1 + 2a_2 5 + 3a_3 5^2 = 0$$

Giải hệ phương trình trên được các hệ số của đa thức của quỹ đạo:

$$a_1 = 30^0;\ a_2 = 0^0/s;\ a_3 = 3{,}6^0/s^2;\ a_3 = -0{,}48^0/s^3$$

Phương trình biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc của khớp có dạng:

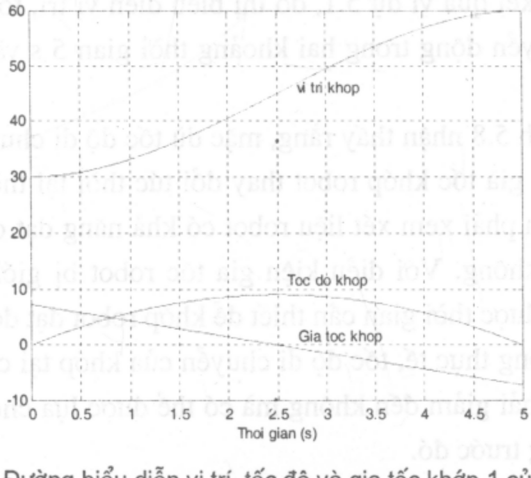
$$\theta(t) = 30 + 3{,}6t^2 - 0{,}48t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = 7{,}2t - 1{,}44t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 7{,}2 - 2{,}88t$$

Từ đó xác định được các góc quay của khớp tại các thời điểm 1s; 2 s; 3 s; 4 s:

$$\theta(1) = 33.12^0;\ \theta(2) = 40.56^0;\ \theta(3) = 49.44^0;\ \theta(4) = 56{,}88^0$$



Hình 5.7. Đường biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc khớp 1 của ví dụ 5.1.

Đường biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc khớp 1 được biểu diễn trên hình 5.7. Dễ dàng tính được gia tốc khớp tại thời điểm ban đầu là 7,2 $^0/s^2$ và tại thời điểm cuối cùng là -7,2$^0/s^2$.

Ví dụ 5.2: Giả sử robot đã xét ở ví dụ 5.1 tiếp tục chuyển động tới vị trí mới tương ứng với góc quay khớp 1 là 80^0 sau thời gian 4 s. Xây dựng đường biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc của khớp.

Sử dụng kết quả ví dụ 5.1, vị trí và tốc độ của khớp tại thời điểm 5 s là các giá trị ban đầu của đoạn chuyển động tiếp theo:

$$\theta(5) = 60^0 \qquad \dot{\theta}(5) = 0\,^0/s$$

Sử dụng các phương trình (5-4) cho đoạn chuyển động robot trong thời gian 4 s:

$$\theta(0) = a_0 = 60$$

$$\theta(4) = a_0 + a_1 4 + a_2 4^2 + a_3 4^3 = 80$$

$$\dot{\theta}(0) = a_1 = 0$$

$$\dot{\theta}(4) = a_1 + 2a_2 4 + 3a_3 4^2 = 0$$

Giải hệ phương trình trên nhận được:

$a_0 = 60\,^0$; a1 = 0 $^0/s$; $a_2 = 3{,}75\,^0/s^2$; $a_3 = 0{,}625\,^0/s^3$

Phương trình biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc khớp có dạng:

$$\theta(t) = 60 + 3{,}75t^2 - 0{,}625t^3$$

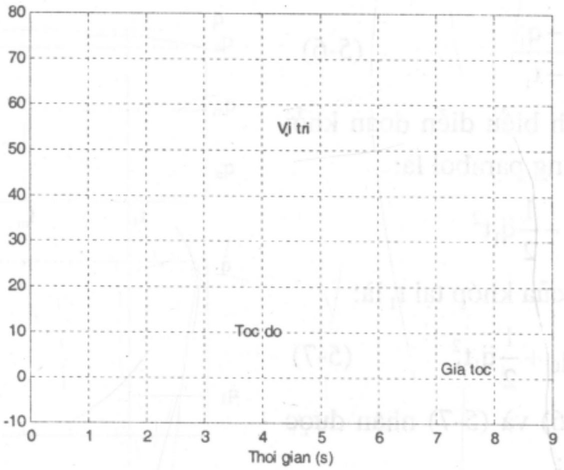
$$\dot{\theta}(t) = 7{,}5t \;\; - 1{,}875t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 7{,}5 \;\; - 3{,}75t$$

Kết hợp các kết quả ví dụ 5.1, đồ thị biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc của khớp 1 robot chuyển động trong hai khoảng thời gian 5 s và 4 s minh hoạ trên hình 5.8.

Từ đồ thị hình 5.8 nhận thấy rằng, mặc dù tốc độ di chuyển của khớp robot là liên tục, nhưng gia tốc khớp robot thay đổi tức thời tại thời điển trung gian. Trong thực tế, cần phải xem xét liệu robot có khả năng đạt được sự thay nhanh gia tốc như vậy không. Với điều kiện gia tốc robot bị giới hạn ở giá trị cho phép, có thể tính được thời gian cần thiết để khớp robot đạt đến được điểm đích.

Mặt khác, trong thực tế, tốc độ di chuyển của khớp tại các điểm trung gian không cần thiết phải giảm đến không mà có thể được lựa chọn bằng tốc độ của đoạn chuyển động trước đó.



Hình 5.8. Đường biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc khớp 1 của ví dụ 5.2.

5.3.2. Quỹ đạo dạng đa thức bậc 5

Trong 5.3.1 đã xây dựng quỹ đạo dạng đa thức bậc 3 thoả mãn các điều kiện biên về vị trí và tốc độ ở các đoạn chuyển động. Để xét đến các điều kiện đầu và cuối về gia tốc chuyển động, sử dụng quỹ đạo dạng đa thức bậc 5:

$$\begin{aligned} q(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ \dot{q}(t) &= a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \\ \ddot{q}(t) &= 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \end{aligned} \tag{5-5}$$

Các phương trình (5-5) cho phép xác định 6 hệ số thoả mãn 6 điều kiện đầu và cuối của vị trí, tốc độ và gia tốc của các đoạn chuyển động của khớp robot.

5.3.3. Quỹ đạo dạng 2-1-2

Dạng quỹ đạo chuyển động được sử dụng cho robot công nghiệp là đồ thị dạng 2-1-2. Đồ thị tốc độ khớp có dạng hình thang với giả thiết tốc độ ban đầu và cuối cùng bằng không, gia tốc chuyển động của khớp là hằng số ở giai đoạn khởi động và hãm được trình bày trên hình 5.9. Để đảm bảo tính đối xứng ở quỹ đạo, điểm trung bình được chọn:

$$q_m = \frac{q_c + q_0}{2} \text{ và } t_m = \frac{t_c}{2}$$

Quỹ đạo phải thoả mãn các điều ràng buộc: vị trí khớp biến đổi tới q_0 tới q_c trong thời gian t_c. Tốc độ khớp cuối đoạn parabol bằng tốc độ không đổi của

đoạn tuyến tính:

$$\ddot{q}t_1 = \frac{q_m - q_1}{t_m - t_1} \qquad (5\text{-}6)$$

Phương trình biểu diễn đoạn khởi động $(0\text{-}t_1)$ có dạng parabol là:

$$q(t) = q_0 + \frac{1}{2}\ddot{q}_1 t^2$$

Do đó vị trí của khớp tại t_1 là:

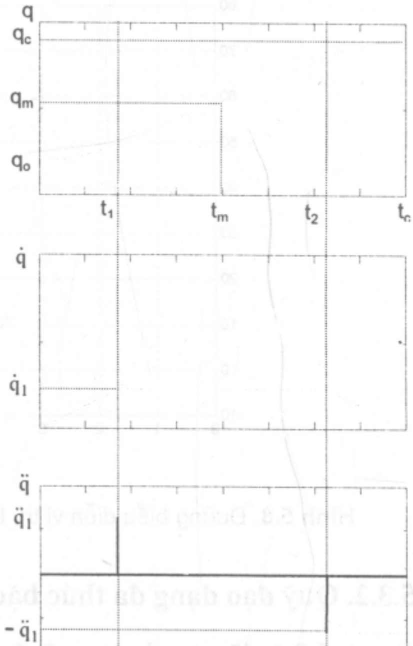
$$q_1(t_1) = q_0 + \frac{1}{2}\ddot{q}_1 t_1^2 \qquad (5\text{-}7)$$

Kết hợp (5-6) và (5-7) nhận được phương trình sau:

$$\ddot{q}_1 t_1^2 - \ddot{q}_1 t_c t_1 + q_c - q_0 = 0 \qquad (5\text{-}8)$$

Giải (5-8), khoảng thời gian t_1 được xác định theo biểu thức sau:

$$t_1 = \frac{t_c}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t_c^2\ddot{q}_1 - 4(q_c - q_0)}{\ddot{q}_1}} \qquad (5\text{-}9)$$



Hình 5.9. Quỹ đạo dạng 2-1-2.

Từ (5-9) gia tốc của khớp trong giai đoạn khởi động và hãm thoả mãn điều kiện sau:

$$\frac{t_c^2\ddot{q}_1 - 4(q_c - q_0)}{\ddot{q}_1} \geq 0 \qquad (5\text{-}10)$$

Do đó: $$\ddot{q}_1 \geq \frac{4|q_c - q_0|}{t_c^2} \qquad (5\text{-}11)$$

Mặt khác, gia tốc chuyển động của khớp phải nhỏ hơn gia tốc cho phép từ độ bền cơ khí nên gia tốc chuyển động khớp được chọn thoả mãn bất đẳng thức:

$$\frac{4|q_c - q_0|}{t_c^2} \leq \ddot{q}_1 \leq \ddot{q}_{cf} \qquad (5\text{-}12)$$

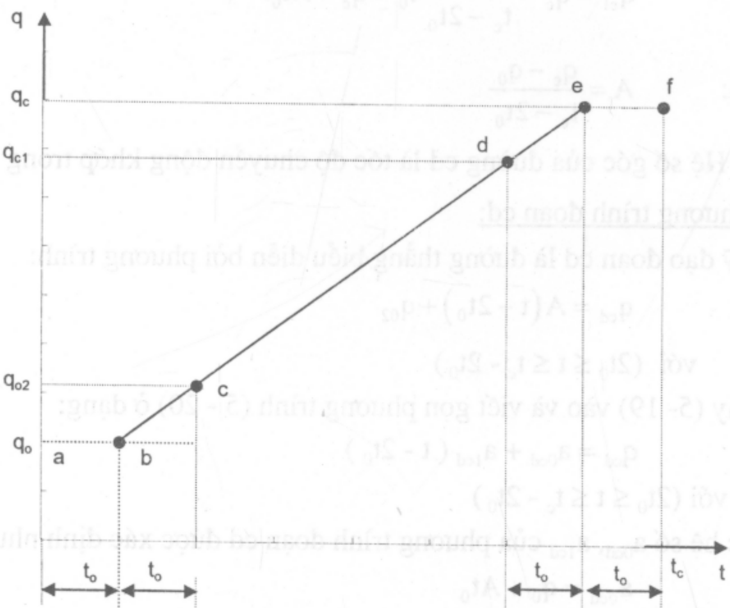
Từ (5-12), xác định được gia tốc khớp, theo (5-9) xác định được t_1 và theo (5-7) xác định được q_1. Với các thông số đã xác định, phương trình biểu diễn quỹ đạo chuyển động của các đoạn được xác định theo các phương trình sau:

$$q(t)=\begin{cases} q_o+\frac{1}{2}\ddot{q}_1 t^2 & (0\le t\le t_1) \\ q_o+\frac{1}{2}\ddot{q}_1 t_1(t-\frac{t_1}{2}) & (t_1\le t\le t_c-t_1) \\ q_c-\frac{1}{2}\ddot{q}_1(t_c-t)^2 & (t_c-t_1\le t\le t_c) \end{cases} \tag{5-13}$$

5.3.4. Quỹ đạo dạng 4-1-4

Dạng quỹ đạo 2-1-2 đơn giản và dễ thực hiện, tuy nhiên tốc độ khớp ở thời điểm đầu và cuối của giai đoạn khởi động và hãm thay đổi không êm, sẽ ảnh hưởng đến chất lượng di chuyển của robot. Dạng quỹ đạo 4-1-4 sẽ tạo ra sự thay đổi tốc độ êm hơn, trong đó quỹ đạo ở giai đoạn khởi động và hãm có dạng đa thức bậc 4. Quỹ đạo chuyển động được xây dựng như hình 5.10 phải thoả mãn các điều kiện đầu và cuối về vị trí, tốc độ và gia tốc của khớp:

$$\begin{cases} q(0)=q_0 \\ \dot{q}(0)=\dot{q}_0 \\ \ddot{q}(0)=\ddot{q}_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} q(t_c)=q_c \\ \dot{q}(t_c)=\dot{q}_c \\ \ddot{q}(t_c)=\ddot{q}_c \end{cases} \tag{5-14}$$



Hình 5.10. Quỹ đạo dạng 4-1-4.

Để đơn gián cho việc tính toán, có thể chọn tham số t_0 bằng 1/2 khoảng thời gian gia tốc hoặc giảm tốc và tốc độ, gia tốc ban đầu và cuối bằng không. Ta cũng xác định các điểm phụ của quỹ đạo chuyển động q_{01} và q_{02} tại $t = t_0$ và $t = t_c - t_0$ là:

$$q_{01} = q_0 \quad \text{và} \quad q_{02} = q_c \tag{5-15}$$

Nối q_{01} và q_{c2} bằng một đường thẳng và xác định điểm q_{02}, q_{c1} tại $t = 2t_0$ và $t = t_d - 2t_0$.

Bằng cách chọn điểm phụ như trên, quỹ đạo đoạn cd là một đường thẳng với tốc độ không đổi, quỹ đạo đoạn ac và df có thể chọn là đa thức bậc bốn có dạng:

$$q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 \tag{5-16 }$$

* Xác định giá trị q_{02} và q_{c1}:

Như cách vẽ đã trình bày ở trên, đường nối be là đường thẳng. Giá trị q_{02}và q_{c1} tại $t = 2t_0$ và $t = t_d -2t_0$, có thể được xác định từ giá trị đầu q_0 và giá trị cuối q_c dựa trên phương trình bậc nhất của đường thẳng be:

$$q_{02} = q_0 + \frac{q_c - q_0}{t_c - 2t_0}t_0 = q_0 + At_0 \tag{5-17}$$

$$q_{c1} = q_c - \frac{q_c - q_0}{t_c - 2t_0}t_0 = q_c - At_0 \tag{5-18}$$

trong đó: $$A = \frac{q_c - q_0}{t_c - 2t_0} \tag{5-19}$$

- Hệ số góc của đường cd là tốc độ chuyển động khớp trong đoạn cd.

* Phương trình đoạn cd:

Quỹ đạo đoạn cd là đường thẳng biểu diễn bởi phương trình:

$$q_{cd} = A\left(t - 2t_0\right) + q_{02} \tag{5-20}$$

với $(2t_0 \le t \le t_c - 2t_0)$

Thay (5- 19) vào và viết gọn phương trình (5 - 20) ở dạng:

$$q_{cd} = a_{0cd} + a_{1cd}(t - 2t_0) \tag{5-21}$$

với $(2t_0 \le t \le t_c - 2t_0)$

Các hệ số a_{0cd}, a_{1cd} của phương trình đoạn cd được xác định như sau:

$$a_{0cd} = q_0 + At_0 \tag{5-22a}$$

$$a_{1cd} = A \tag{5-22b}$$

* Phương trình đoạn ac:

Quỹ đạo đoạn ac biểu diễn bởi phương trình dạng đa thức bậc bốn (5 -16):

$$q_{ac} = a_{0ac} + a_{1ac}t + a_{2ac}t^2 + a_{3ac}t^3 + a_{4ac}t^4 \qquad (5\text{-}23)$$

Các hệ số của phương trình đoạn ac là a_{0ac}, a_{1ac}, a_{2ac}, a_{3ac}, a_{4ac} được xác định từ điều kiện đầu và cuối:

tại t = 0:

$$\begin{cases} q_{ac}(0) = q_0 \\ \dot{q}_{ac}(0) = 0 \\ \ddot{q}_{ac}(0) = 0 \end{cases} \qquad (5\text{-}24)$$

tại $t = 2t_0$:

$$\begin{aligned} q_{ac}(2t_0) &= q_{cd}(2t_0) \\ \dot{q}_{ac}(2t_0) &= \dot{q}_{cd}(2t_0) \end{aligned} \qquad (5\text{-}25)$$

Lấy đạo hàm cấp 1 và 2 của phương trình (5-23) và sử dụng (5-24), (5-25), các hệ số được xác định như sau:

$$\begin{aligned} a_{0ac} &= q_0 \\ a_{1ac} &= 0 \\ a_{2ac} &= 0 \end{aligned} \qquad (5\text{-}26)$$

$$a_{3cd} = \frac{1}{4t_0^2}A \qquad (5\text{-}27a)$$

$$a_{4cd} = -\frac{1}{16t_0^3}A \qquad (5\text{-}27b)$$

* <u>Phương trình đoạn df:</u>

Quỹ đạo đoạn df biểu diễn bởi phương trình bậc bốn như quỹ đạo đoạn ac:

$$q_{df} = a_{0df} + a_{1df}\tau + a_{2df}\tau^2 + a_{3df}\tau^3 + a_{4df}\tau^4 \qquad (5\text{-}28)$$

với $\tau = t - (t_c - 2t_0)$

Các điều kiện đầu và cuối dùng cho tính toán các hệ số là:

$$\begin{aligned} q_{df}(\tau = 0) &= q_{dc}(t_c - 2t_0) \\ \dot{q}_{df}(\tau = 0) &= \dot{q}_{dc}(t_c - 2t_0) \\ \ddot{q}_{df}(\tau = 0) &= \ddot{q}_{dc}(t_c - 2t_0) = 0 \\ q_{df}(2t_0) &= q_c \\ \dot{q}_{df}(2t_0) &= 0 \end{aligned} \qquad (5\text{-}29)$$

Sử dụng điều kiện đầu và cuối (5-29), tương tự như phương pháp tính phương trình đoạn ac, các hệ số của phương trình (5-28) được xác định như sau:

$$a_{0df} = q_{c1}$$

$$a_{1df} = A$$

$$a_{2df} = 0 \tag{5-30}$$

$$a_{3df} = -\frac{a_{1df} + 32a_{4df}t_0^3}{12t_0^2}$$

$$a_{4df} = -\frac{3q_c - 3a_{0df} - 4a_{1df}t_0}{16t_0^4}$$

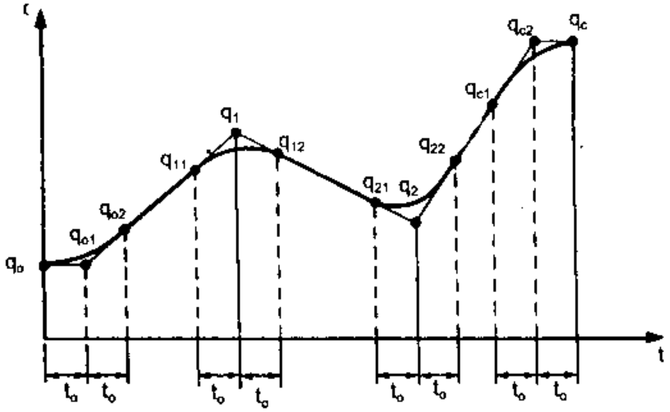
5.3.5. Quỹ đạo chuyển động qua một số điểm trung gian

Trong mục này sẽ xây dựng quỹ đạo chuyển động của khớp từ vị trí ban đầu q_0 qua các điểm q_1, q_2 và dừng ở vị trí cuối cùng q_c với hai trường hợp: quỹ đạo không qua chính xác các điểm trung gian và quỹ đạo qua chính xác các điểm.

a. Trường hợp thứ nhất: xét một khớp robot không cần thiết phải di chuyển chính xác qua các điểm trung gian q_1, q_2. Tương tự như phương pháp xây dựng quỹ đạo 4-1-4, lựa chọn các khoảng thời gian t_0 và các vị trí q_{01}, q_{02}, q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22}, q_{c1}, q_{c2} như hình 5.11. Các giá trị q_{01} và q_{c2} được xác định như sau:

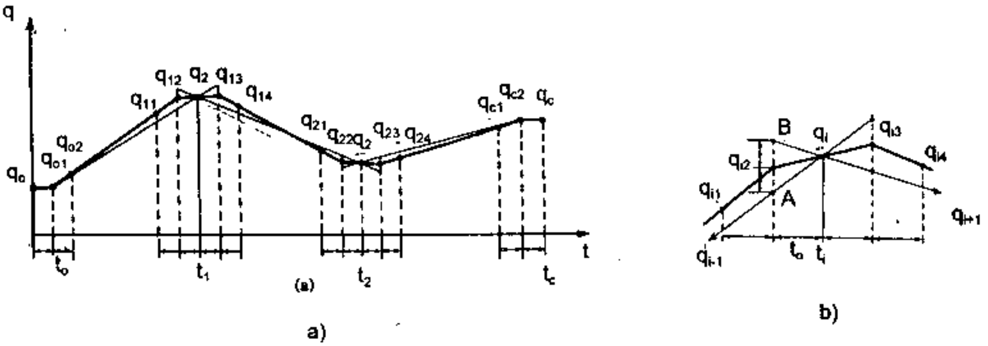
$$q_{01} = q_0 \text{ và } q_{c2} = q_c$$

Từ đó xây dựng quỹ đạo giữa các vị trí (q_0, q_{02}), (q_{11}, q_{12}), (q_{21}, q_{22}) và (q_{c1}, q_c) có dạng đa thức bậc 4; quỹ đạo giữa các vị trí (q_{02}, q_{11}), (q_{12}, q_{21}) và (q_{22}, q_{c1}) có dạng đa thức bậc 1. Các hệ số của các phương trình tương ứng với các đoạn được xác định theo phương pháp tương tự như trường hợp quỹ đạo 4-1-4.



Hình 5.11. Quỹ đạo chuyển động lân cận qua các điểm trung gian.

b. Trường hợp thứ hai: Khớp robot cần di chuyển chính xác qua các điểm q_1 và q_2. Số điểm trung gian được chọn tăng lên như minh hoạ trên hình 5.12a. Phương pháp xác định vị trí trung gian q_{i2} (i = 1, 2) được minh hoạ trên hình 5.12b: q_{i2} là điểm giữa của đoạn AB: điểm A là điểm cắt của đường $t = t_i - t_0$ và đường thẳng nối 2 vị trí q_{i-1} và q_i và điểm B là điểm cắt của đường $t = t_i - t_0$ và đường thẳng nối 2 vị trí q_i và q_{i+1} (q_{c2} khi i = 1). Điểm q_{i3} xác định theo phương pháp tương tự. Tương tự như trường hợp thứ nhất, quỹ đạo giữa các vị trí (q_0, q_{02}), (q_{11}, q_1), (q_1, q_{14}),..., (q_{c1}, q_c) có dạng đa thức bậc 4; quỹ đạo giữa các vị trí (q_{02}, q_{11}), (q_{14}, q_{21}) và (q_{24}, q_{c1}) có dạng đường thẳng.



Hình 5.12. Quỹ đạo chuyển động chính xác qua các điểm trung gian.

5.4. Thiết kế quỹ đạo cho tay robot trong hệ toạ độ Đecac

5.4.1. Khái niệm

Trong mục 5-3 đã trình bày phương pháp xây dựng quỹ đạo chuyển động cho khớp robot. Mặc dù toạ độ khớp được sử dụng trực tiếp để điều khiển tay robot chuyển động trong không gian. Tuy nhiên nó không thích hợp biểu diễn tay robot khi nó thực hiện nhiệm vụ trong môi trường làm việc vì không cho phép tách rời hướng và vị trí tay robot. Trong những hệ thống robot phức tạp, ngôn ngữ lập trình được sử dụng cho điều khiển robot thực hiện các nhiệm vụ (task) trong dây chuyền sản xuất. Trong các trường hợp như vậy, quá trình làm việc của tay robot là di chuyển giữa các điểm đã được đặt trước trong môi trường làm việc với đường di chuyển giữa các điểm thông thường là các đường thẳng [12]. Vị trí, tốc độ và gia tốc của tay khi di chuyển giữa các điểm dọc theo quỹ đạo được thiết kế cho điều khiển các khớp robot. Một chu kỳ điều khiển có thể mô tả như sau:

(1) Tăng thời gian bằng $t = t + \Delta t$.

(2) Tính vị trí và hướng của tay dựa trên dạng quỹ đạo chuyển động của tay robot.

(3) Tính vị trí tương ứng của các khớp bằng sử dụng phương trình động học ngược.

(4) Gửi thông tin tới các bộ điều khiển vị trí các khớp robot.

(5) Quay lại bước đầu tiên.

Một cách tổng quát, để tay robot thực hiện chuyển động giữa điểm ban đầu tới điểm cuối cùng theo một đường thẳng, cần phải xác định phép biến đổi từ vị trí đầu tới vị trí cuối cùng và chia thành các đoạn nhỏ. Phép biến đổi tổng quát R giữa cấu hình của tay ở vị trí ban đầu (T_0) đến vị trí cuối cùng (T_c) là:

$$T_c = T_0 R \text{ hoặc } R = T_0^{-1} T_c \tag{5-31}$$

Ba phương pháp khác nhau được sử dụng để biến đổi phép biến đổi tổng thành các đoạn nhỏ [13]:

• Chia đường chuyển động giữa hai điểm thành một số lớn đoạn tương ứng với số các chuyển động vi sai. Sử dụng các phương trình dịch chuyển vi sai đã đưa ra ở chương 3 xác đinh được vị trí và hướng tay trong mỗi đoạn nhỏ thông qua ma trận Jacobien:

$$\begin{aligned} &D_{T6} = JD_\theta \text{ hoặc } D_\theta = J^{-1} D_{T6} \\ &dT = \Delta T \\ &T_{mới} = T_{cũ} + dT \end{aligned} \tag{5-32}$$

• Phép biến đổi R có thể được thực hiện bằng một phép biến đổi tịnh tiến và hai phép biến đổi quay. Phép tịnh tiến thực hiện dịch chuyển khung toạ độ tay từ vị trí ban đầu đến vị trí cuối cùng. Phép quay thứ nhất nhằm đặt khung toạ độ tay ở vị trí mong muốn và phép quay thứ hai xung quanh trục khung toạ tay để đạt được hướng cuối cùng của tay.

• Phép biến đổi R được thực hiện bằng hai phép biến đổi: Phép tịnh tiến để đưa khung toạ độ tay đến vị trí cuối cùng và phép biến đổi quay xung quanh vectơ $\overline{k}$ nhằm đạt được hướng mong muốn của tay.

Trong mục này sẽ trình bày phương pháp xây dựng quỹ đạo chuyển động của robot khi thực hiện nhiệm vụ lắp ráp cần phải di chuyển qua một số điểm. Trước hết xác định phép biến đổi biểu diễn tay robot ở vị trí đầu và cuối, sau đó sử dụng phương pháp thứ hai để xây dựng quỹ đạo chuyển động.

5.4.2. Phép biến đổi biểu diễn cấu hình tay robot

Xét một robot di chuyển để gắp các chốt đặt trên giá và đặt vào một chi tiết như hình 5.13. Điểm kẹp chi tiết của tay robot (điểm đích) có thể mô tả bằng phương trình dạng tổng quát sau:

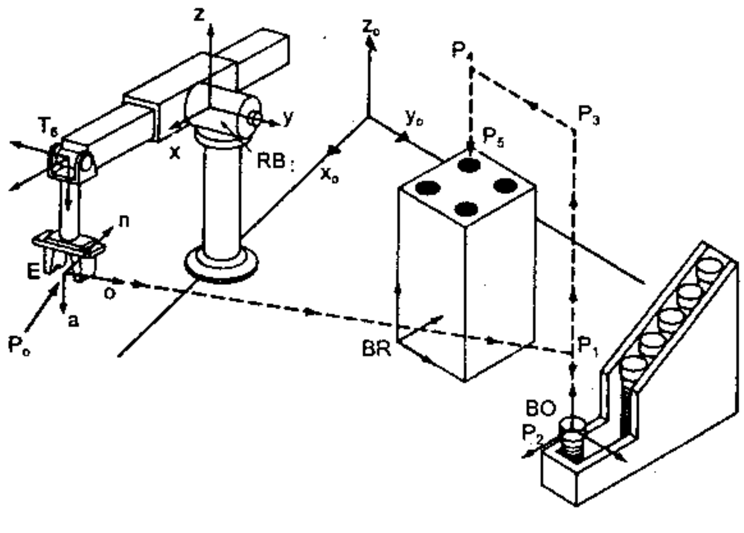
$$^{0}T_{6}.\,^{6}T_{E} = {}^{0}C_{ĐT}(t)\,^{ĐT}P_{i} \qquad (5\text{-}33)$$

trong đó: $^{0}T_{6}$ - ma trận (4×4) biểu diễn vị trí và hướng của tay so với hệ toạ độ gốc;

$^{6}T_{E}$ - ma trận (4×4) biểu diễn vị trí và hướng của điểm kẹp so với khung toạ độ tay robot;

$^{0}C_{ĐT}$ - ma trận (4×4) biểu diễn khung tọa độ làm việc của đối tượng trong hệ tọa độ gốc;

$^{ĐT}P_{i}$ - ma trận (4×4) biểu diễn vị trí điểm kẹp chi tiết của bàn tay robot trong khung toạ độ làm việc của đối tượng.



Hình 5.13. Robot trong không gian làm việc.

Trong biểu thức (5-33), nếu phép biến đổi $^{6}T_{E}$ kết hợp trong phép biến đổi $^{0}T_{6}$ thì sẽ không có chứa phép biến đổi $^{6}T_{E}$. Vế trái biểu diễn vị trí và hướng của điểm kẹp tay robot, vế phải biểu diễn vị trí và hướng của tay robot sẽ gắp vật.

Các phương trình được viết cho các điểm 1,2,3,4,5 có dạng:

Tại P_0: $RB.T_6.E = INIT.P_0$ (5-34a)

P_1: $RB.T_6.E = BO.P_1$ (5-34b)

P_2: $RB.T_6.E = BO.P_2$ (5-34c)

P_3: $RB.T_6.E = BO.P_3$ (5-34d)

P_4: $RB.T_6.E = BR.P_4$ (5-34e)

P_5: $RB.T_6.E = BR.P_5$ (5-34f)

trong đó: RB, INIT, BO, BR - biểu diễn khung toạ độ robot, ban đầu, ngăn chứa chốt và chi tiết được lắp so với khung toạ độ gốc;

T_6 - biểu diễn tay robot so với khung toạ độ robot (RB);

E - biểu diễn điểm kẹp so với khung toạ độ tay robot (T_6);

P_0 - biểu diễn điểm P_0 so với khung toạ độ ban đầu của robot (BO);

P_1, P_2, P_3 - biểu diễn điểm P_1, P_2, P_3 so với khung toạ độ BO;

P_4, P_5 - biểu diễn điểm P_4, P_5 so với khung toạ độ BR.

Xét trường hợp đơn giản: robot di chuyển tay từ vị trí P_0 đến vị trí P_1. Biểu diễn vị trí hiện tại (P_0) so với vị trí tiếp theo (P_1) bằng các phép biến đổi P_{00} và P_{01}:

P_{00}: biểu diễn vị trí P_0 trong khung toạ độ INIT (chính là điểm P_0)

P_{01}: biểu diễn vị trí P_0 trong khung toạ độ tiếp theo (BO)

Như vậy phương trình (5-34a) được viết lại như sau:

$RB.T_6.E = INIT.P_{00}$ (5-35)

Nếu biểu diễn P_0 so với BO:

$RB.T_6.E = BO.P_{01}$ (5-36)

Từ (5-35) nhận được:

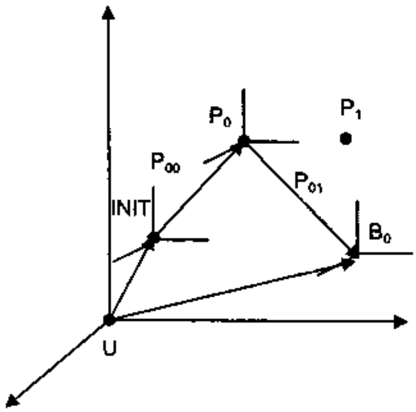
$T_6 = RB^{-1}INIT.P_{00}E_0^{-1}$ (5-37a)

Từ (5-36) nhận được:

$T_6 = RB^{-1}BO.P_{01}E_1^{-1}$ (5-37b)

Trong trường hợp tổng quát, E_0^{-1} có thể khác E_1^{-1}. Từ đó rút ra:

$RB^{-1}INIT.P_{00}E_0^{-1} = RB^{-1}BO.P_{01}E_1^{-1}$ (5-38)



Hình 5.14. Mô tả quan hệ các KTĐ.

(5-38) cho phép xác định P_{01} từ P_{00}(P_0):

$$P_{01} = BO^{-1}INIT.P_{00}E_0^{-1}E_1 \quad (5\text{-}39)$$

Khi điểm kẹp chuyển động đến điểm P_1, ta có phương trình mô tả vị trí điểm kẹp sau:

$$RB.T_6.E = BO.P_{11} \text{ tại } P_1 \quad (5\text{-}40)$$

Để đơn giản, đặt $RB.T_6 = {}^0T_6$ là phép biến đổi biểu diễn khung toạ độ tay robot so với hệ toạ độ gốc. Như vậy, có thể biểu diễn điểm P_0 so với khung toạ

độ BO thông qua phương trình:

$$[{}^0T_6]_0.E = BO.P_{01} \tag{5-41a}$$

Phép biến đổi biểu diễn cấu hình tay robot ở vị trí P_0 là:

$$[{}^0T_6]_0 = BO.P_{01}.E_i^{-1} \tag{5-41b}$$

Biểu diễn điểm P_1 so với khung toạ độ BO bằng phương trình:

$$[{}^0T_6]_1.E = BO.P_{11} \tag{5-42a}$$

Phép biến đổi biểu diễn cấu hình tay robot ở vị trí P_1 là:

$$[{}^0T_6]_1 = BO.P_{11}.E_i^{-1} \tag{5-42b}$$

Từ (5-41) và (5-42) thấy rằng, để tay robot di chuyển từ điểm P_0 đến P_1, phép biến đổi ${}^0T_6$ phải biến đổi $[{}^0T_6]_0$ đến $[{}^0T_6]_1$, trong đó P_{01} được xác định theo phương trình (5-39) và trong khoảng di chuyển đó phép biến đổi E không thay đổi.

Một cách tổng quát, khi cần di chuyển tay robot từ vị trí i đến vị trí i+1, sử dụng C_{i+1} thay cho BO, BR,.... Phép biến đổi ${}^0T_6$ sẽ phải thay đổi từ $[{}^0T_6]_i$ đến $[{}^0T_6]_{i+1}$:

$$[{}^0T_6]_i = C_{i+1}.\, P_{i,i+1}.\, TE^{-1}{}_{i+1} \tag{5-43a}$$

$$[{}^0T_6]_{i+1} = C_{i+1}.\, P_{i+1,i+1}.\, TE^{-1}{}_{i+1} \tag{5-43b}$$

trong đó: $P_{i,i+1}$ - biểu diễn điểm i so với khung toạ độ chứa điểm i+1;

$P_{i+1,i+1}$ - biểu diễn điểm i+1 so với khung toạ độ chứa điểm i+1.

5.4.3. Thiết kế đường di chuyển giữa hai điểm

Phương pháp điều khiển tay robot di chuyển từ vị trí ban đầu, được mô tả bởi $[{}^0T_6]_i$ đến vị trí $[{}^0T_6]_{i+1}$ được thực hiện bởi 3 phép biến đổi [12], [4]:

+ Phép tịnh tiến thực hiện dịch chuyển khung toạ độ tay từ vị trí ban đầu $[{}^0T_6]_i$ đến vị trí cuối cùng $[{}^0T_6]_{i+1}$.

+ Phép quay thứ nhất nhằm đặt khung toạ độ tay theo trục định hướng tới (vectơ đơn vị a) của P_{i+1}

+ Phép quay thứ hai để đặt tay robot theo trục định hướng (vectơ đơn vị o) của P_{i+1}.

Phép quay thứ hai tương ứng với khớp quay cuối cùng. Trong trường hợp khi robot nhặt chi tiết trên băng tải thì hướng vectơ $\overline{a}$ cố định, hướng vectơ $\overline{o}$ thay đổi theo chu kỳ.

Để giải quyết bài toán di chuyển tay robot từ vị trí ban đầu $[{}^0T_6]_i$ đến vị trí cuối cùng $[{}^0T_6]_{i+1}$, dùng hàm biến đổi chuyển động $D(\lambda)$, với $\lambda = t/T$, T là thời gian cần thiết để di chuyển từ vị trí i đến vị trí i+1; t là thời gian di chuyển thực tế (tại i, t = 0; tại i +1, t = T).

Sử dụng hàm chuyển động, phương trình (5-43a) được viết ở dạng:

$$[{}^0T_6]_i = C_{i+1}(\lambda).\ P_{i,i+1}.D(\lambda)\ TE^{-1}_{i+1} \tag{5-44}$$

Kết hợp (5-44) và (5-43a) dễ dàng thấy rằng tại t = 0; D(0) = I. Tại t = T, phương trình (5-44) có dạng:

$$[{}^0T_6]_{i+1} = [{}^0T_6]_i(T) = C_{i+1}(1).\ P_{i,i+1}.D(\lambda)\ TE^{-1}_{i+1} \tag{5-45}$$

So sánh (5-45) và (5-43b),xác định được D(1):

$$D(1) = P^{-1}_{i,i+1}.\ P_{i+1,i+1} \tag{5-46}$$

Đặt ma trận biểu diễn điểm $P_{i,i+1}$ ở dạng:

$$P_{i,i+1} = A = \begin{bmatrix} \overline{n}_A & \overline{o}_A & \overline{a}_A & \overline{p}_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5-47}$$

và ma trận biểu diễn điểm $P_{i+1,i+1}$ ở dạng:

$$P_{i+1,i+1} = B = \begin{bmatrix} \overline{n}_B & \overline{o}_B & \overline{a}_B & \overline{p}_B \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5-48}$$

Sử dụng (5-47) và (5-48) biểu thức (5-46) được viết ở dạng:

$$D(1) = \begin{bmatrix} \overline{n}_A\overline{n}_B & \overline{n}_A\overline{o}_B & \overline{n}_A\overline{a}_B & \overline{n}_A(\overline{p}_B - \overline{p}_A) \\ \overline{o}_A\overline{n}_B & \overline{o}_A\overline{o}_B & \overline{o}_A\overline{a}_B & \overline{o}_A(\overline{p}_B - \overline{p}_A) \\ \overline{a}_A\overline{n}_B & \overline{a}_A\overline{o}_B & \overline{a}_A\overline{a}_B & \overline{a}_A(\overline{p}_B - \overline{p}_A) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5-49}$$

Hàm D(λ) bao gồm một phép biến đổi tịnh tiến và 2 phép biến đổi quay. Cả ba phép biến đổi đều là hàm của λ. Nếu λ tỷ lệ với t, các phép tịnh tiến chuyển động với tốc độ dài không đổi và các phép quay xe quay với tốc độ góc không đổi:

+ Phép tịnh tiến biểu diễn bằng ma trận L(λ): từ điểm P_i đến P_{i+1};

+ Phép quay thứ nhất thực hiện sao cho vectơ tới tại P_i trùng với vectơ tới tại P_{i+1} bằng ma trận $R_a(\lambda)$;

+ Phép quay thứ hai đảm bảo vectơ định hướng P_i trùng với vectơ định hướng P_{i+1} bằng ma trận $R_o(\lambda)$.

Do đó: $$D(\lambda) = L(\lambda).\ R_a(\lambda).\ R_o(\lambda) \tag{5-50}$$

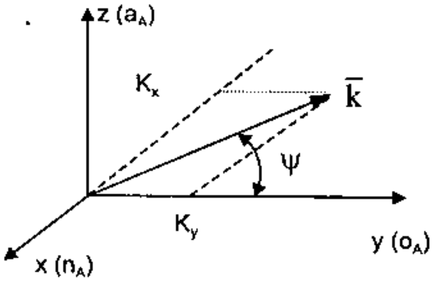
Phép biến đổi tịnh tiến từ điểm P_i đến P_{i+1} có dạng:

$$L(\lambda) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \lambda_x \\ 0 & 1 & 0 & \lambda_y \\ 0 & 0 & 1 & \lambda_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5-51}$$

với λ_x, λ_y, λ_z - các thành phần tịnh tiến.

Phép quay thứ nhất $R_a(\lambda)$ là phép quay vectơ tới $P_{i,i+1}$ xung quanh vectơ $\overline{k}$ một góc θ, trong đó $\overline{k}$ nhận được bằng quay trục định hướng (o_i) quanh trục tới (a_i) một góc ψ như minh hoạ trên hình 5.15.

$$\overline{k} = \begin{bmatrix} -s\psi \\ c\psi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \\ 1 \end{bmatrix}$$



Hình 5.15. Phép quay của vectơ k.

Sử dụng ma trận biểu diễn phép quay xung quanh vectơ $\overline{k}$ một góc θ, ma trận $R_a(\lambda)$ có dạng:

$$R_a(\lambda) = \begin{bmatrix} S^2\psi V(\lambda\theta) + C(\lambda\theta) & -S\psi C\psi V(\lambda\theta) & C\psi S(\lambda\theta) & 0 \\ -S\psi C\psi V(\lambda\theta) & C^2\psi V(\lambda\theta) + C(\lambda\theta) & S\psi S(\lambda\theta) & 0 \\ -C\psi S(\lambda\theta) & -S\psi S(\lambda\theta) & C(\lambda\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5\text{-}52)$$

Với $V(\lambda\theta) = \text{vers}(\lambda\theta) = 1 - \cos(\lambda\theta)$

Phép quay $R_O(\lambda)$ xung quanh trục vectơ tới của P_{i+1} một góc Φ có dạng:

$$R_o(\lambda) = \begin{bmatrix} C(\lambda\theta) & C(\lambda\theta) & 0 & 0 \\ C(\lambda\theta) & C(\lambda\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5\text{-}53)$$

Đặt biểu thức (5-51), (5-52) và (5-53) vào biểu thức (5-50) nhận được biểu thức sau:

$$D(\lambda) = \begin{bmatrix} d\overline{n} & d\overline{o} & d\overline{a} & d\overline{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5\text{-}54a)$$

trong đó:

$$d\overline{o} = \begin{bmatrix} -S(\lambda\phi)\left[S^2\psi V(\lambda\theta) + C(\lambda\theta)\right] + C(\lambda\phi)\left[S\psi C\psi V(\lambda\theta)\right] \\ -S(\lambda\phi)\left[-S\psi C\psi V(\lambda\theta)\right] + C(\lambda\phi)\left[C^2\psi V(\lambda\theta) + C(\lambda\theta)\right] \\ -S(\lambda\phi)\left[-C\psi S(\lambda\theta)\right] + C(\lambda\phi)\left[S\psi S(\lambda\theta)\right] \end{bmatrix} \quad (5\text{-}54b)$$

$$d\overline{a} = \begin{bmatrix} C\psi S(\lambda\theta) \\ S\psi S(\lambda\theta) \\ C(\lambda\theta) \end{bmatrix} \tag{5-54c}$$

$$d\overline{p} = \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \lambda_z \end{bmatrix} \tag{5-54d}$$

và $d\overline{n} = d\overline{o} \times d\overline{a}$ (5-54e)

Thay $\lambda = 1$ và cân bằng $D(\lambda)$ từ biểu thức (5-54a) với (5-49), xác định được:

$$\begin{aligned} x &= \overline{n}_A(\overline{p}_B - \overline{p}_A) \\ y &= \overline{o}_A(\overline{p}_B - \overline{p}_A) \\ z &= \overline{a}_A(\overline{p}_B - \overline{p}_A) \end{aligned} \tag{5-55}$$

$$\begin{aligned} \theta &= a\tan 2\left(\left[(\overline{n}_A.\overline{a}_B)^2 + (\overline{o}_A.\overline{a}_B)^2\right]^{1/2}, (\overline{a}_A.\overline{a}_B)\right) && (0 \le \theta \le \pi) \\ \psi &= a\tan 2\left(\overline{o}_A.\overline{a}_B, \overline{n}_A.\overline{a}_B\right) && (-\pi \le \psi \le \pi) \\ \phi &= a\tan 2\left(S\phi, C\phi\right) && (-\pi \le \phi \le \pi) \end{aligned} \tag{5-56}$$

với:

$$S\phi = -S\psi C\psi V(\theta)(\overline{n}_A.\overline{n}_B) + \left[C^2\psi V(\theta) + C\theta\right](\overline{o}_A.\overline{n}_B) - S\psi S\theta(\overline{a}_A.\overline{n}_B)$$

$$C\phi = -S\psi C\psi V(\theta)(\overline{n}_A.\overline{o}_B) + \left[C^2\psi V(\theta) + C\theta\right](\overline{o}_A.\overline{o}_B) - S\psi S\theta(\overline{a}_A.\overline{o}_B)$$

Bài tập

5.1. Thiết kế quỹ đạo chuyển động dạng đa thức bậc 3 cho khớp 1 của robot 6 bậc tự do từ góc ban đầu 50^0 đến góc cuối cùng 80^0 trong thời gian 3 s. Xác định góc quay, tốc độ và gia tốc góc của khớp ở thời điểm 1, 2, 3 s. Biết rằng robot chuyển động từ trạng thái đứng yên và dừng ở vị trí cuối cùng.

5.2. Khớp thứ hai của robot 6 khớp quay từ góc ban đầu 20^0 đến góc cuối cùng 80^0 trong thời gian 5 s, sau đó quay tiếp đến góc 25^0 trong 5 s. Xây dựng quỹ đạo chuyển động dạng đa thức bậc 3 cho khớp 2 và vẽ đường biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc.

5.3. Đa thức bậc 5 được sử dụng để điều khiển chuyển động của khớp robot trong không gian khớp. Xác định các hệ số của đa thức bậc 5 để khớp quay từ góc ban đầu 0^0 đến góc quay cuối cùng 75^0 trong 3 s. Biết rằng tốc độ ban đầu và cuối cùng bằng không và gia tốc ban đầu và cuối cùng là 10 m/s^2.

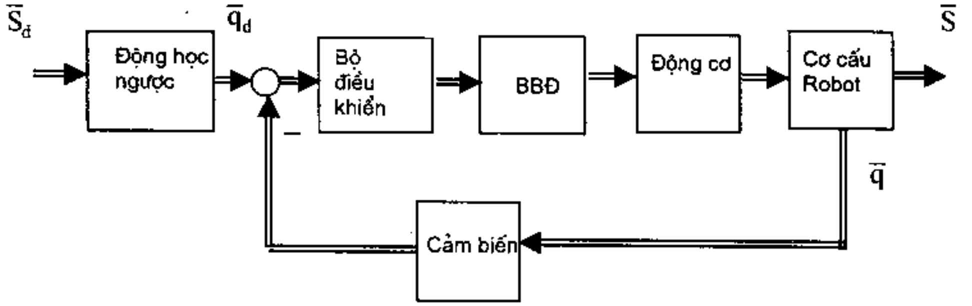
5.4. Xây dựng quỹ đạo dạng 2-1-2 của khớp 1 robot quay từ góc ban đầu 40^0 đến góc cuối cùng 120^0 trong 4 s với tốc độ lớn nhất là $10^0/s$. Vẽ đường biểu diễn vị trí, tốc độ và gia tốc chuyển động của khớp.

CHƯƠNG 6
ĐIỀU KHIỂN CHUYỂN ĐỘNG ROBOT

6.1. Bài toán điều khiển chuyển động

Chức năng của hệ thống điều khiển chuyển động là đảm bảo tay robot (End effector) chuyển động bám theo quỹ đạo đặt trước trong môi trường làm việc (không gian làm việc). Chuyển động của tay robot được thực hiện nhờ các hệ thống truyền động khớp robot. Trên cơ sở đó, có hai dạng hệ thống điều khiển chuyển động: hệ thống điều khiển ở không gian khớp (hình 6.1) và hệ thống điều khiển ở không gian làm việc (hình 6.2).

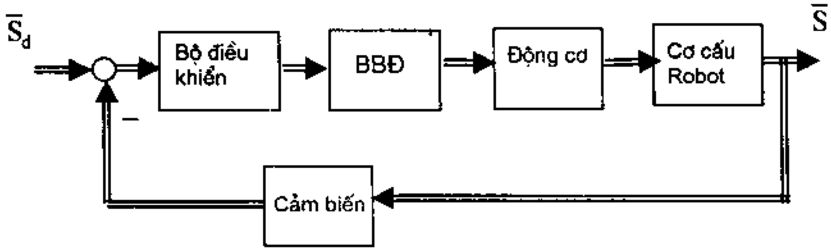
Ở hệ thống điều khiển khớp, đại lượng điều khiển là vị trí của khớp robot: góc quay đối với khớp quay; độ dịch chuyển thẳng đối với khớp tịnh tiến. Bộ điều khiển được thiết kế đảm bảo vị trí khớp luôn bám theo vị trí đặt, tức là sai lệch vị trí khớp hội tụ về không với thời gian nhỏ nhất. Vị trí đặt của khớp được tính toán từ lượng đặt vị trí của tay robot trong không gian làm việc thông qua khâu tính toán động học ngược. Ưu điểm của phương pháp điều khiển ở không gian khớp là bộ điều khiển tác động trực tiếp đến hệ thống truyền động của khớp. Tuy nhiên, hệ thống điều khiển này khó đảm bảo độ chính xác vị trí của tay khi tồn tại các sai lệch trong cơ cấu cơ khí (khe hở trong hộp số,...), hoặc thiếu thông tin về quan hệ vị trí giữa tay robot và đối tượng.



Hình 6.1. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển ở không gian khớp.

Hệ thống điều khiển không gian làm việc có chức năng duy trì trực tiếp sai lệch vị trí của tay robot trong không gian làm việc bằng không. Lượng đặt của

hệ thống điều khiển là vị trí đặt tay trong không gian làm việc và lượng phản hồi là vị trí thực của tay. Khâu tính toán động học ngược sẽ thuộc mạch vòng điều khiển phản hồi. Ưu điểm của phương pháp điều khiển này là tác động trực tiếp các biến không gian làm việc. Nhược điểm là khối lượng tính toán lớn do tồn tại khâu tính toán động học ngược trong mạch vòng điều khiển.



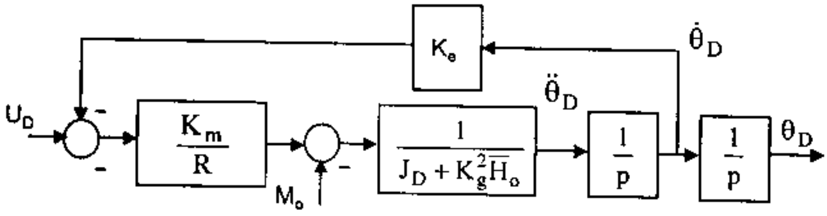
Hình 6.2. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển ở không gian làm việc.

Chương 4 đã dẫn ra các mô hình toán học mô tả cơ cấu chuyển động và cơ cấu truyền động của robot: Mô hình toán học dạng tổng quát có tính đến sự ràng buộc và phi tuyến của cơ cấu chuyển động ((4-73), (4-98)) và mô hình toán học độc lập khi tỉ số truyền của bộ truyền lực lớn (4-101) hoặc (hình 4-5), trong đó thành phần mômen (4-102) gây ra bởi sự ràng buộc giữa các khớp được coi là các nhiễu đối với hệ thống điều khiển và có thể bỏ qua. Trên cơ sở các mô hình động lực học đó, hai hệ thống điều khiển chuyển động được xây dựng [6]: Hệ thống điều khiển "phân tán" và "tập trung". Hệ thống điều khiển phân tán được xây dựng cho robot khi coi robot gồm các khớp độc lập, tức là bỏ qua sự ràng buộc giữa các khớp. Đối với các robot có tỉ số truyền của bộ truyền nhỏ, robot là một hệ thống có tính ràng buộc và phi tuyến cao, hệ thống điều khiển tập trung sẽ được xây dựng.

6.2. Hệ thống điều khiển độc lập các khớp

6.2.1. Mô hình động cơ truyền động khớp

Đối với các robot có tỉ số truyền của bộ truyền lớn, có thể coi hệ thống robot n bậc tự do sẽ gồm n hệ thống độc lập và là hệ thống 1 đầu vào/1 đầu ra (SISO) và sự ràng buộc giữa các khớp được coi là thành phần nhiễu. Trong trường hợp đơn giản, nếu bỏ qua thành phần mômen nhiễu, sơ đồ cấu trúc mô tả một khớp robot có dạng như hình 6.3. Sơ đồ hình 6.3 mô tả một khớp bất kỳ và không dùng ký hiệu chỉ số i trong các đại lượng của khớp.



Hình 6.3. Sơ đồ cấu trúc của hệ thống chuyển động của một khớp.

Hàm truyền mô tả động cơ truyền động khớp có dạng:

$$W_D(p) = \frac{\theta_D(p)}{U_D(p)} = \frac{K_D}{p(1+T_D p)} \tag{6-1}$$

trong đó: $K_D = \frac{1}{K_e}$; $T_D = \frac{RJ}{K_e K_m}$; $J = J_D + k_g^2 \overline{H}_0$

$\overline{H}_0$ - thành phần (i, i) tương ứng với khớp i của ma trận H chỉ chứa các hằng số khớp i;

θ_D - góc quay của động cơ truyền động khớp.

6.2.2. Hệ thống điều khiển phản hồi

Sơ đồ hệ thống điều khiển phản hồi cho khớp có dạng điển hình như hình 6.4. Hệ thống điều khiển gồm 3 mạch vòng điều chỉnh gia tốc, tốc độ và vị trí khớp với 3 bộ điều khiển tương ứng là $R_a(p)$, $R_\omega(p)$ và $R_p(p)$. Cấu trúc bộ điều khiển mạch vòng trong cùng $R_a(p)$ có dạng tỷ lệ - tích phân (PI) để nhận được sai lệch tĩnh bằng không. Các bộ điều khiển vòng ngoài có thể có cấu trúc tỷ lệ (P). Các hệ số K_a, K_ω và K_p tương ứng là hệ số phản hồi gia tốc, tốc độ và vị trí khớp.

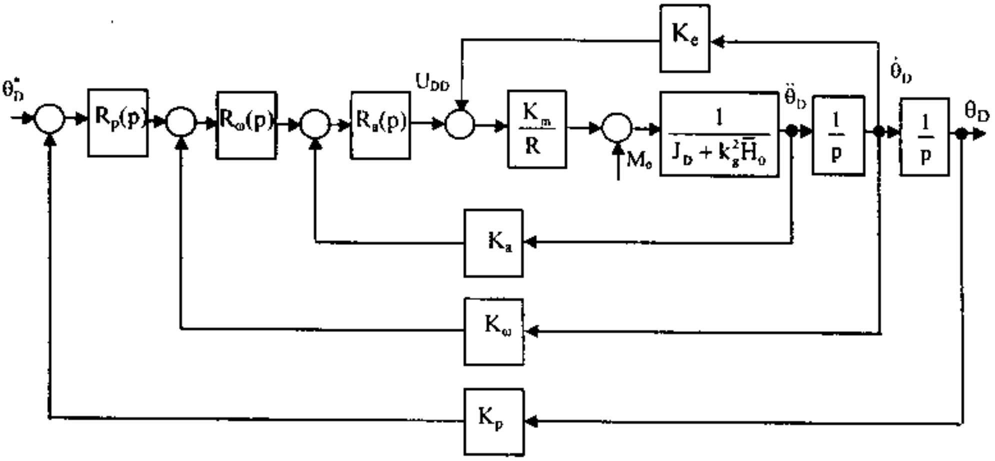
Cấu trúc các bộ điều khiển có dạng:

$$R_p(p) = K_{Rp}, \quad R_\omega(p) = K_{R\omega}, \quad R_a = K_{Ra}\frac{1+T_{Ra}p}{p} \tag{6-2}$$

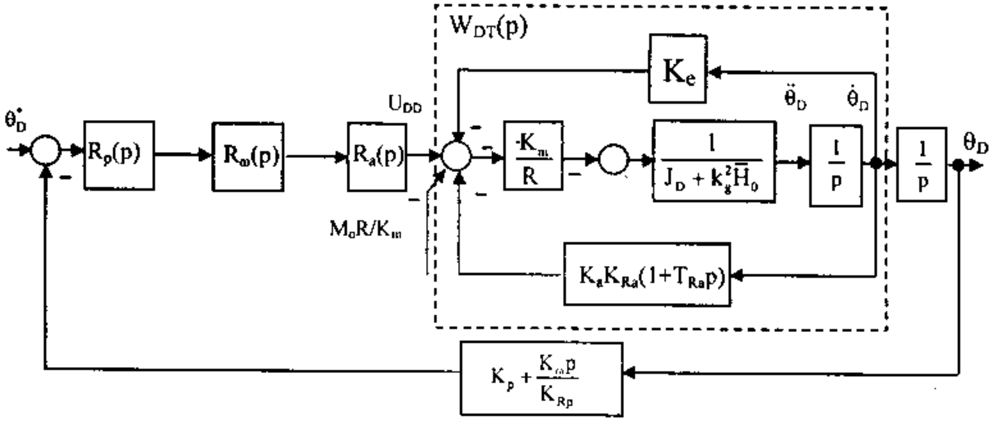
Sơ đồ cấu trúc ở hình 6.4 được biến đổi thành sơ đồ cấu trúc ở hình 6.5.

Từ sơ đồ cấu trúc hệ thống hình 6.5, hàm truyền đối tượng điều khiển của hệ thống được xác định ở dạng:

$$W_{DT}(p) = \frac{\theta_D(p)}{U_D(p)} = \frac{K_D}{(1+K_D K_{Ra} K_a)\left[1 + \frac{\left(1 + K_D K_{Ra} K_a \frac{T_{Ra}}{T_D}\right) T_D p}{(1+K_D K_{Ra} K_a)}\right]} \tag{6-3}$$



Hình 6.4. Sơ đồ hệ thống điều khiển phản hồi.



Hình 6.5. Sơ đồ hệ thống điều khiển phản hồi.

Hàm truyền mạch thẳng có dạng:

$$W_T(p) = \frac{K_{Rp}K_{R\omega}K_{Ra}(1+T_{Ra}p)}{p^2}W_{DT}(p) \qquad (6\text{-}4)$$

Hàm truyền mạch phản hồi có dạng:

$$W_f(p) = K_p + \frac{K_\omega p}{K_{Rp}} \qquad (6\text{-}5)$$

Bằng chọn $T_{Ra} = T_D$ sẽ khử được hằng số thời gian lớn của hệ thống. Hàm truyền kín của hệ thống được viết ở dạng sau:

$$W_k(p)=\frac{\theta_D(p)}{\theta_D^*(p)}=\frac{W_T(p)}{1+W_T(p)W_f(p)}=\frac{1/K_p}{1+\frac{K_\omega}{K_{Rp}K_p}p^2+\frac{(1+K_DK_{Ra}K_a)}{K_DK_{Rp}K_pK_{R\omega}K_{Ra}}p^2} \quad (6\text{-}6)$$

Hàm truyền theo tín hiệu nhiễu tải có dạng:

$$W(p)=\frac{\theta_D(p)}{M_o(p)}=\frac{\dfrac{Rp}{K_mK_{Rp}K_pK_{R\omega}K_a(1+T_{Ra}p)}}{1+\frac{K_\omega}{K_{Rp}K_p}p+\frac{(1+K_DK_{Ra}K_a)}{K_DK_{Rp}K_pK_{R\omega}K_{Ra}}p^2} \quad (6\text{-}7)$$

Hàm truyền hệ kín (6-6) có dạng khâu bậc 2 chuẩn:

$$W_{ch}(p)=\frac{1/K_p}{1+\frac{2\xi p}{\omega_n}+\frac{p^2}{\omega_n^2}} \quad (6\text{-}8)$$

So sánh (6-7) và (6-8) nhận được các biểu thức sau:

$$\begin{cases}\dfrac{K_\omega}{K_{Rp}K_p}=\dfrac{2\xi}{\omega_n}\\[2ex]\dfrac{1+K_DK_{Ra}K_a}{K_DK_{Rp}K_pK_{R\omega}K_{Ra}}=\dfrac{1}{\omega_n^2}\end{cases} \quad (6\text{-}9)$$

Các biểu thức (6-10) cho phép xác định tham số các bộ điều chỉnh gia tốc, tốc độ và vị trí theo các chỉ tiêu yêu cầu (độ quá điều chỉnh σ và thời gian quá độ T_{qd}) khi đã chọn các hệ số phản hồi K_a, K_ω, K_p.

Ví dụ: Để đảm bảo đạt được độ quá điều chỉnh $\sigma \le 20\%$, hệ số suy giảm sẽ được chọn nằm trong phạm vi: ξ = 0,5 - 0,7. Tần số dao động được tính theo thời gian quá độ yêu cầu và hệ số suy giảm ξ:

$$\omega_n=\frac{4}{\xi T_{qd}} \quad (6\text{-}10)$$

Từ hệ số suy giảm và tần số dao động sẽ xác định được các hệ số K_{Ra}, $K_{R\omega}$, K_{Rp}.

Phương pháp thiết kế hệ thống điều khiển xây dựng với mô hình hệ thống lý tưởng, tức là bỏ qua hằng số thời gian điện từ động cơ, hằng số thời gian bộ biến đổi, tính đàn hồi của bộ truyền lực. Điều đó có nghĩa là để đáp ứng các yêu cầu chất lượng đặt ra, hệ thống cần có hệ số phản hồi lớn. Tuy nhiên sẽ không thích hợp trong thực tế vì chất lượng hệ bị suy giảm gây bởi đặc tính động học của hệ thống cơ điện, ví dụ tồn tại khâu đàn hồi trong bộ truyền cơ.

6.2.3. Hệ thống điều khiển tiền định (Feedforward)

Hệ thống điều khiển phản hồi có thể đảm bảo độ chính xác về quỹ đạo chuyển động. Tuy nhiên để đạt độ chính xác di chuyển cao với gia tốc và tốc độ khớp cao, hệ thống điều khiển phản hồi (hình 6.4) không thoả mãn. Hệ thống điều khiển bù tiền định sẽ cho phép giảm sai số vị trí.

Hàm truyền hệ thống kín với các phản hồi gia tốc, tốc độ và vị trí (mục 6.2.2) có dạng:

$$W_k(p) = \frac{\theta_D(p)}{\theta_D^*(p)} = \frac{1/K_p}{1 + \frac{K_\omega}{K_{Rp}K_p}p^2 + \frac{(1 + K_D K_{Ra} K_a)}{K_D K_{Rp} K_p K_{R\omega} K_{Ra}}p^2} \qquad (6\text{-}11)$$

Để đảm bảo khớp robot di chuyển theo quỹ đạo đặt trước ($\theta_D(t) = \theta_D^*(t)$), thích hợp nhất xác định tín hiệu đặt theo biểu thức sau:

$$\frac{\theta_{Dr}(p)}{\theta_D^*(p)} = K_p + \frac{K_\omega}{K_{Rp}}p^2 + \frac{(1 + K_D K_{Ra} K_a)}{K_D K_{Rp} K_{R\omega} K_{Ra}}p^2 \qquad (6\text{-}12)$$

Bằng kết hợp biểu thức (6-11) và (6-12), có thể kiểm nghiệm được góc quay của động cơ luôn bám theo lượng đặt ($\theta_D(t) \equiv \theta_D^*(t)$).

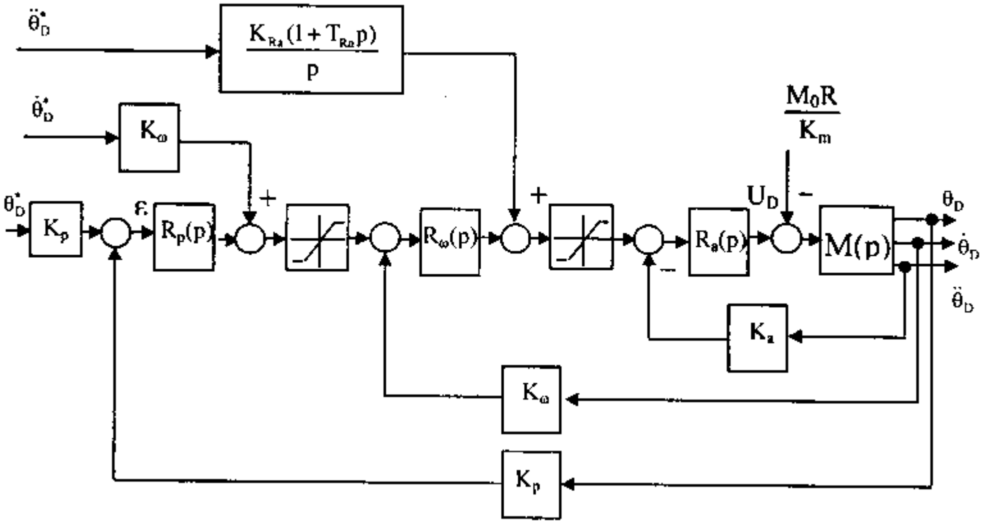
Sử dụng (6-12), sơ đồ toàn hệ thống điều khiển có dạng như hình 6.6.

Trong sơ đồ hình 6.6, M(p) là hàm truyền của động cơ kết hợp với bộ truyền và khớp robot. Sơ đồ hình 6.6 có 3 mạch vòng điều chỉnh, chỉ cần một tham số K_D cho xây dựng khâu bù tiền định. Độ chính xác bám quỹ đạo sẽ đạt được khi các tham số sử dụng trong bộ điều khiển và khâu bù tiền định luôn bằng tham số của đối tượng. Khi có sai lệch về tham số, độ chính xác bám quỹ đạo sẽ giảm. Các khâu bão hoà trong hệ thống điều khiển có tác dụng hạn chế các đại lượng của hệ thống trong quá trình quá độ: tốc độ, gia tốc, điện áp động cơ. Các khâu hạn chế này rất cần thiết cho robot công nghiệp khi robot cần di chuyển điểm - điểm, vì trong trường hợp này không quan tâm đến dạng quỹ đạo mà chủ yếu yêu cầu chuyển động nhanh ở mức cao nhất, tức là cần tạo gia tốc lớn nhất, hoặc dòng điện động cơ trong quá trình quá độ lớn nhất.

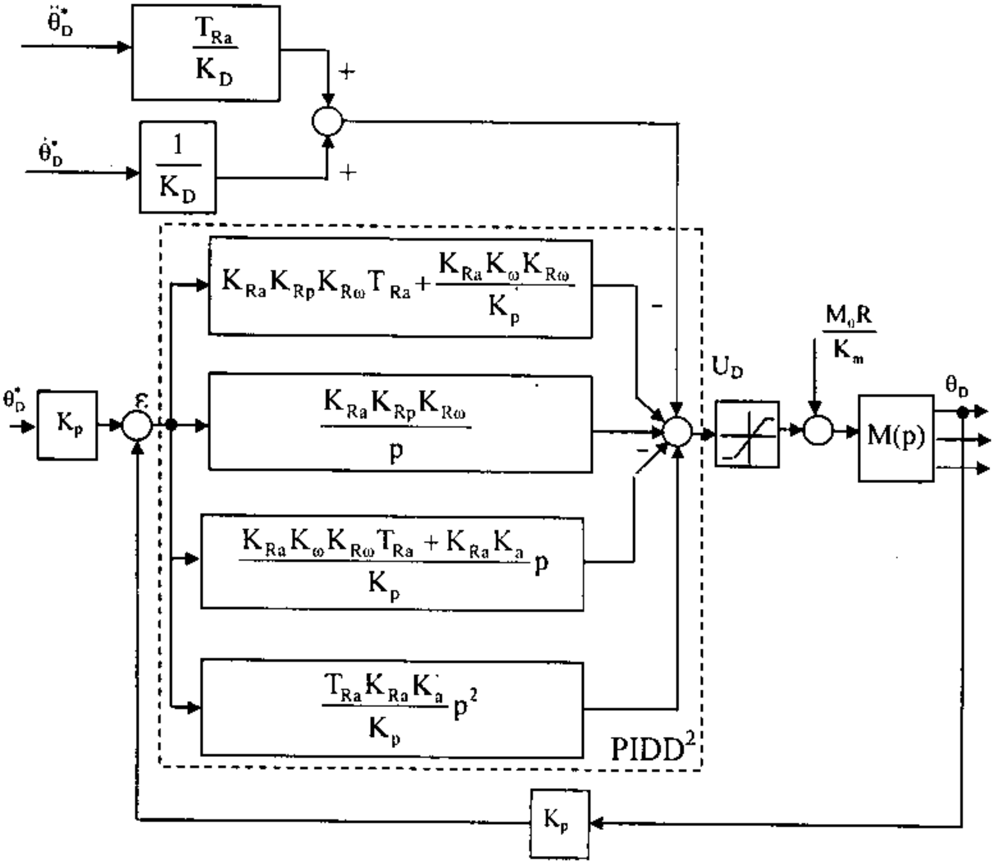
Từ sơ đồ cấu trúc hình 6.6 có thể viết được phương trình sau:

$$U_D = \frac{K_{Ra}(1 + T_{Ra}p)}{p}\left[(K_p K_{Rp} K_{R\omega}\varepsilon + K_\omega K_{R\omega} p\varepsilon) + K_a p^2 \varepsilon + \frac{\ddot{\theta}_D^*}{K_D K_{Ra}}\right] \qquad (6\text{-}13)$$

Khai triển biểu thức 6-13, nhận được sơ đồ cấu trúc hình 6.7, trong đó chỉ sử dụng tín hiệu phản hồi vị trí.



Hình 6.6. Sơ đồ hệ thống điều khiển tiền định.



Hình 6.7. Sơ đồ hệ thống điều khiển dạng $PIDD^2$.

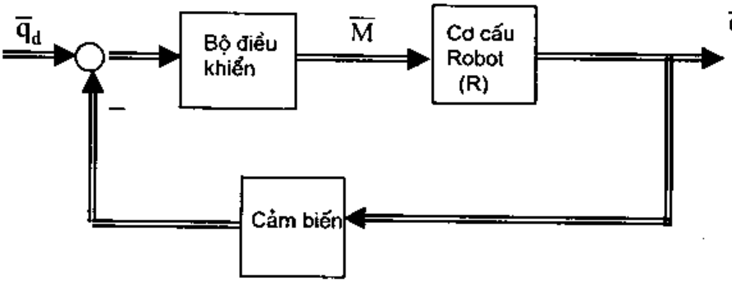
Sơ đồ hệ thống điều khiển hình 6.7 là một dạng hệ thống điều khiển chuẩn trong robot công nghiệp. Hệ số khuếch đại cần phải chọn lớn nhằm nâng cao độ chính xác và giảm sự ảnh hưởng của sự ràng buộc các khớp đến chất lượng hệ thống. Giá trị lớn nhất của hệ số khuếch đại cần phải chọn phù hợp với các yếu tố nhiễu của cảm biến, ảnh hưởng của đáp ứng động học hệ thống....

6.3. Hệ thống điều khiển tập trung

6.3.1. Hệ thống điều khiển phản hồi

Khi thiết kế hệ thống điều khiển, có thể bỏ qua động học của cơ cấu chấp hành: quán tính của động cơ và bộ biến đổi. Như vậy chức năng của bộ điều khiển là tạo ra một mômen cần thiết để truyền động khớp robot đảm bảo khớp robot luôn bám theo vị trí đặt.

Sơ đồ khối tổng quát của hệ thống điều khiển phản hồi robot được trình bày trên hình 6.8. $\overline{q}_d$ là vectơ tín hiệu đặt vị trí của các khớp ($q_d = \theta_d$ đối với khớp quay và $q_d = r_d$ đối với khớp tịnh tiến); $\overline{q}$ là vectơ vị trí thực của các khớp robot tương ứng là θ và r đối với khớp quay và tịnh tiến; $\overline{M}$ là vectơ mômen của các khớp quay và lực đối với khớp tịnh tiến.



Hình 6.8. Sơ đồ khối tổng quát của hệ thống điều khiển phản hồi.

Phương trình động lực học tổng quát của robot có dạng (4-73):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q}, \dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \tag{6-14}$$

Giả thiết thành phần mômen trọng lực G(p) được bù hoàn toàn, sơ đồ hệ thống điều khiển phản hồi với cấu trúc điều khiển PD có dạng đơn giản như hình 6.9 a. Trên sơ đồ đó, tín hiệu đặt vị trí q_d được so sánh với vị trí thực của khớp q, sai lệch được đặt vào khâu khuếch đại với hệ số K_P. Tín hiệu ra của khâu tỷ lệ được cộng đại số với tín hiệu tỷ lệ với tốc độ của khớp và đặt tới cơ cấu chấp hành của robot:

$$\overline{M}_{dk} = K_P(\overline{q}_d - \overline{q}) - K_D\dot{\overline{q}} \qquad (6\text{-}15a)$$

hoặc viết cho một khớp thứ i có:

$$M_{dki} = K_{pi}(q_{di} - q_i) - K_{di}\dot{q}_i \qquad (6\text{-}15b)$$

trong đó: $K_P = diag(K_{p1}, K_{p2},...., K_{pn})$ - ma trận đường chéo các hệ số khuếch đại của từng khớp riêng biệt;

$K_D = diag(K_{d1}, K_{d2},...., K_{dn})$ - ma trận đường chéo các hệ số đạo hàm của từng khớp riêng biệt.

Tín hiệu đầu ra của bộ điều khiển (6-15) là mômen truyền động cho robot mô tả bởi mô hình động lực học trực tiếp R (6-14), đầu ra của mô hình robot R là vị trí thực của các khớp.

Luật điều khiển (6-15) của một khớp không phụ thuộc vào mô hình robot, chỉ phụ thuộc sai lệch vị trí của khớp đó. Do đó bộ điều khiển độc lập với các khớp của robot, nên gọi là bộ điều khiển PD độc lập. Hệ thống với cấu trúc luật điều khiển (6-15) có độ tắt dần lớn sẽ không thích hợp với một số dạng robot. Một dạng hệ thống điều khiển khác trình bày trên hình 6.9b với bổ sung thêm tín hiệu đặt tốc độ và sai lệch tốc độ được đặt vào khâu khuếch đại K_D. Khi đó cấu trúc bộ điều khiển có dạng tỷ lệ-đạo hàm (PD) kinh điển:

$$\overline{M}_{dk} = K_P\overline{\varepsilon} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} \qquad (6\text{-}16a)$$

hoặc viết cho một khớp thứ i có:

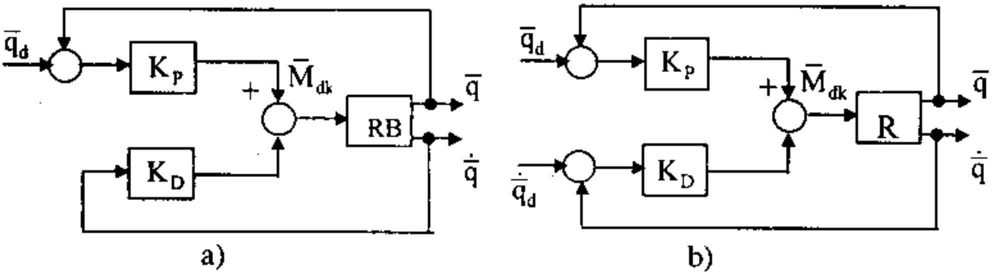
$$M_{dki} = K_{pi}\varepsilon_i + K_{di}\dot{\varepsilon}_i \qquad (6\text{-}16b)$$

trong đó: $\overline{\varepsilon} = \overline{q}_d - \overline{q}$ - sai số vị trí của khớp robot.

$\dot{\overline{\varepsilon}} = \dot{\overline{q}}_d - \dot{\overline{q}}$ - sai số tốc độ khớp robot

$K_P = diag(K_{p1}, K_{p2},...., K_{pn})$ - ma trận đường chéo các hệ số khuếch đại của từng khớp riêng biệt;

$K_D = diag(K_{d1}, K_{d2},...., K_{dn})$ - ma trận đường chéo các hệ số đạo hàm của từng khớp riêng biệt.



Hình 6.9. Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều khiển robot với bộ điều khiển PD: a- bộ điều khiển với phản hồi tốc độ; b- bộ điều khiển PD với lượng đặt tốc độ.

Hệ thống điều khiển với cấu trúc bộ điều khiển (6-16) ổn định tuyệt đối toàn cục. Thực, vậy, chọn hàm Liapunov có dạng:

$$V_L = \frac{1}{2}(\bar{\varepsilon}^T K_P \bar{\varepsilon} + \dot{\bar{q}}^T H \dot{\bar{q}}) \tag{6-17}$$

Hàm V_L biểu thị tổng năng lượng của hệ thống robot: Thành phần $\frac{1}{2}(\bar{\varepsilon}^T K_P \bar{\varepsilon})$ tỷ lệ năng lượng đầu vào và thành phần $\frac{1}{2}(\dot{\bar{q}}^T H \dot{\bar{q}})$ là động năng của robot. K_p và H là các ma trận hệ số dương, nên hàm $V_L > 0$ với $\bar{q} \neq \bar{q}_d$.

Tính đạo hàm cấp 1 hàm V_L, nhận được:

$$\dot{V}_L = \frac{1}{2}\dot{\bar{\varepsilon}}^T K_P \bar{\varepsilon} + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}^T K_P \dot{\bar{\varepsilon}} + \frac{1}{2}\ddot{\bar{q}}^T H \dot{\bar{q}} + \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T \dot{H} \dot{\bar{q}} + \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T H \ddot{\bar{q}} \tag{6-18}$$

Do tính đối xứng của các thành phần $\bar{\varepsilon}^T K_p \bar{\varepsilon}$, $\dot{\bar{q}}^T H \dot{\bar{q}}$, (6-18) được rút gọn ở dạng:

$$\dot{V}_L = \dot{\bar{\varepsilon}}^T K_P \bar{\varepsilon} + \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T \dot{H} \dot{\bar{q}} + \dot{\bar{q}}^T H \ddot{\bar{q}} \tag{6-19}$$

Thay phương trình động lực học dạng tổng quát (6-14) vào phương trình (6-19), với giả thiết không có thành phần mômen trọng lực G(p), nhận được phương trình sau:

$$\dot{V}_L = \dot{\bar{\varepsilon}}^T K_P \bar{\varepsilon} + \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T \dot{H} \dot{\bar{q}} + \dot{\bar{q}}^T [\bar{M} - V(\bar{q}, \dot{\bar{q}})] \tag{6-20}$$

Sử dụng thuộc tính của phương trình động lực học [6] và áp dụng luật điều khiển (6-16), phương trình (6-20) được biến đổi thành dạng:

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &= \dot{\bar{q}}^T K_D \dot{\bar{\varepsilon}} - \dot{\bar{q}}^T C(\bar{q}, \dot{\bar{q}})\dot{\bar{q}} + \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T \dot{H}(\bar{q})\dot{\bar{q}} \\ &= -\dot{\bar{q}}^T K_D \dot{\bar{\varepsilon}} + \dot{\bar{q}}^T (\frac{1}{2}\dot{H} - C)\dot{\bar{q}} \end{aligned} \tag{6-21}$$

trong đó: $V(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = C(\bar{q}, \dot{\bar{q}})\dot{\bar{q}}$.

Do ma trận $\frac{1}{2}\dot{H} - C$ là ma trận đối xứng ngược, $\bar{q}^T(\frac{1}{2}\dot{H} - C)\bar{q} = 0$ với mọi $\bar{q}$, nên từ (6-21) nhận được:

$$\dot{V}_L = -\dot{\bar{q}}^T K_D \dot{\bar{q}} \quad \leq 0 \tag{6-22}$$

Bất đẳng thức (6-22) cho thấy rằng hệ thống ổn định tuyệt đối.

Từ (6-17) và (6-22) cho thấy rằng, mức độ dương của V_L phụ thuộc vào K_P; mức độ âm của $\dot{V}_L$ phụ thuộc vào K_D. Do đó tăng tốc độ hội tụ bằng tăng giá trị

ma trận hệ số K_D. Nâng cao độ chính xác tĩnh của hệ thống điều khiển đạt được bằng tăng hệ số K_P của khâu khuếch đại. Tuy nhiên, K_P và K_D lớn sẽ làm giảm độ ổn định và chất lượng quá trình quá độ như độ quá điều chỉnh và thời gian quá độ tăng. Mặt khác, sự tồn tại ảnh hưởng của thành phần mômen trọng lực cũng làm giảm chất lượng của hệ thống. Bộ điều khiển có cấu trúc PID sẽ khắc phục được nhược điểm của bộ điều khiển PD. Khi đó phương trình mômen bộ điều khiển có dạng:

$$\overline{M}_{dk} = K_P\overline{\varepsilon} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_I\int_0^t \overline{\varepsilon}(\tau)d\tau \qquad (6\text{-}23)$$

trong đó $K_i = diag(K_{i1}, K_{i2}, ..., K_{in})$ - ma trận đường chéo các hệ số tích phân.

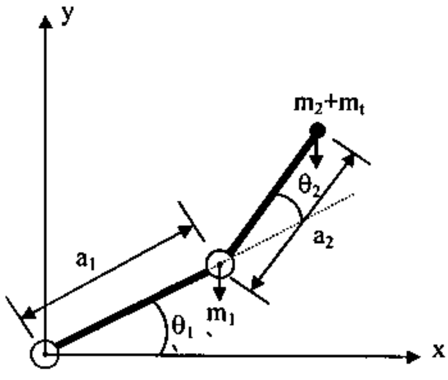
Bằng phương pháp tương tự, có thể chứng minh hệ thống với bộ điều khiển (6-23) ổn định. Tác dụng của khâu tích phân của (6-23) là hiệu chỉnh chất lượng hệ thống khi sự ảnh hưởng của mômen trọng lực không được bù hết.

Ví dụ 6.1: Thiết kế bộ điều khiển phản hồi cấu trúc PD (Tỷ lệ -đạo hàm) cho robot hai thanh nối trong mặt phẳng có cấu hình như hình 6.10 với các tham số như sau:

m1 = 2,5 kg; m2 = 1,5 kg; mt = 0,5 kg;
a1 = 0,25 m; a2 = 0,15 m

+Hệ phương trình động lực học robot có dạng tổng quát như (4-73):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \qquad (6\text{-}24)$$



Hình 6.10. Cấu hình robot 2 thanh nối.

Sử dụng hệ phương trình động lực học robot hai thanh nối dạng tổng quát (4-26) ÷ (4-29), nhận được các ma trận của hệ phương trình động lực robot như sau:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix};\ V = \begin{bmatrix} h_{122}\dot{\theta}_2^2 + 2h_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ h_{211}\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix};\ G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}25)$$

Với: $H_{11} = m_1a_1^2 + (m_2 + m_t)\left(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\theta_2\right)$ (6-25a)

$$H_{12} = H_{21} = (m_2 + m_t)\left(a_2^2 + a_1a_2\cos\theta_2\right) \qquad (6\text{-}25b)$$

$$H_{22} = (m_2 + m_t)a_2^2 \qquad (6\text{-}25c)$$

$$h_{122} = h_{112} = -h_{211} = -(m_2 + m_t)a_1a_2\sin\theta_2 \qquad (6\text{-}25d)$$

$$g_1 = m_1ga_1\cos\theta_1 + (m_2 + m_t)g\left[a_1\cos\theta_1 + a_2\cos(\theta_1 + \theta_2)\right] \qquad (6\text{-}25e)$$

$$g_2 = (m_2 + m_t)ga_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \tag{6-25f}$$

+ Phương trình luật điều khiển có dạng (6-19):

$$\overline{M}_{dk} = K_P\overline{\varepsilon} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} \tag{6-26}$$

Với: $\overline{\varepsilon} = \overline{q}_d - \overline{q}$ - sai số vị trí của khớp robot;

$\dot{\overline{\varepsilon}} = \dot{\overline{q}}_d - \dot{\overline{q}}$ - sai số tốc độ khớp robot;

$K_P = \text{diag}(K_{p1}, K_{p2})$ - ma trận đường chéo các hệ số khuếch đại;

$K_D = \text{diag}(K_{d1}, K_{d2})$ - ma trận đường chéo các hệ số đạo hàm.

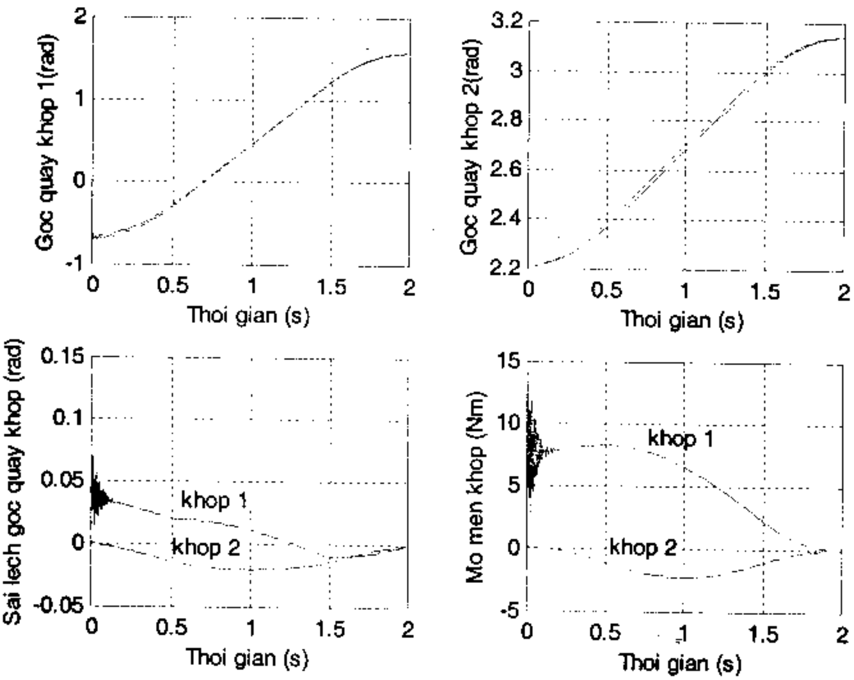
+ Quỹ đạo đặt cho hai khớp có dạng 2-1-2 được tính toán đảm bảo tay robot di chuyển từ vị trí ban đầu (0,2 0) đến vị trí cuối cùng (0 0,1) trong thời gian 2 s.

+ Ma trận hệ số khuếch đại tỷ lệ và đạo hàm được lựa chọn:

$$K_P = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 200 \end{bmatrix} \text{ và } K_D = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

+ Chương trình mô phỏng được viết bằng ngôn ngữ MATLAB minh họa ở phụ lục (P L2.....).

Hình 6.11 là các kết quả mô phỏng góc quay các khớp 1,2; sai lệch góc quay 1,2 và mômen khớp 1,2.



Hình 6.11. Kết quả mô phỏng của ví dụ 6.1.

6.3.2. Hệ thống điều khiển mômen tính toán

Phương pháp mômen tính toán cũng mang tên là phương pháp điều khiển động lực học, phương pháp điều khiển theo mô hình [4], [6],[14]. Nguyên lý cơ bản của phương pháp điều khiển là lựa chọn luật điều khiển sao cho khử được các thành phần phi tuyến của phương trình động lực học robot và phân ly đặc tính động lực học các thanh nối. Kết quả là sẽ nhận được một hệ thống tuyến tính, dễ dàng thiết kế theo các phương pháp kinh điển của hệ thống tuyến tính đảm bảo độ chính xác chuyển động yêu cầu.

Dựa trên phương trình động lực học (6-14) của robot, giả thiết tất các các tham số robot đã biết hoặc được xác định chính xác, phương trình mô tả bộ điều khiển mômen tính toán được chọn như sau:

$$\overline{M}_{dk} = H(\overline{q})\overline{U} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \qquad (6\text{-}27)$$

Cân bằng mômen ở phương trình (6-27) và (6-14), H(q) là ma trận thực dương có thể lấy nghịch đảo ([6]), ta nhận được phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 mô tả động học của hệ thống kín như sau:

$$\ddot{\overline{q}} = \overline{U} \qquad (6\text{-}28)$$

(6-28) là hệ phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 độc lập đối vơí các khớp. Do đó có thể thiết kế các bộ điều khiển độc lập có cấu trúc PD hoặc PID cho từng khớp. Luật điều khiển phụ $\overline{U}$ có cấu trúc PID như sau:

$$\overline{U} = \ddot{\overline{q}}_d + K_P\overline{\varepsilon} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_I\int_0^t \overline{\varepsilon}(\tau)d\tau \qquad (6\text{-}29)$$

trong đó: $\ddot{\overline{q}}_d$ - đạo hàm cấp 2 của tín hiệu đặt vị trí.

Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển mômen tính toán (Điều khiển động lực học) trình bày trên hình 6.12. Kết hợp các phương trình (6-29) và (6-28), phương trình vi phân sai số vị trí của hệ thống kín có dạng như sau:

$$\overline{\varepsilon}^{(3)} + K_D\ddot{\overline{\varepsilon}} + K_P\dot{\overline{\varepsilon}} + K_I = 0 \qquad (6\text{-}30)$$

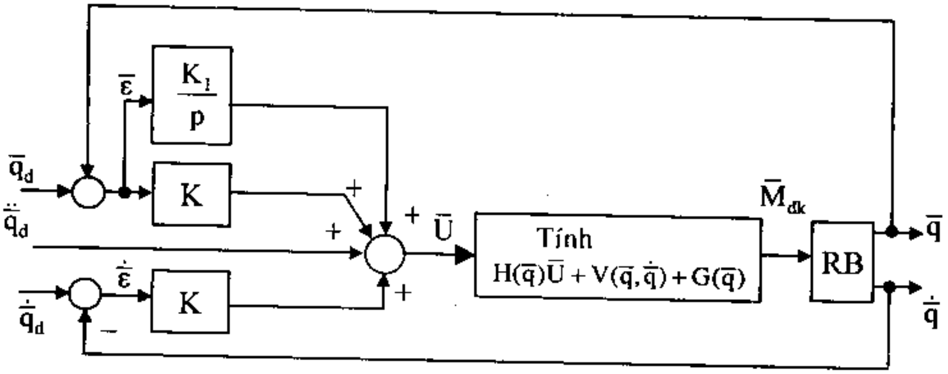
Phương trình đặc tính ở dạng toán tử Laplace là:

$$s^3 I + K_D s^2 + K_P s + K_I = 0 \qquad (6\text{-}31)$$

Phương trình (6-31) viết cho từng khớp như sau:

$$s^3 + K_{di}s^2 + K_{pi}s + K_{ii} = 0 \qquad (6\text{-}32)$$

Các hệ số K_{pi}, K_{di}, K_{ii} có thể được tính toán theo các tiêu chuẩn ổn định và hội tụ bằng đặt nghiệm của phương trình ở các vị trí mong muốn bên trái mặt phẳng phức.



Hình 6.12. Sơ đồ cấu trúc hệ điều khiển mômen tính toán.

Nhược điểm của phương pháp điều khiển mômen tính toán là cần phải biết đầy đủ và chính xác các thông số cũng như đặc tính động lực học của robot. Tuy nhiên các thông số động học của robot thay đổi trong quá trình làm việc, nên để khử hoàn toàn các thành phần phi tuyến và phân ly hoàn toàn động lực học của các khớp theo phương trình (6-14), cần phải ước lượng chính xác các thông số của robot trong quá trình làm việc. Hơn nữa, thuật toán tính toán luật điều khiển mômen tính toán sẽ liên quan đến các phép toán trung gian, nên phải thực hiện các phép nhân vectơ và ma trận phụ, khối lượng tính toán sẽ lớn. Thời gian tính toán lớn sẽ hạn chế khả năng áp dụng phương pháp điều khiển này trong các robot công nghiệp.

Ví dụ 6.2: Thiết kế bộ điều khiển phản hồi động lực học ngược và bộ điều khiển tuyến tính vòng ngoài cấu trúc PD (Tỷ lệ -đạo hàm) cho robot hai thanh nối trong mặt phẳng có cấu hình như hình 6.10 với các tham số như ví dụ 6.1:

m1 = 2,5 kg; m2 = 1,5 kg; mt = 0,5 kg; a1 = 0,25 m; a2 = 0,15 m

+ Hệ phương trình động lực học robot có dạng tổng quát như (4-73):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \quad (6\text{-}33)$$

Các ma trận thành phần có dạng (6-25).

+ Luật điều khiển có dạng (6-27):

$$\overline{M}_{dk} = H(\overline{q})\overline{U} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \quad (6\text{-}34)$$

Tín hiệu điều khiển phụ được lựa chọn có cấu trúc PD như sau:

$$\overline{U} = K_P\overline{\varepsilon} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} \quad (6\text{-}35)$$

với: $\overline{\varepsilon} = \overline{q}_d - \overline{q}$ - sai số vị trí của khớp robot;

$\dot{\varepsilon} = \dot{\bar{q}}_d - \dot{\bar{q}}$ - sai số tốc độ khớp robot;

$K_P = diag(K_{p1}, K_{p2})$ - ma trận đường chéo các hệ số khuếch đại;

$K_D = diag(K_{d1}, K_{d2})$ - ma trận đường chéo các hệ số đạo hàm.

+ Quỹ đạo đặt cho hai khớp có dạng 2-1-2 được tính toán đảm bảo tay robot di chuyển từ vị trí ban đầu (0,2 0) đến vị trí cuối cùng (0 0,1) trong thời gian 2 s.

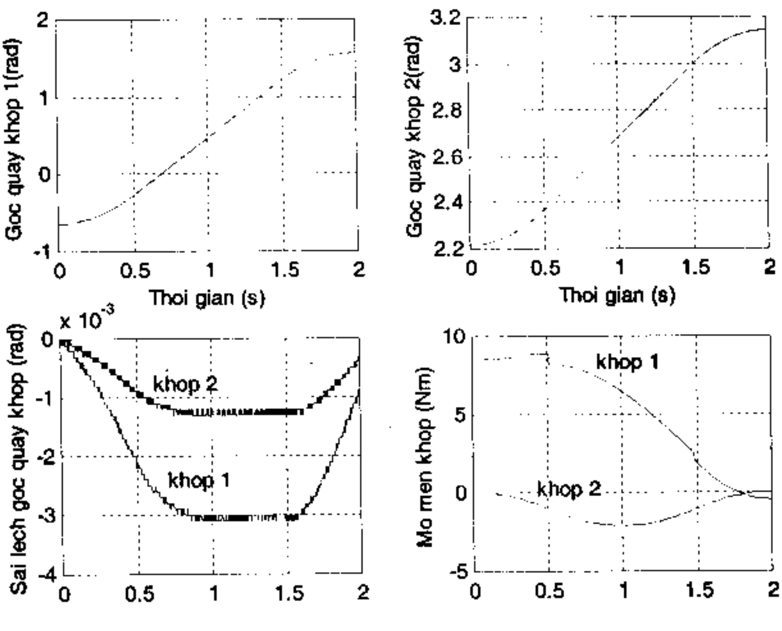
+ Các hệ số khuếch đại tỷ lệ và đạo hàm được lựa chọn theo các chỉ tiêu quá trình quá độ mong muốn ([8],[9]):

$$k_{pi} = \omega_{ni}^2 \text{ và } k_{di} = 2\xi_i\omega_{ni}$$

Chọn hệ số suy giảm $\xi = 0,7$ và thời gian quá độ $t_{qd} = 1$ s, tính được các ma trận hệ số tỷ lệ và đạo hàm như sau:

$$K_P = \begin{bmatrix} 32,65 & 0 \\ 0 & 32,65 \end{bmatrix} \text{ và } K_D = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

+ Hình 6.13 là các kết quả mô phỏng góc quay các khớp 1,2; sai lệch góc quay 1,2 và mômen khớp 1,2.



Hình 6.13. Kết quả mô phỏng của ví dụ 6.2.

6.3.3. Phương pháp điều khiển phân ly phi tuyến

Phương pháp điều khiển phân ly phi tuyến được xây dựng trên cơ sở lý thuyết điều khiển phân ly cho hệ phi tuyến ([4]) bằng phản hồi tuyến tính tín hiệu ra. Phương trình động lực học của robot có dạng (6-14):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \tag{6-36}$$

Chọn biến đầu ra là biến khớp $\overline{q}$: $\overline{y} = \overline{q}$

Do ma trận $H(\overline{q})$ luôn là ma trận không đơn nhất nên từ phương trình (6-36) có thể viết được phương trình gia tốc của robot:

$$\ddot{\overline{q}} = -H^{-1}(\overline{q})\left[V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q})\right] + H^{-1}(\overline{q})\overline{M}(t) \tag{6-37}$$

Hệ phương trình (6-37) gồm các phương trình vi phân cấp 2 cho mỗi biến khớp, vì vậy sau 2 lần vi phân tín hiệu đầu ra y_i cho mỗi biến khớp, hệ số của tín hiệu vào H sẽ khác không, có nghĩa là tín hiệu vào lần đầu tiên xuất hiện trong phương trình đầu ra. Đạo hàm cấp 2 của từng biến đầu ra khớp i được biểu diễn bằng phương trình sau:

$$\ddot{y}_i = \ddot{q}_i = -[H^{-1}(\overline{q})]_i[V_i(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G_i(\overline{q})] + [H^{-1}(\overline{q})]_i\overline{M}_i(t) \tag{6-38}$$

$$= D_i^*(\overline{X}) + H_i^*(\overline{q})M_i(t) \tag{6-39}$$

trong đó: $D_i^*(\overline{X}) = -[H^{-1}(\overline{q})]_i[V_i(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G_i(\overline{q})]$ (6-40a)

$$\overline{X}^T = \left[\overline{q}^T(t) \quad \dot{\overline{q}}^T(t)\right] \tag{6-40b}$$

$H_i^*(\overline{q}) = \left[H^{-1}(\overline{q})\right]_i$ - hàng thứ i của ma trận $H^{-1}(\overline{q})$ (6-40c)

Kết hợp n phương trình (6-40) cho từng khớp, có thể viết phương trình vectơ tổng quát cho robot ở dạng sau:

$$\ddot{\overline{y}} = \ddot{\overline{q}} = -C^*(\overline{X}) + H^{-1}(\overline{q})\overline{M}(t) \tag{6-41}$$

Tín hiệu ra $\overline{M}_{dk}(t)$ của bộ điều khiển được chọn để đảm bảo cho hệ thống phân ly, tức là động lực học các khớp độc lập nhau:

$$\overline{M}_{dk}(t) = -H^{-1}(\overline{q})\left[C^*(\overline{X}) + \alpha^*(\overline{X}) - \Lambda W(t)\right] \tag{6-42}$$

trong đó: $\alpha^*(\overline{X})$ là vectơ (nx1) có thành phần thứ i là:

$$\alpha_i^*(\overline{X}) = \alpha_{io}q_i + \alpha_{i1}\dot{q}_i \tag{6-43a}$$

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n) \tag{6-43b}$$

W(t) - vectơ (nx1) tín hiệu vào.

Sử dụng (6-40), phương trình (6-42) viết lại ở dạng sau:

$$\overline{M}_{dk} = -H(\overline{q})\{-H^{-1}(\overline{q})[V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q})] + \alpha^*(\overline{X}) - \Lambda W(t)\}$$
$$= V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) - H(\overline{q})[\alpha^*(\overline{X}) - \Lambda W(t)] \quad (6\text{-}44)$$

Kết hợp với (6-43), phương trình (6-44) được viết cho khớp thứ i như sau:

$$M_{dki}(t) = V_i(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G_i(\overline{q}) - \begin{bmatrix} H_{i1}(\overline{q}) & \dots & H_{in}(\overline{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{o1}q_1(t) + \alpha_{11}\dot{q}_1(t) - \lambda_1 w_1(t) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \alpha_{on}q_n(t) + \alpha_{1n}\dot{q}_n(t) - \lambda_n w_n(t) \end{bmatrix}$$

(6-45)

Phương trình (6-45) cho thấy rằng tín hiệu điều khiển $M_i(t)$ của khớp i chỉ phụ thuộc vào các thành phần động lực học ($V_i(\overline{q},\dot{\overline{q}})$, $G_i(\overline{q})$) của khớp i và tín hiệu vào phụ W(t). Thay phương trình (6-44) vào phương trình động lực học (6-14) ta nhận được:

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) = V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) - H(\overline{q})\left[\alpha^*(\overline{X}) - \Lambda W(t)\right] \quad (6\text{-}46)$$

Từ (6-46), sau một số biến đổi, nhận được phương trình ở dạng khai triển sau:

$$H(\overline{q}) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 + \alpha_{o1}q_1(t) + \alpha_{11}\dot{q}_1(t) - \lambda_1 w_1(t) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \ddot{q}_n + \alpha_{on}q_n(t) + \alpha_{1n}\dot{q}_n(t) - \lambda_n w_n(t) \end{bmatrix} = 0 \quad (6\text{-}47)$$

Ma trận H(q) không đơn nhất nên phương trình (6-47) có thể được viết tách riêng cho từng khớp ở dạng ở dạng sau:

$$\ddot{q}_i + \alpha_{oi}q_i(t) + \alpha_{1i}\dot{q}_i(t) - \lambda_i w_i(t) = 0 \qquad (i=1,2,...,n) \quad (6\text{-}48)$$

Phương trình (6-47) biểu diễn mối quan hệ vào-ra phân ly của hệ thống. Các hệ số α_{oi}, α_{1i} và λ_i của khớp i có thể chọn thoả mãn các tiêu chuẩn ổn định kinh điển. Như vậy robot có thể được mô tả là một hệ thống gồm n hệ thống nhỏ độc lập, phân ly với luật điều khiển (6-44) hoặc (6-45).

6.3.4. Hệ thống điều khiển bù trọng lực với bộ điều khiển PD

Bài toán đặt ra là xác định cấu trúc bộ điều khiển đảm bảo hệ thống ổn định tuyệt đối xung quanh điểm cân bằng ($q = q_d$), không phụ thuộc vào khối lượng của các thanh nối và tải. Luật điều khiển được xây dựng dựa trên tiêu

chuẩn ổn định Liapunov trực tiếp.

Đặt biến trạng thái của hệ thống là: $[\overline{\varepsilon}^T, \dot{\overline{q}}^T]^T$

với: $\overline{\varepsilon} = \overline{q}_d - \overline{q}$ - vectơ sai số vị trí của khớp robot.

$\dot{\overline{q}}$ - vectơ tốc độ khớp robot.

Chọn hàm Liapunov có dạng:

$$V = \frac{1}{2}\dot{\overline{q}}^T H(\overline{q})\dot{\overline{q}} + \frac{1}{2}\overline{\varepsilon}^T K_P \overline{\varepsilon} > 0 \text{ với } \quad \overline{q},\ \overline{\varepsilon} \neq 0 \qquad (6\text{-}49)$$

trong đó: K_P là ma trận đối xứng dương.

Thành phần thứ nhất của (6-49) đặc trưng cho động năng của hệ thống và thành phần thứ hai của (6-49) biểu thị thế năng tích lũy trong hệ thống có độ cứng là K_P.

Đạo hàm (6-49) nhận được:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\ddot{\overline{q}}^T H(\overline{q})\dot{\overline{q}} + \frac{1}{2}\dot{\overline{q}}^T \dot{H}(\overline{q})\dot{\overline{q}} + \frac{1}{2}\dot{\overline{q}}^T H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + \frac{1}{2}\dot{\overline{\varepsilon}}^T K_P \overline{\varepsilon} + \frac{1}{2}\overline{\varepsilon}^T K_P \dot{\overline{\varepsilon}}$$

Do $\overline{q}_d$ là hằng số nên: $\dot{\overline{\varepsilon}} = -\dot{\overline{q}}$. Ma trận $H(\overline{q})$ là ma trận đối xứng dương, do đó phương trình sau được thỏa mãn:

$$\ddot{\overline{q}}^T H(\overline{q})\dot{\overline{q}} = \dot{\overline{q}}^T H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} \qquad (6\text{-}50)$$

Sử dụng các ràng buộc trên, đạo hàm bậc nhất của V được viết ở dạng sau:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{\overline{q}}^T \dot{H}(\overline{q})\dot{\overline{q}} + \dot{\overline{q}}^T H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} - \dot{\overline{q}}^T K_P \overline{\varepsilon} \qquad (6\text{-}51)$$

Từ phương trình động lực học robot (4-30b), rút ra thành phần mômen quán tính:

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} = \overline{M} - C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} - G(\overline{q}) \qquad (6\text{-}52)$$

Thay (6-52) vào (6-51) và thêm và bớt thành phần $\dot{\overline{q}}^T K_D \dot{\overline{q}}$ (với K_D là ma trận hệ số dương đối xứng), (6-51) được viết ở dạng:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{\overline{q}}^T \dot{H}(\overline{q})\dot{\overline{q}} + \dot{\overline{q}}^T[\overline{M} - C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} - G(\overline{q})] - \dot{\overline{q}}^T K_P \overline{\varepsilon} + \dot{\overline{q}}^T K_D \dot{\overline{q}} - \dot{\overline{q}}^T K_D \dot{\overline{q}}$$

$$= \frac{1}{2}\dot{\overline{q}}^T[\dot{H}(\overline{q}) - 2C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})]\dot{\overline{q}} + \dot{\overline{q}}^T[\overline{M} - G(\overline{q}) - K_P \overline{\varepsilon} + K_D \dot{\overline{q}}] - \dot{\overline{q}}^T K_D \dot{\overline{q}}$$

(6-53)

Theo thuộc tính của phương trình động lực học ([6]):

$$\dot{H}(\overline{q}) - 2C(\overline{q}, \dot{\overline{q}}) = 0 \tag{6-54}$$

Nếu chọn: $\overline{M} = G(\overline{q}) + K_P\overline{\varepsilon} - K_D\dot{\overline{q}}$, sử dụng (6-54) sẽ nhận được đạo hàm bậc nhất của hàm V âm:

$$\dot{V} = -\dot{\overline{q}}^T K_D \dot{\overline{q}} < 0 \tag{6-55}$$

Với các điều kiện (6-49) và (6-55), hệ thống sẽ ổn định tuyệt đối xung quanh điểm cân bằng $\overline{\varepsilon} = 0$ tức là: $\overline{q} = \overline{q}_d$

Như vậy luật điều khiển bù trọng lực có dạng:

$$\overline{M}_{dk} = G(\overline{q}) + K_P\overline{\varepsilon} - K_D\dot{\overline{q}} \tag{6-56}$$

Nhận thấy rằng, cấu trúc bộ điều khiển (6-56) gồm hai thành phần: Thành phần thứ nhất là trọng lực sẽ có tác dụng bù trọng lực của robot. Thành phần sau có cấu trúc PD (tỷ lệ - đạo hàm) tương tự như (6-15a). Cân bằng hai phương trình mômen khớp robot (4-30b) và phương trình bộ điều khiển (6-56):

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + C(\overline{q}, \dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) = G(\overline{q}) + K_P\overline{\varepsilon} - K_D\dot{\overline{q}} \tag{6-57}$$

Ở chế độ làm việc xác lập, các thành phần tốc độ và gia tốc bằng không, từ phương trình (6-57) nhận được:

$$K_P\overline{\varepsilon} = 0$$

Do đó, sai lệch vị trí của khớp robot luôn luôn bằng không tức là:

$$\overline{q} = \overline{q}_d \tag{6-58}$$

Với luật bù trọng lực phi tuyến với bộ điều khiển PD (6-56), tất cả các điểm cân bằng (điểm làm việc xác lập) sẽ ổn định tuyệt đối không chịu sự ảnh hưởng của trọng lực của robot. Mức độ ổn định và chất lượng quá trình động phụ thuộc vào giá trị của K_P và K_D.

Ví dụ 6.3: Thiết kế bộ điều khiển bù trọng lực với bộ điều khiển cấu trúc PD (tỷ lệ - đạo hàm) cho robot hai thanh nối trong mặt phẳng có cấu hình như hình 6.10 với các tham số như ví dụ 6.1:

m1 = 2,5 kg; m2 = 1,5 kg; mt = 0,5 kg; a1 = 0,25 m; a2 = 0,15 m

+ Hệ phương trình động lực học robot có dạng tổng quát như (4-73):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q}, \dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \tag{6-59}$$

Các ma trận thành phần có dạng (6-25).

+ Luật điều khiển có dạng (6-56):

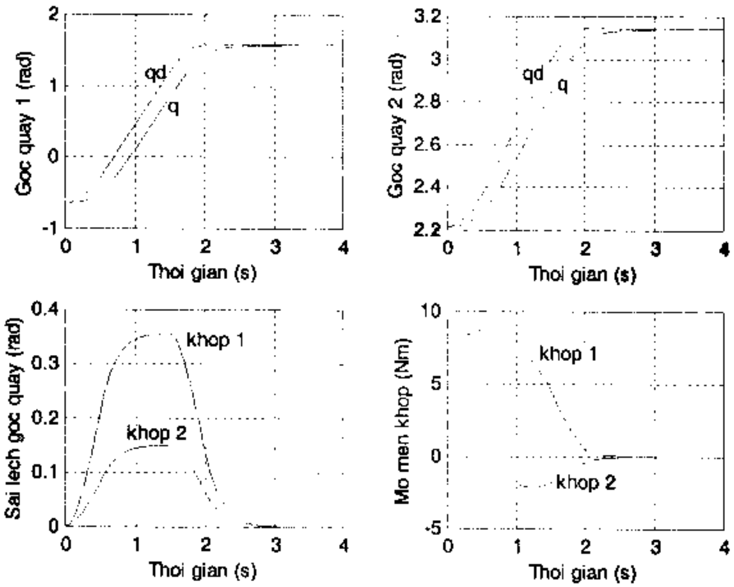
$$\overline{M}_{dk} = G(\overline{q}) + K_P\overline{\varepsilon} - K_D\dot{\overline{q}} \quad (6\text{-}60)$$

+ Quỹ đạo đặt cho hai khớp có dạng 2-1-2 được tính toán đảm bảo tay robot di chuyển từ vị trí ban đầu (0,2 0) đến vị trí cuối cùng (0 0,1) trong thời gian 2 s.

+ Các hệ số khuếch đại tỷ lệ và đạo hàm được lựa chọn:

$$K_P = \begin{bmatrix} 32{,}65 & 0 \\ 0 & 32{,}65 \end{bmatrix} \text{ và } K_D = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Hình 6.14 là các kết quả mô phỏng góc quay các khớp 1,2; sai lệch góc quay 1,2 và mômen khớp 1,2.



Hình 6.14. Kết quả mô phỏng của ví dụ 6.3.

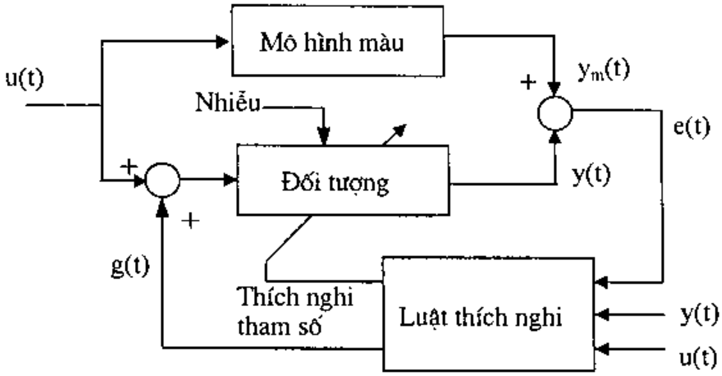
Nhận xét: Hệ thống điều khiển với bộ điều khiển bù trọng lực với cấu trúc PD, sai lệch vị trí ở trạng thái xác lập bằng không; tuy nhiên chất lượng quá trình quá độ kém hơn các hệ thống điều khiển trên;

6.4. Hệ thống điều khiển thích nghi

Các phương pháp điều khiển chuyển động được trình bày ở các mục trên yêu cầu một mô hình động lực học robot chính xác và các tham số của robot phải được biết chính xác. Tuy nhiên, một số tham số robot khó có thể đo hoặc

xác định chính xác hoặc một số tham số biến đổi trong quá trình làm việc như khối lượng tải robot gắp ở tay, mômen quán tính tải, các thành phần ma sát trong các khớp robot... Với các bộ điều khiển kinh điển khó đạt được độ chính xác chuyển động, đặc biệt với robot hoạt động tốc độ cao. Các hệ thống điều khiển thích nghi được xây dựng sẽ đáp ứng được độ chính xác chuyển động khi tham số robot không được xác định chính xác hoặc biến đổi.

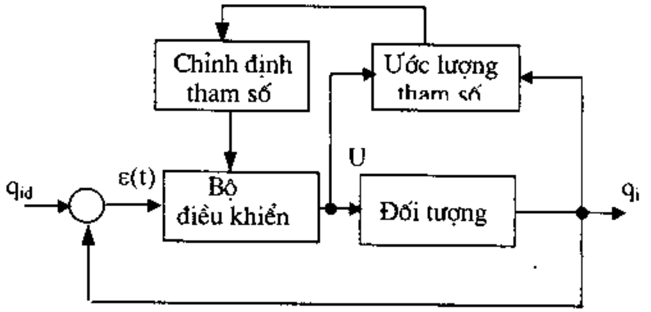
Hai phương pháp điều khiển thích nghi được ứng dụng trong robot công nghiệp: Điều khiển thích nghi theo mô hình chuẩn và điều khiển thích nghi tự chỉnh. Nội dung của phương pháp điều khiển là chuyển động của robot được điều khiển bám theo chuyển động của một mô hình chuẩn (mô hình mẫu thiết kế trước) với các chỉ tiêu chất lượng mong muốn. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển theo mô hình mẫu có dạng ở hình 6.15.



Hình 6.15. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển thích nghi theo mô hình mẫu.

Tín hiệu vào u(t) được xác định từ khâu tính toán quỹ đạo chuyển động. Sai lệch giữa đầu ra của mô hình mẫu và đối tượng điều khiển e(t) là tín hiệu vào của khâu tính luật thích nghi tham số. Đầu ra khâu luật thích nghi tham số có thể là hai dạng: tín hiệu bù thích nghi g(t) hoặc tín hiệu chỉnh thích nghi tham số. Luật thích nghi tham số được thiết kế sao cho đảm bảo sai lệch giữa đầu ra của mô hình mẫu và đối tượng điều khiển e(t) luôn bằng không, tức là đại lượng đầu ra đối tượng luôn bám đại lượng đầu ra của mô hình mẫu.

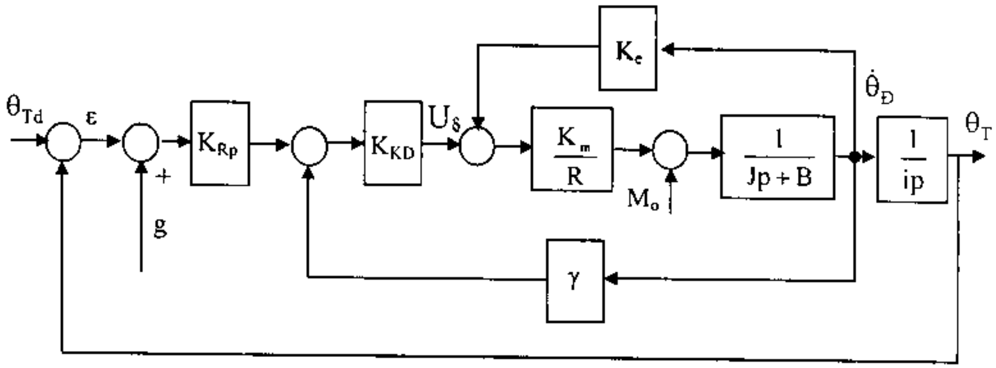
Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển tự chỉnh được trình bày trên hình 6.16. Ở hệ thống điều khiển này, tham số của robot được xác định (nhận dạng - ước lượng) và được sử dụng trong tính toán các tham số bộ điều khiển.



Hình 6.16. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển thích nghi tự chỉnh.

6.4.1. Hệ thống điều khiển thích nghi theo mô hình mẫu

Hệ thống điều khiển thích nghi theo mô hình mẫu được xây dựng cho một khớp robot truyền động bởi động cơ một chiều với giả thiết bỏ qua điện cảm phần ứng động cơ có sơ đồ cấu trúc như hình 6.17. Hệ truyền động một chiều kinh điển của khớp robot gồm bộ điều khiển tốc độ với tín hiệu phản hồi tốc độ được lấy từ máy phát tốc tương tự hoặc máy phát tốc xung. Lượng đặt vị trí khớp robot $\theta_d(t)$ được so sánh với vị trí thực của khớp robot θ(t) tạo sai lệch ε(t). Tín hiệu g(t) được bổ sung vào hệ thống nhằm đảm bảo sai lệch giữa mô hình mẫu và mô hình thực e(t) luôn bằng không khi tham số của robot thay đổi trong quá trình làm việc.



Hình 6.17. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển thích nghi hệ truyền động khớp robot theo mô hình mẫu.

Các tham số trong sơ đồ cấu trúc hình 6.17 là:

J - mômen quán tính tổng của hệ thống qui đổi về trục động cơ;

B - hệ số ma sát nhớt của động cơ;

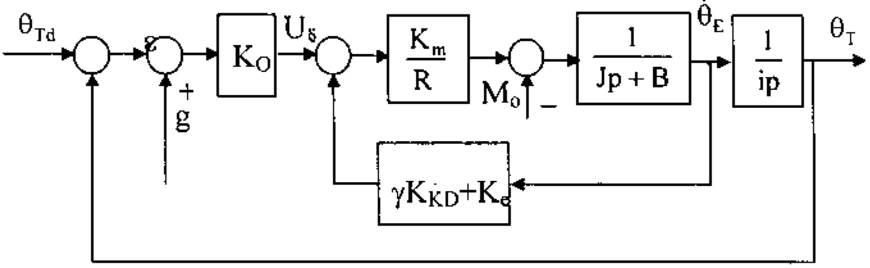
γ - hệ số phản hồi tốc độ động cơ truyền động khớp;

i - tỷ số truyền của bộ truyền động khớp;

K_{KD} - hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại;

K_{Rp} - hệ số biến đổi vị trí/điện áp.

Sơ đồ cấu trúc hình 6.17 được biến đổi thành sơ đồ hình 6.18.



Hình 6.18. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển thích nghi hệ truyền động khớp robot theo mô hình mẫu.

Trong sơ đồ hình 6.18: $K_O = K_{KD}K_{Rp}$.

Từ sơ đồ cấu trúc hình 6.18, sau một số biến đổi, viết được phương trình sau:

$$(p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2)\theta_T(p) = \omega_n^2\theta_{Td}(p) + \omega_n^2\left[g(p) - \frac{RM_0}{K_m K_O}\right] \quad (6\text{-}61)$$

trong đó: $\xi = \dfrac{RB + K_m(K_e + \gamma K_{KD})}{2\sqrt{K_O K_m RJ / i}}$ - hệ số suy giảm;

$\omega_n = \sqrt{K_O K_m / RJi}$ - tần số dao động riêng.

Phương trình (6-61) là phương trình bậc 2. Trên cơ sở đó, chọn mô hình mẫu có dạng bậc 2:

$$(p^2 + a_m p + b_m)\theta_m(p) = b_m\theta_{md}(p) \quad (6\text{-}62)$$

Các hệ số a_m và b_m của phương trình (6-62) được lựa chọn theo điều kiện ổn định và hội tụ của mô hình mẫu với các chỉ tiêu động mong muốn: độ quá điều chỉnh và thời gian quá độ.

Tín hiệu bổ sung g(p) sẽ được xác định sao cho tổng g(p) + ε(p) là tín hiệu vào hệ thống truyền động sẽ đảm bảo góc quay khớp robot luôn bám đầu ra mô hình mẫu.

Đặt sai lệch giữa đầu ra mô hình khớp và đầu ra mô hình mẫu là:

$$e(p) = \theta_m(p) - \theta_T(p) \quad (6\text{-}63)$$

Kết hợp hai phương trình (6-61) và (6-62) với sử dụng định nghĩa (6-63) phương trình động học sai số của hệ thống có dạng:

$$(p^2 + a_m p + b_m)e(p) = (b_m - \omega_n^2)\varepsilon(p) + (2\xi\omega_n - a_m)p\theta_T(p) + \omega_n^2\left[\frac{RM_0}{K_m K_O} - g(p)\right] \tag{6-64}$$

Phương trình (6-64) được viết ở dạng biến thời gian ở dạng:

$$\ddot{e} + a_m\dot{e} + b_m = (b_m - \omega_n^2)\varepsilon(t) + (2\xi\omega_n - a_m)\dot{\theta}_T(t) + \omega_n^2\left[\frac{RM_0}{K_m K_O} - g(t)\right] \tag{6-65}$$

Để đảm bảo hệ thống ổn định và sai số hội tụ về không, tín hiệu g(t) có thể được lựa chọn gồm ba thành phần như sau:

$$g(t) = g_1(t)\varepsilon(t) + g_2(t)\dot{\theta}_T(t) + g_3(t) \tag{6-66}$$

Đặt biến trạng thái:

$$\begin{aligned} &x_1(t) = e(t) \\ &x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{e}(t) \\ &\overline{X} = \left[x_1(t), x_2(t)\right]^T \end{aligned} \tag{6-67}$$

Thay phương trình (6-66) vào phương trình (6-65) với sử dụng các ký hiệu biến trạng thái (6-67), nhận được phương trình trạng thái mô tả hệ thống như sau:

$$\dot{\overline{X}}(t) = A_m\overline{X}(t) + b_1\varepsilon(t) + b_2\dot{\theta}_T(t) + b_3 \tag{6-68}$$

Các ma trận của phương trình (6-68) được xác định theo các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} &A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_m & -a_m \end{bmatrix}; \qquad b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_m - \omega_n^2 - g_1\omega_n^2 \end{bmatrix}; \\ &b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\xi\omega_n - a_m - g_1\omega_n^2 \end{bmatrix}; \; b_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ (M_0R/K_mK_O - g_3)\omega_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6-69}$$

Xác định các hàm $g_1(t)$, $g_2(t)$ và $g_3(t)$ dựa trên tiêu chuẩn ổn định Liapunov. Chọn hàm Liapunov có dạng sau:

$$V_L = \overline{X}^T P\overline{X} + a_1 b_1^T b_1 + a_2 b_2^T b_2 + a_3 b_3^T b_3 \tag{6-70}$$

trong đó: P - là ma trận đối xứng dương;

a_1, a_2, a_3 - các hệ số dương.

Với các hệ số đã định nghĩa, (6-70) cho thấy rằng hàm $V_L > 0$ với $\overline{X}$, b_1, b_2 và $b_3 \neq 0$.

Đạo hàm hàm V_L và sử dụng (6-68) ta nhận được biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \dot{V}_L = {} & \overline{X}^T(PA_m + A_m^T P)\overline{X} + 2\overline{X}^T Pb_1\varepsilon + 2\overline{X}^T Pb_2\dot{\theta}_T + 2\overline{X}^T Pb_3 \\ & + 2a_1\dot{b}_1^T b_1 + 2a_2\dot{b}_2^T b_2 + 2a_3\dot{b}_3^T b_3 \end{aligned} \tag{6-71}$$

Từ (6-71), nếu chọn các luật thích nghi có dạng sau:

$$\dot{b}_1^T = -a_1^{-1}\overline{X}^T P\varepsilon \qquad (6\text{-}72a)$$

$$\dot{b}_2^T = -a_2^{-1}\overline{X}^T P\dot{\theta}_T \qquad (6\text{-}72b)$$

$$\dot{b}_3^T = -a_3^{-1}\overline{X}^T P \qquad (6\text{-}72c)$$

và: $$PA_m + A_m^T P = -Q \ ; \ Q^T = Q > 0 \qquad (6\text{-}73)$$

sẽ nhận được: $\dot{V}_L = \overline{X}^T(PA_m + A_m^T P)\overline{X} = -\overline{X}^T Q\overline{X}$ với $\overline{X} \neq 0$. Theo điều kiện ổn định Liapunov, hệ thống sẽ ổn định tuyệt đối xung quanh điểm cân bằng ổn định $\overline{X} = 0$.

Với giả thiết các tham số khớp robot biến đổi chậm, từ (6-72) và (6-69), các thuật toán xác định hàm $g_1(t)$, $g_2(t)$ và $g_3(t)$ nhận được ở dạng sau:

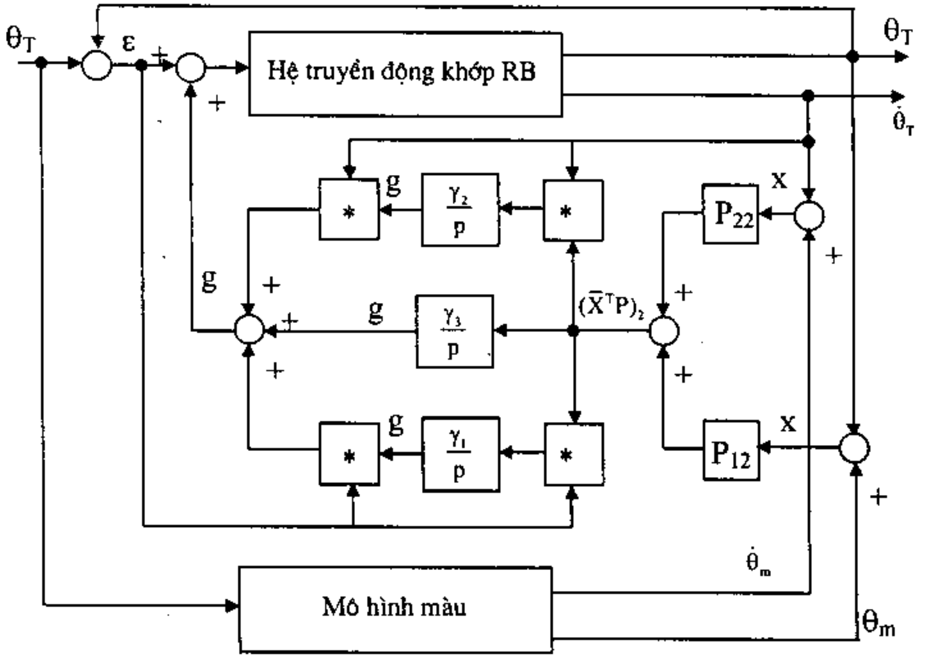
$$\dot{g}_1 = \gamma_1(\overline{X}^T P)_2\varepsilon \qquad (6\text{-}74a)$$

$$\dot{g}_2 = \gamma_2(\overline{X}^T P)_2\dot{\theta}_T \qquad (6\text{-}74b)$$

$$\dot{g}_3 = \gamma_3(\overline{X}^T P)_2 \qquad (6\text{-}74c)$$

trong đó: $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ - các hằng số dương, được chọn bằng phương pháp mô phỏng;

$(\overline{X}^T P)_2$ - thành phần cột 2 của ma trận $(\overline{X}^T P)$ được xác định theo (6-78).



Hình 6.19. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển một khớp theo mô hình mẫu.

Trong thiết kế cụ thể, có thể chọn Q, γ_1, γ_2, γ_3 sao cho đạt được mức độ hội tụ nhanh nhất. Sơ đồ khối chi tiết của hệ thống điều khiển được trình bày trên hình 6.19. Tín hiệu g(t) được xác định theo biểu thức (6-64) với sử dụng (6-74) có dạng:

$$g(t) = \gamma_1\varepsilon(t)\int_0^t(\overline{X}^TP)_2\varepsilon(t)d\tau + \gamma_2\dot{\theta}_T(t)\int_0^t(\overline{X}^TP)_2\dot{\theta}_T(t)d\tau + \gamma_3\int_0^t(\overline{X}^TP)_2d\tau \qquad (6\text{-}75)$$

<u>Tóm tắt các bước thiết kế luật điều khiển:</u>

(1) Chọn mô hình mẫu (a_m và b_m).

(2) Chọn các hệ số γ_1, γ_2, γ_3.

(3) Chọn ma trận Q. Giải phương trình (6-73) xác định được các thành phần của ma trận P:

$$P_{12} = 0{,}5\gamma_1/b_m \text{ và } P_{22} = 0{,}5(\gamma_2 + \gamma_1/b_m)/a_m \qquad (6\text{-}76)$$

(4) Xác định các thành phần của $\overline{X}$ và $(\overline{X}^TP)_2$:

$$x_1 = \theta_m - \theta_T \text{ và } x_2 = \dot{\theta}_m - \dot{\theta}_T \qquad (6\text{-}77)$$

$$(\overline{X}^TP)_2 = x_1P_{12} + x_2P_{22} \qquad (6\text{-}78)$$

(5) Xác định g(t) theo biểu thức (6-75).

6.4.2. Hệ thống điều khiển động lực học ngược thích nghi

Hệ thống điều khiển động lực học ngược (mục 6.3.2) đã được thiết kế trên cơ sở tất cả các tham số robot được xác định chính xác. Nếu giá trị các tham số sử dụng trong tính toán bộ điều khiển khác với giá trị thực của các tham số của robot, tính phi tuyến và sự ràng buộc của hệ thống động lực học không được khử hoàn toàn, độ chính xác điều khiển sẽ giảm. Bộ điều khiển động lực học ngược thích nghi được thiết kế cho robot với mục đích đảm bảo khử hoàn toàn tính phi tuyến và ràng buộc của hệ thống trong trường hợp các tham số robot không được xác định chính xác.

Bộ điều khiển động lực học ngược thích nghi sẽ được xây dựng trên cơ sở của luật điều khiển động lực học ngược (6-27) với các tham số sử dụng trong tính toán luật điều khiển được nhận dạng bởi khâu nhận dạng online tham số robot. Khi đó phương trình luật điều khiển với tín hiệu điều khiển phụ có cấu trúc PD được biểu diễn ở dạng sau:

$$\overline{M}_{dk} = \hat{H}(\overline{q})(\ddot{\overline{q}}_d + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_P\overline{\varepsilon}) + \hat{V}(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + \hat{G}(\overline{q}) \qquad (6\text{-}79)$$

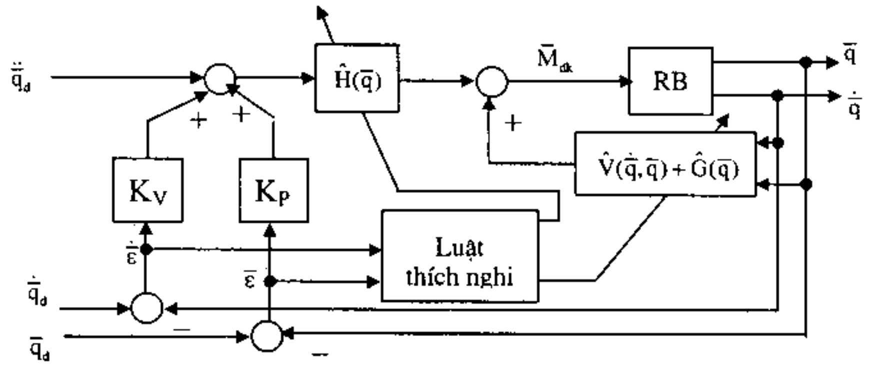
trong đó: $\hat{H}(\overline{q})$, $\hat{V}(\dot{\overline{q}},\overline{q})$, $\hat{G}(\overline{q})$ - các ma trận ước lượng của các ma trận $H(\overline{q})$,

$V(\dot{\overline{q}},\overline{q})$, $G(\overline{q})$, được tính toán từ các tham số được nhận dạng trong quá trình làm việc;

$\overline{\varepsilon} = \overline{q}_d - \overline{q}$ - vectơ sai lệch vị trí khớp robot;

K_D, K_P - các ma trận đường chéo.

Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển có dạng như hình 6.20.



Hình 6.20. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển động lực học ngược thích nghi.

Cân bằng đầu ra bộ điều khiển (6-79) và đầu vào mô hình robot (6-14), với sử dụng các ký hiệu đã nêu, nhận được phương trình sau:

$$\hat{H}(\overline{q})(\ddot{\overline{\varepsilon}} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_P\overline{\varepsilon}) = \tilde{H}(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + \tilde{V}(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + \tilde{G}(\overline{q}) \qquad (6\text{-}80)$$

trong đó: $\tilde{H}(\overline{q}) = H(\overline{q}) - \hat{H}(\overline{q})$ - ma trận sai lệch ước lượng của $H(\overline{q})$;

$\tilde{V}(\dot{\overline{q}},\overline{q}) = V(\dot{\overline{q}},\overline{q}) - \hat{V}(\dot{\overline{q}},\overline{q})$ - ma trận sai lệch ước lượng của $V(\dot{\overline{q}},\overline{q})$;

$\tilde{G}(\overline{q}) = G(\overline{q}) - \hat{G}(\overline{q})$ - ma trận sai lệch ước lượng của $G(\overline{q})$.

Phương trình (6-80) được viết lại ở dạng sau:

$$\ddot{\overline{\varepsilon}} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_P\overline{\varepsilon} = \hat{H}^{-1}(\overline{q})\tilde{\overline{M}} \qquad (6\text{-}81)$$

trong đó: $\tilde{\overline{M}} = \tilde{H}(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + \tilde{V}(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + \tilde{G}(\overline{q})$ - vectơ sai lệch mômen gây ra bởi sai lệch nhận dạng tham số.

Ý nghĩa của phương trình (6-81): Phương trình biểu thị quan hệ giữa sai số điều khiển (sai số vị trí khớp $\overline{\varepsilon}$) và sai số nhận dạng tham số ($\tilde{\overline{M}}$). Khi các tham số robot được ước lượng chính xác, tức các ma trận sai lệch $\tilde{H}(\overline{q})$, $\tilde{V}(\dot{\overline{q}},\overline{q})$, $\tilde{G}(\overline{q})$ đều bằng không, phương trình (6-81) sẽ có dạng:

$$\ddot{\overline{\varepsilon}} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_P\overline{\varepsilon} = 0 \qquad (6\text{-}82)$$

Điều đó có nghĩa là có thể tính toán được K_P, K_V để sai số điều khiển hội tụ về không với tốc độ hội tụ mong muốn.

Sử dụng thuộc tính tuyến tính của phương trình động lực học robot ([6]), vectơ sai lệch mômen có thể phân tích thành hai thành phần và phương trình (6-81) được viết ở dạng sau:

$$\ddot{\overline{\varepsilon}} + K_D\dot{\overline{\varepsilon}} + K_P\overline{\varepsilon} = \hat{H}^{-1}(\overline{q})W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q}).\bar{\bar{\Phi}} \quad (6\text{-}83)$$

trong đó: $W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q})$ - ma trận (n×r) là hàm chứa các tham số đã biết;

$\bar{\bar{\Phi}}$ - vectơ (r×1) chứa các sai lệch của tham số robot chưa biết cần ước lượng.

Từ phương trình (6-83), phương trình sai số của một khớp được viết ở dạng sau:

$$\ddot{\varepsilon}_j + k_{dj}\varepsilon_j + k_{pj}\varepsilon_j = \left[\hat{H}^{-1}(\overline{q})W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q}).\bar{\bar{\Phi}}\right]_j \quad (6\text{-}84)$$

trong đó: $\left[\hat{H}^{-1}(\overline{q})W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q})\bar{\bar{\Phi}}\right]_j$ - thành phần hàng j của ma trận

$\hat{H}^{-1}(\overline{q})W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q})\bar{\bar{\Phi}}$.

Đặt biến trạng thái: $\overline{x}_j = [x_{j1}, x_{j2}]^T = [\varepsilon_j, \dot{\varepsilon}_j]^T$ - vectơ trạng thái sai lệch của khớp j và $\overline{X} = [\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n]^T$ - vectơ trạng thái sai lệch của robot.

Phương trình trạng thái của một khớp j sẽ có dạng:

$$\dot{\overline{x}}_j = A_j\overline{x}_j + B_j\left[\hat{H}^{-1}(\overline{q})W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q})\bar{\bar{\Phi}}\right]_j \quad (6\text{-}85)$$

trong đó: $A_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{pj} & -k_{dj} \end{bmatrix}$, $B_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Sử dụng (6-85), hệ phương trình trạng thái chung cả hệ thống robot sẽ có dạng:

$$\dot{\overline{x}} = A\overline{x} + B\hat{H}^{-1}(\overline{q})W(\ddot{\overline{q}},\dot{\overline{q}},\overline{q})\bar{\bar{\Phi}} \quad (6\text{-}86)$$

trong đó: $A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & A_2 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots\vdots\vdots & \vdots \\ 0 & 0 & ... & A_n \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & B_2 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots\vdots\vdots & \vdots \\ 0 & 0 & ... & B_n \end{bmatrix}$

Thuật toán nhận dạng thích nghi được xây dựng sử dụng tiêu chuẩn ổn định Liapunov. Chọn hàm Liapunov có dạng:

$$V_L = \overline{X}^T P \overline{X} + \bar{\tilde{\Phi}}^T \Gamma^{-1} \bar{\tilde{\Phi}} > 0 \qquad (6\text{-}87)$$

trong đó: P - là ma trận đối xứng đối xứng dương;

Γ^{-1} - ma trận đường chéo dương.

Đạo hàm hàm V_L và sử dụng (6-86), sau một số biến đổi nhận được:

$$\dot{V}_L(\overline{X}, \bar{\tilde{\Phi}}) = -\overline{X}^T Q \overline{X} + 2\bar{\tilde{\Phi}}(W^T \hat{H}^{-1} B^T P \overline{X} + \Gamma^{-1} \dot{\bar{\tilde{\Phi}}}) \qquad (6\text{-}88)$$

Nếu chọn: $\Gamma^{-1}\dot{\bar{\tilde{\Phi}}} = -W^T(\ddot{\overline{q}}, \dot{\overline{q}}, \overline{q})\hat{H}^{-1}(\overline{q})B^T P \overline{X}$ (6-89a)

và: $PA + A^T P = -Q \;;\; Q^T = Q > 0$ (6-89b)

sẽ nhận được: $\dot{V}_L = -\overline{X}^T Q \overline{X} < 0$ với $\overline{X} \neq 0$. Theo điều kiện ổn định Liapunov, hệ thống sẽ ổn định tuyệt đối xung quanh điểm cân bằng ổn định $\overline{X} = 0$. Vectơ sai số tham số là hiệu của vectơ tham số thực và vectơ tham số ước lượng:

$$\bar{\tilde{\Phi}} = \overline{\Phi} - \bar{\hat{\Phi}} \qquad (6\text{-}90)$$

Với giả thiết các tham số khớp robot biến đổi chậm, luật nhận dạng thích nghi - nhận được bằng kết hợp (6-89a) và (6-90):

$$\dot{\bar{\hat{\Phi}}} = \Gamma W^T(\ddot{\overline{q}}, \dot{\overline{q}}, \overline{q})\hat{H}^{-1}(\overline{q})B^T P \overline{X} \qquad (6\text{-}91)$$

Ví dụ 6.4: Xây dựng hệ thống điều khiển động lực học thích nghi cho robot 2 thanh nối có hình 6.10.

+ Hệ phương trình động lực học robot có dạng tổng quát như (4-73):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q}, \dot{\overline{q}}) + G(\overline{q})$$

Phương trình động lực học của robot 2 thanh nối có dạng như (6-24) và (6-25):

Viết phương trình (6-24) ÷ (6-25) với tách thành các thành phần chứa hai biến m_1 và m_2 là các tham số chưa biết cần phải được nhận dạng trong quá trình làm việc:

$$M_1 = w_{11}m_1 + w_{12}m_2 \qquad (6\text{-}92a)$$

$$M_2 = w_{21}m_1 + w_{22}m_2 \qquad (6\text{-}92b)$$

trong đó: $w_{11} = a_1^2 + ga_1C1$

$$w_{12} = [(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2C2)\ddot{\theta}_1 + (a_2^2 + a_1a_2C2)\ddot{\theta}_2 - a_1a_2S2(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + g(a_1C1 + a_2C12)]$$

$$w_{21} = 0$$

$$w_{12} = [(a_1^2 + a_1a_2C2)\ddot{\theta}_1 + a_2\ddot{\theta}_2 + a_1a_2S2\dot{\theta}_2^2 + ga_2C12)]$$

m_1 và m_2 là các tham số cần ước lượng. Các ma trận w_{11}, w_{12}, w_{21} và w_{22} được tính từ các tham số đã biết. Từ các phương trình (6-92), phương trình sai lệch mômen được viết ở dạng sau:

$$\tilde{M}_1 = M_1 - \hat{M}_1 = w_{11}\tilde{m}_1 + w_{12}\tilde{m}_2$$

$$\tilde{M}_2 = M_2 - \hat{M}_2 = w_{21}\tilde{m}_1 + w_{22}\tilde{m}_2$$

Hoặc ở dạng ma trận:

$$\bar{\tilde{M}} = \begin{bmatrix} w_{12} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{m}_1 \\ \tilde{m}_2 \end{bmatrix} = W(\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2)\bar{\tilde{\Phi}} \quad (6\text{-}93)$$

với $\bar{\tilde{\Phi}} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_1 \\ \tilde{m}_2 \end{bmatrix}$ - vectơ sai lệch tham số ước lượng.

Áp dụng (6-91), luật nhận dạng thích nghi cho robot 2 thanh nối có dạng:

$$\dot{\bar{\hat{\Phi}}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{m}}_1 \\ \dot{\hat{m}}_2 \end{bmatrix} = \Gamma W^T(\ddot{\bar{q}}, \dot{\bar{q}}, \bar{q})\hat{H}^{-1}(\bar{q})B^T P\bar{X} \quad (6\text{-}94)$$

Ma trận $W(\ddot{\bar{q}}, \dot{\bar{q}}, \bar{q})$ được xác định theo (6-93); Ma trận hệ số quán tính hiệu quả được viết ở dạng:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{11} & \hat{H}_{12} \\ \hat{H}_{21} & \hat{H}_{22} \end{bmatrix} \quad (6\text{-}95)$$

với:

$$\hat{H}_{11} = \hat{m}_1 l_1^2 + \hat{m}_2\left(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\theta_2\right) \quad (6\text{-}96a)$$

$$\hat{H}_{12} = \hat{H}_{21} = \hat{m}_2\left(a_2^2 + a_1 a_2 \cos\theta_2\right) \quad (6\text{-}96b)$$

$$\hat{H}_{22} = \hat{m}_2 a_2^2 \quad (6\text{-}96c)$$

Luật điều khiển động lực học ngược thích nghi có dạng (6-79):

$$\bar{M}_{dk} = \hat{H}(\bar{q})(\ddot{\bar{q}}_d + K_D\dot{\bar{\varepsilon}} + K_P\bar{\varepsilon}) + \hat{V}(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) + \hat{G}(\bar{q})$$

6.5. Hệ thống điều khiển trong không gian làm việc

Trong các hệ thống điều khiển không gian khớp được trình bày ở các mục trên, tín hiệu đặt là quỹ đạo chuyển động biểu diễn vị trí khớp theo thời gian, sai lệch điều khiển là sai lệch vị trí khớp.

Trong thực tế, chuyển động của robot được đặt trong không gian làm việc (không gian Đecac), do đó thuật toán động học ngược cần thiết để biến đổi quỹ

đạo đặt trong không gian tay về không gian khớp. Điều đó sẽ làm tăng khối lượng tính toán. Vì vậy, hệ thống điều khiển robot công nghiệp thông thường sẽ tính vị trí của khớp thông qua bài toán động học ngược, và sau đó tính toán tốc độ và gia tốc khớp bằng phương pháp vi phân số.

Ở hệ thống điều khiển không gian làm việc, tín hiệu đặt trực tiếp là quỹ đạo chuyển động mong muốn của tay robot trong không gian làm việc, lượng phản hồi sẽ được tính từ vị trí của khớp thông qua khâu động học thuận. Khâu tính động học ngược được cài đặt trong mạch vòng điều khiển phản hồi sẽ tính đổi các biến về không gian khớp. Yêu cầu về thời gian mẫu sẽ làm giảm chất lượng của hệ thống.

Vì những hạn chế nêu trên, hệ thống điều khiển không gian làm việc chỉ được sử dụng hiệu quả khi thực hiện điều khiển tương tác giữa tay robot và môi trường làm việc. Thực tế, hệ thống điều khiển không gian khớp được thiết kế cho điều khiển robot khi chuyển động tự do trong không gian. Khi tay robot hoạt động trong điều kiện ràng buộc với môi trường, ví dụ: tay robot tiếp xúc với môi trường làm việc, cần thiết điều khiển đồng thời vị trí và lực tiếp xúc. Trên quan điểm đó, trong mục này sẽ trình bày về các phương pháp điều khiển đơn thuần về chuyển động tự do của robot trong không gian làm việc. Vấn đề điều khiển tương tác giữa tay robot và môi trường sẽ được trình bày ở chương 7.

Sơ đồ khối chung của hệ thống điều khiển chuyển động trong không gian làm việc như ở hình 6.2. Lượng đặt của hệ thống điều khiển là quỹ đạo chuyển động của tay robot. Sai lệch giữa vị trí đặt của tay và phản hồi vị trí tay ở không gian tay sẽ được chuyển đổi thành mômen hoặc lực của khớp truyền động cho các khớp. Hai hệ thống điển hình là: hệ thống điều khiển ma trận Jacobien chuyển vị và hệ thống điều khiển ma trận Jacobien đảo.

6.5.1. Hệ thống điều khiển ma trận Jacobien chuyển vị

Lực cần thiết để di chuyển tay theo quỹ đạo đặt trong không gian làm việc được xác định từ sai lệch vị trí và sai lệch tốc độ trong không gian làm việc tương ứng với luật điều khiển phản hồi PD kinh điển:

$$\overline{G}_{dk} = K_P(\overline{S}_d - \overline{S}) + K_D(\dot{\overline{S}}_d - \dot{\overline{S}}) \quad (6\text{-}94)$$

trong đó: $\overline{G}_{dk}$ - vectơ lực cần thiết để tay robot di chuyển theo quỹ đạo và tốc độ đặt trước;

$\overline{S}_d$, $\overline{S}$ - tương ứng là vectơ vị trí đặt và vectơ vị trí thực của tay robot;

$\dot{\bar{S}}_d$, $\dot{\bar{S}}$ - tương ứng là vectơ tốc độ đặt và vectơ tốc độ thực của tay robot;

$K_P = diag(K_{p1}, K_{p2},..., K_{p6})$ - ma trận đường chéo các hệ số khuếch đại;

$K_D = diag(K_{d1}, K_{d2},..., K_{d6})$ - ma trận đường chéo các hệ số đạo hàm.

Vectơ lực ở tay robot được biến đổi về lực hoặc mômen khớp robot thông qua ma trận Jacobien chuyển vị (4-102). Khi đó, kết hợp với (6-94), vectơ mômen truyền động khớp robot được xác định như sau:

$$\bar{M}_{dk} = J^T[K_P(\bar{S}_d - \bar{S}) + K_D(\dot{\bar{S}}_d - \dot{\bar{S}})] \quad (6\text{-}95)$$

Sơ đồ khối hệ thống điều khiển vị trí tay robot sử dụng ma trận Jacobien chuyển vị trình bày trên hình 6.21. Tín hiệu phản hồi vị trí tay robot được tính từ vectơ vị trí khớp bởi khâu động học thuận (ĐHT). Vectơ tốc độ thực của tay robot được tính từ vectơ tốc độ khớp robot thông qua ma trận Jacobien.

Ví dụ 6.5: Thiết kế bộ điều khiển vị trí của tay robot với luật điều khiển ma trận Jacobien chuyển vị cho robot hai thanh nối trong mặt phẳng có cấu hình như hình 6.10 với các tham số như ví dụ 6.1:

m1 = 2,5 kg; m2 = 1,5 kg; mt = 0,5 kg; a1 = 0,25 m; a2 = 0,15 m

+ Hệ phương trình động lực học robot có dạng tổng quát như (4-73):

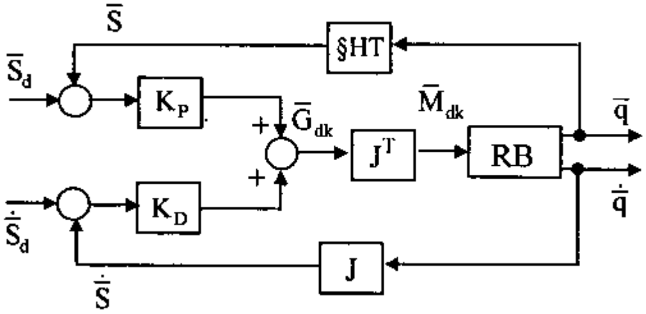
$$\bar{M} = H(\bar{q})\ddot{\bar{q}} + V(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) + G(\bar{q}) \quad (6\text{-}96)$$

+ Luật điều khiển ma trận Jacobien chuyển vị có dạng như (6-95).

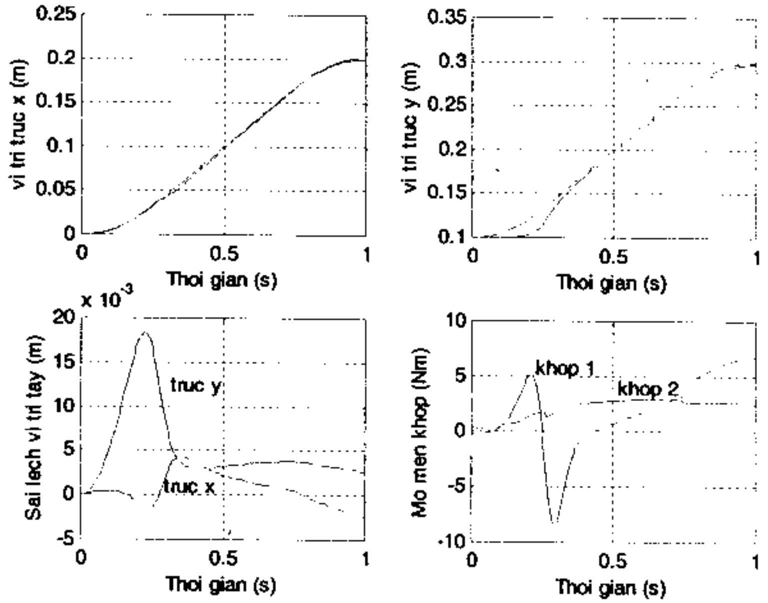
+ Hệ số K_P và K_D được lựa chọn như sau:

$$K_P = \begin{bmatrix} 5000 & 0 \\ 0 & 5000 \end{bmatrix} \text{ vµ } K_D = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 500 \end{bmatrix}$$

Kết quả mô phỏng với quỹ đạo chuyển động dạng 2-1-2 được trình bày trên hình 6.22.



Hình 6.21. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển ma trận Jacobien chuyển vị.



Hình 6.22. Kết quả mô phỏng của ví dụ 6.5.

6.5.2. Hệ thống điều khiển ma trận Jacobien nghịch đảo

Phương pháp điều khiển ma trận Jacobien nghịch đảo được xây dựng trên cơ sở của phương pháp điều khiển ma trận Jacobien chuyển vị. Như (6-94), sai lệch vị trí và robot sai lệch tốc độ của tay robot được định nghĩa tương ứng là:

$$\delta\overline{S} = \overline{S}_d - \overline{S} \qquad (6\text{-}96a)$$

$$\delta\dot{\overline{S}} = \dot{\overline{S}}_d - \dot{\overline{S}} \qquad (6\text{-}96b)$$

Khi coi các sai lệch vị trí và sai lệch tốc độ tay robot là các đại lượng nhỏ, sử dụng biểu thức quan hệ giữa các vectơ dịch chuyển nhỏ của tay và khớp hoặc quan hệ tốc độ tay và khớp (3-22), vectơ sai lệch vị trí và sai lệch tốc độ của khớp được xác định bởi các phương trình sau:

$$\overline{\varepsilon} = \delta\overline{q} = J^{-1}\delta\overline{S} \qquad (6\text{-}97a)$$

$$\dot{\overline{\varepsilon}} = \delta\dot{\overline{q}} = J^{-1}\delta\dot{\overline{S}} \qquad (6\text{-}97b)$$

trong đó: J^{-1} - ma trận Jacobien robot nghịch đảo.

Tương tự như luật điều khiển phản hồi PD kinh điển (6-16), vectơ mômen cần thiết truyền động cho khớp robot được xác định theo phương trình sau:

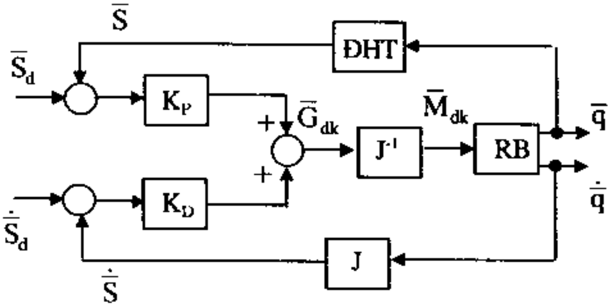
$$\overline{M}_{dk} = K_P J^{-1}(\overline{S}_d - \overline{S}) + K_D J^{-1}(\dot{\overline{S}}_d - \dot{\overline{S}}) \qquad (6\text{-}98)$$

với K_P và K_D là các ma trận đường chéo.

Do tính đối xứng của hai ma trận hệ số K_P và K_D, phương trình (6-98) được viết lại ở dạng:

$$\bar{M}_{dk} = J^{-1}\left[K_P(\bar{S}_d - \bar{S}) + K_D(\dot{\bar{S}}_d - \dot{\bar{S}})\right] \qquad (6\text{-}99)$$

Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển ma trận Jacobien nghịch đảo được biểu diễn trên hình 6.23.



Hình 6.23. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển ma trận Jacobien đảo.

Bài tập

6.1. Thiết kế hệ thống điều khiển cho hệ truyền động khớp độc lập với ba mạch vòng điều chỉnh: Gia tốc, tốc độ và gia tốc có tham số sau: $R_u = 0{,}3\ \Omega$; $J = 6$ kgm^2; $K_m = 0{,}5$ Nm/A; $K_e = 0{,}5$ V/rad/s đảm bảo chỉ tiêu chất lượng hệ thống kín: Độ suy giảm $\xi \geq 0{,}4$ và tần số tự nhiên $\omega_n = 20$ rad/s

6.2. Một robot 2 thanh nối có tham số: $a_1 = a_2 = 1$m; $m_1 = m_2 = 50$ kg; $J_1 = J_2 = 10$ kgm^2.

Động cơ có tham số: $R_{u1} = R_{u2} = 10\ \Omega$; $K_{m1} = K_{m2} = 2$ Nm/A;
$K_{e1} = K_{e2} = 2$ V/rad/s.

Thiết kế bộ điều khiển bù trọng lượng với luật PD.

6.3 Một robot 2 thanh nối như 6.2. Thiết kế hệ thống điều khiển động lực học ngược. Mô phỏng hệ thống khi khớp robot di chuyển từ vị trí ban đầu $[0, \pi/4]^T$ đến vị trí cuối cùng $[\pi/2, \pi/2]^T$ với đồ thị tốc độ hình thang trong thời gian 4 s.

6.4 Một robot có các tham số như 6.2. Thiết kế hệ thống điều khiển phản hồi PD cho các khớp. Mô phỏng hệ thống khi khớp di chuyển theo quỹ đạo như bài 6.3.

6.5. Thiết kế hệ thống điều khiển vị trí tay sử dụng ma trận Jacobien đảo và chuyển vị cho các khớp của robot 2 thanh nối có các tham số như 6.2. Mô phỏng hệ thống khi tay robot di chuyển theo quỹ đạo hình thang từ vị trí ban đầu [0,1] m đến vị trí cuối cùng [1,0] m trong thời gian 4 s.

Phụ lục

Chương trình mô phỏng MATLAB cho ví dụ 6.1

6.1. File chương trình mô phỏng

```
%Chuong trinh mo phong he thong dieu khien vi tri robot 2 thanh noi
% Controller2: Bo dieu khien vi tri voi bo dieu khien phan hoi PD
 %x11=x0(1);%Goc theta1
 %x12=x0(2);%Toc do Goc khop 1
 %x21=x0(3);%Goc theta2
 %x22=x0(4);%Toc do Goc khop 2
 tc=2;
%Vi tri tay ban dau va cuoi
S0=[0.2,0];
Sc=[0,0.1];
%Vi tri khop ban dau va cuoi
qo=DHN(S0);
qc=DHN(Sc);
%Gia toc hai khop
ddq1=1.3*4*abs(qc(1)-qo(1))/tc^2;
ddq2=1.3*4*abs(qc(2)-qo(2))/tc^2;
%Cac khoang Thoi gian
t11=tc/2-sqrt((tc^2*ddq1-4*(qc(1)-qo(1)))/ddq1)/2;
t21=tc-t11;
t12=tc/2-sqrt((tc^2*ddq2-4*(qc(2)-qo(2)))/ddq2)/2;
t22=tc-t12;
Tk=0.01;
%Dieu kien dau
q=qo;dq=[0;0];
X0=[qo(1);dq(1);qo(2);dq(2)];
file1=fopen('data2.$','w');
for t=0:0.001:tc;
  [qd1,dqd1]=quidaokhop2(qo(1),qc(1),ddq1,t11,t21,tc,t);
  [qd2,dqd2]=quidaokhop2(qo(2),qc(2),ddq2,t12,t22,tc,t);
  qd=[qd1;qd2];
  dqd=[dqd1;dqd2];
  [M,xe,fe]=Controller2(qd,dqd,q,dq);
  [q,dq]=Robot3(M,X0,Tk);
  X0=[q(1);dq(1);q(2);dq(2)];
fprintf(file1,'%2.4f %2.4f %2.4f %2.4f %2.4f %3.4f
%3.4f\n',t,qd(1),q(1),qd(2),q(2),M(1),M(2));
end
fclose(file1);
```

2. Hàm tính luật điều khiển

```
function [M,errortheta,errordtheta]=Controller2(sd,dsd,theta,dtheta)
%Bo dieu khien vi tri phan hoi PD
%==========================================
kp1= 200;kp2= 200;kd1=3;kd2= 3;
%==========================================
%Cac thong so cua Robot
m1=2.5;%Khoi luong thanh 1
m2=1.5;%Khoi luong thanh 2
mt=0.5; %Khoi luong tai
a1 =0.25;%Chieu dai thanh 1
a2 =0.15; %Chieu dai thanh 2

%tinh sai lech goc quay va dao ham goc quay
errortheta=sd-theta;
errordtheta=dsd-dtheta;
%Mo men dieu khien
Kp=[kp1,0;0,kp2];
Kd=[kd1,0;0,kd2];
M=Kp*errortheta+Kd*errordtheta;
```

3. Hàm tính lượng đặt:

```
function [q,dq]=quidaokhop2(qo,qc,ddq,t1,t2,tc,t)
%Chuong trinh tinh qui dao 2-1-2 va toc do khop (do thi hinh thang)

    if t<=t1
  q=qo+ddq*t^2/2;
  dq=ddq*t;
 elseif (t>t1) & (t<=t2)
   q=qo+ddq*t1*(t-t1/2);
   dq=ddq*t1;
 elseif (t>t2)&(t<=tc)
   q=qc-ddq*(t-tc)^2/2;
   dq=ddq*t1-ddq*(t-t2);
 end
 end
```

4. Hàm tính mô hình Robot

```
function [q,dq]=Robot3(M,X0,Tk)
%Mo phong robot 2 thanh noi
%==========================================
Mo1=M(1);%Mo men dieu khien khop1
Mo2=M(2);%Mo men dieu khien khop2

x11=X0(1);%Goc theta1
```

```
x12=X0(2);%Toc do Goc khop 1
x21=X0(3);%Goc theta2
x22=X0(4);%Toc do Goc khop 2
%==============================================
%Cac thong so cua Robot
m1=2.5;%Khoi luong thanh 1
m2=1.5;%Khoi luong thanh 2
mt=0.5; %Khoi luong tai
a1 =0.25;%Chieu dai thanh 1
a2 =0.15; %Chieu dai thanh 2
 %=============================================
C1=cos(x11);
C2=cos(x21);
C12=cos(x11+x21);
S1=sin(x11);
S2=sin(x21);
S12=sin(x11+x21);
%Ma tran quan tinh
H11=(m1+m2)*a1^2+m2*a2^2+2*m2*a1*a2*C2;
H12=m2*a2^2+m2*a1*a2*C2;
H22=m2*a2^2;
H21=H12;
H=[H11,H12;H21,H22];
%Mo men nhot va huong tam
v(1)=-m2*a1*a2*S2*x22^2-2*m2*a1*a2*S2*x12*x22;
v(2)=m2*a1*a2*S2*x12^2;
V=[v(1);v(2)];
%Mo men trong luc
G1=(m1+m2)*9.81*a1*C1+m2*9.81*a2*C12;
G2=m2*9.81*a2*C12;
G=[G1;G2];
%Ngich dao ma tran H
Hinv=inv(H);
%Gia toc khop
dX=-Hinv*(V+G)+Hinv*[Mo1;Mo2];
%Phuong trinh trang thai
x11p=x12;
x21p=x22;
x12p=dX(1);
x22p=dX(2);
%Tinh gan dung phuong trinh vi phan
x11=x11+Tk*x11p;
x21=x21+Tk*x21p;
x12=x12+Tk*x12p;
```

```
x22=x22+Tk*x22p;

X=[x11;x12;x21;x22];
% Tinh vi tri tay robot
C1=cos(x11);
C12=cos(x11+x21);
S1=sin(x11);
S12=sin(x11+x21);
s=[a1*C1+a2*C12;a1*S1+a2*S12];
q=[x11;x21];
dq=[x12;x22];
```

CHƯƠNG 7
ĐIỀU KHIỂN LỰC

Điều khiển lực là trường hợp tổng quát của điều khiển quỹ đạo, vì đại đa số robot trong quá trình làm việc sẽ tiếp xúc với môi trường khi di chuyển theo một quỹ đạo đặt trước. Khi đó cần thiết điều khiển cả vị trí robot và lực robot sinh ra. Ví dụ các robot lắp ráp, đánh bóng, đóng và mở cửa. Hai phương pháp điều khiển lực đã được phát triển là: Điều khiển trở kháng (điều khiển độ nhún) và điều khiển hỗn hợp.

Nguyên lý cơ bản của điều khiển trở kháng là điều khiển vị trí và lực bằng điều chỉnh trở kháng (độ nhún) của cơ cấu cơ khí tay robot phù hợp với ngoại lực tác dụng lên tay robot khi tiếp xúc với môi trường. Trở kháng cơ khí là một khái niệm biểu thị độ cứng của cơ cấu chống lại lực tác dụng lên nó. Điều khiển trở kháng gồm hai phương pháp: Phương pháp điều khiển trở kháng thụ động và chủ động. Ở hệ thống điều khiển trở kháng thụ động, trở kháng cơ khí của bộ phận kẹp chi tiết của tay robot được điều chỉnh bằng các phần tử cơ khí như lò xo, bộ giảm chấn. Phương pháp điều khiển trở kháng tích cực thực hiện điều khiển trở kháng cơ khí theo hệ thống kín của cơ cấu chấp hành khớp với các tín hiệu phản hồi vị trí, tốc độ và lực...

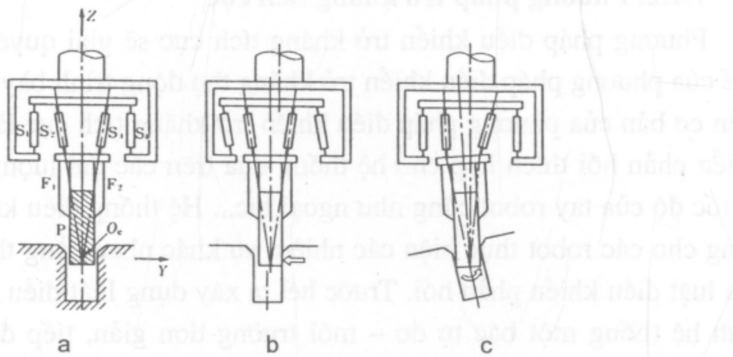
Điều khiển hỗn hợp gồm hai kênh điều khiển độc lập vị trí và lực. Các tín hiệu đầu ra của bộ điều chỉnh sẽ điều khiển cơ cấu chấp hành khớp bám theo quỹ đạo vị trí và sinh ra lực đặt trước. Hướng vị trí và lực được điều khiển tuỳ thuộc vào nhiệm vụ robot thực hiện trong dây chuyền sản xuất.

7.1. Điều khiển trở kháng

7.1.1. Phương pháp điều khiển trở kháng thụ động

Một tay robot có nhiệm vụ lắp một chốt vào một lỗ với độ kín khít rất cao hay độ rơ rất bé. Quá trình lắp ráp chính xác được thực hiện khi trục của chốt trùng khít với trục của lỗ. Khi đó tay robot chỉ cần sinh ra một lực rất nhỏ để thực hiện quá trình lắp ráp. Tuy nhiên, nếu có sự sai lệch về hướng trục của chốt và hướng trục của lỗ thì quá trình lắp ráp có thể không thực hiện được. Whitney

(1979) ([16]) đã đề xuất tay robot có "cơ cấu đàn hồi có tâm ở xa" (CCĐHTX). Tay robot dạng CCĐHTX có tính đàn hồi ở một vài hướng làm cho quá trình lắp ghép dễ dàng hơn, ví dụ: chi tiết được kéo vào lỗ chứ không bị đẩy vào lỗ. Cấu trúc động học của tay robot được trình bày trên hình 7.1a. Hệ thống gồm 4 thanh nối cứng $S_1 - S_4$, mỗi thanh gồm 2 lò xo ở 2 đầu. Các lò xo bên ngoài chỉ bị bẻ cong mà không bị nén hoặc kéo dãn. Trục của các thanh nối S_1 và S_4 song song nhau, còn trục của thanh nối S_2 và S_3 cắt nhau tại một điểm O_c (điểm cuối của thanh chốt) sao cho khi có một lực tác dụng lên điểm đó sẽ chỉ gây ra chuyển động tịnh tiến hoặc chuyển động quay xung quanh điểm đó khi có một mômen tác dụng lên điểm đó.



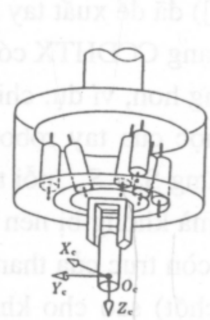
Hình 7.1. Cơ cấu động học của tay robot dạng CCĐHTX.

Trường hợp trục của chốt và lỗ song song nhau nhưng không trùng khít nhau, tay robot chuyển động theo phương thẳng đứng về phía lỗ và chạm vào thành lỗ như hình 7.1b. Khi đó có một lực tác dụng lên thanh chốt theo phương nằm ngang như hình 7.1b và làm cho các lò xo S_1 và S_4 bị bẻ cong còn các lò xo S_2 và S_3 vẫn giữ nguyên trạng thái. Kết quả là thanh chốt sẽ dịch chuyển theo phương ngang như chiều mũi tên chỉ ra trên hình vẽ mà không bị thay đổi hướng và nó sẽ trượt vào lỗ.

Trong trường hợp trục thanh chốt không song song với trục lỗ, tay robot sẽ đẩy chốt vào lỗ cho đến khi nó bị mắc kẹt ở vị trí như hình 7.1c. Dưới tác dụng của mômen tác dụng lên đầu chốt, lò xo S_2 và S_3 bị bẻ cong làm thay đổi hướng dịch chuyển của chốt về trùng với trục của lỗ. Như vậy chốt sẽ được lắp vào lỗ.

Cơ cấu tay robot dạng CCĐHTX 3 chiều được vẽ trên hình 7.2. Tương tự như tay robot 2 chiều, các trục của lò xo vòng ngoài song song nhau, trục của các lò xo vòng trong cắt nhau tại điểm O_c.

Phương pháp trở kháng thụ động không yêu cầu mạch vòng điều khiển lực, do đó hệ thống điều khiển sẽ đơn giản. Tuy nhiên, cơ cấu robot sẽ không linh hoạt, vì với mỗi một nhiệm vụ khác nhau sẽ phải thiết kế một phần cứng khác nhau. Tay robot dạng CCĐHTX thường được sử dụng để cặp và lắp ghép chi tiết có chiều dài ngắn.



Hình 7.2. Cơ cấu tay robot dạng CCĐHTX 3 chiều.

7.1.2. Phương pháp trở kháng tích cực

Phương pháp điều khiển trở kháng tích cực sẽ giải quyết được những hạn chế của phương pháp điều khiển trở kháng thụ động trình bày ở mục 7.1.1. Tinh thần cơ bản của phương pháp điều khiển trở kháng tích cực là thiết kế luật điều khiển phản hồi thích hợp cho hệ thống dựa trên các đại lượng đo được là vị trí và tốc độ của tay robot cũng như ngoại lực... Hệ thống điều khiển này có thể áp dụng cho các robot thực hiện các nhiệm vụ khác nhau bằng thay đổi phần mềm của luật điều khiển phản hồi. Trước hết ta xây dựng luật điều khiển cho hợp mô hình hệ thống một bậc tự do – môi trường đơn giản, tiếp đó sẽ xây dựng hệ thống điều khiển cho robot có số bậc tự do bất kỳ.

1. Mô hình hệ thống một bậc tự do đơn giản: Mô hình hệ thống một bậc tự do đơn giản trình bày trên hình 7.3a. Phương trình động lực học của hệ thống cơ khí có dạng:

$$m\ddot{x} + d_e\dot{x} + k_e x = f_{dk} + f \qquad (7\text{-}1)$$

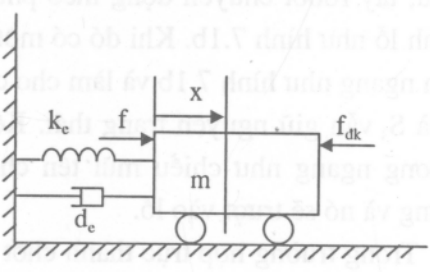
với: m - khối lượng của vật thể;

f - ngoại lực tác dụng lên vật thể;

f_{dk} - lực cần thiết tác dụng lên vật thể;

x - khoảng cách dịch chuyển của vật thể so với vị trí cân bằng khi $f = f_{dk}$;

k_e - hệ số lò xo và d_e - hệ số giảm chấn.



Hình 7.3. Mô hình cơ cấu một bậc tự do.

Giả thiết trở kháng mong muốn của vật thể đối với ngoại lực tác dụng được biểu thị bởi phương trình sau:

$$m_d\ddot{x} + d_d(\dot{x} - \dot{x}_d) + k_d(x - x_d) = f \qquad (7\text{-}2)$$

trong đó: m_d, d_d, k_d - tương ứng là khối lượng, hệ số giảm chấn và hằng số lò xo mong muốn; x_d - vị trí đặt.

Để nhận được hệ thống kín có trở kháng mong muốn (7-2), luật điều khiển nhận được bằng thay phương trình (7-2) vào phương trình động lực học (7-1):

$$f_{dk} = (m - m_d)\ddot{x} + (d_e - d_d)\dot{x} + (k_e - k_d)x + d_d\dot{x}_d + k_d x_d \qquad (7\text{-}3)$$

Nếu thiết kế $m = m_d$, luật điều khiển (7-3) sẽ có dạng đơn giản sau:

$$f_{dk} = (d_e - d_d)\dot{x} + (k_e - k_d)x + d_d\dot{x}_d + k_d x_d \qquad (7\text{-}4)$$

Vấn đề thiết kế luật điều khiển là xác định các tham số m_d, d_d, k_d của phương trình luật điều khiển. Xét trường hợp đơn giản khi vật thể không tiếp xúc với môi trường, tức là lực f = 0, phương trình (7-2) được viết ở dạng sau:

$$m_d\ddot{x} + d_d\dot{x} + k_d x = d_d\dot{x}_d + k_d x_d \qquad (7\text{-}5)$$

Biến đổi Laplace phương trình (7-5) và nhận được quan hệ đại lượng dịch chuyển thực và đại lượng vị trí thực mô tả bởi hàm truyền:

$$\frac{X(p)}{(d_d\dot{x}_d + k_d x_d)} = \frac{1/m_d}{p^2 + \dfrac{d_d}{m_d}p + \dfrac{k_d}{m_d}} \qquad (7\text{-}6)$$

Phương trình đặc tính của (7-6) có dạng phương trình khâu dao động với tần số dao động ω_n và hệ số suy giảm ξ được xác định theo các biểu thức sau:

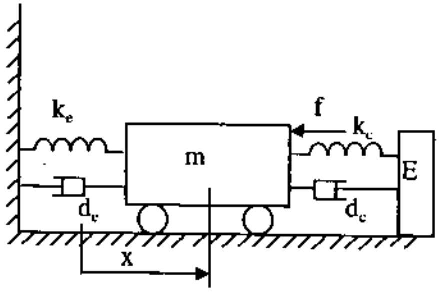
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_d}{m_d}} \text{ và } \xi = \frac{d_d}{2\sqrt{m_d k_d}} \qquad (7\text{-}7)$$

Với các chỉ tiêu tần số dao động tự nhiên và hệ số suy giảm đặt ra, các tham số d_d, k_d có thể được xác định theo (7-7) khi gán $m_d = m$.

Trường hợp thứ hai, giả thiết vật thể có khối lượng m tiếp xúc với một vật thể E cố định như hình 7.4. Tác dụng tương tác tại điểm tiếp xúc được mô tả bởi phương trình:

$$d_c\dot{x} + k_c(x - x_o) = -f \qquad (7\text{-}8)$$

trong đó: x_o - vị trí cân bằng khi f = 0. Khi bề mặt tiếp xúc của vật thể và E là mềm, giá trị k_c nhỏ, khi cả hai bề mặt cứng, hệ số k_c có giá trị lớn. Hệ số d_c cũng phụ thuộc vào vật liệu hai vật thể.



Hình 7.4. Mô hình vật thể tiếp xúc với một vật thể cố định.

Thay phương trình (7-8) vào phương trình (7-2), nhận được phương trình:

$$m_d\ddot{x} + (d_d + d_c)\dot{x} + (k_d + k_c)x = d_d\dot{x}_d + k_d x_d + k_c x_o \quad (7\text{-}9)$$

Biến đổi Laplace phương trình (7-9) và nhận được quan hệ tín hiệu đặt và tín hiệu ra có dạng tương tự như (7-6):

$$\frac{X(p)}{(d_d\dot{x}_d + k_d x_d + k_c x_o)} = \frac{1/m_d}{p^2 + \frac{d_d + d_c}{m_d}p + \frac{k_d + k_c}{m_d}} \quad (7\text{-}10)$$

Tần số dao động và hệ số tắt dần được xác định theo các biểu thức sau:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_d + k_c}{m_d}} \text{ và } \xi = \frac{d_d + d_c}{2\sqrt{m_d(k_d + k_c)}} \quad (7\text{-}11)$$

Nếu các hệ số k_c, d_c được xác định chính xác, sẽ dễ dàng xác định được m_d, d_d và k_d thỏa mãn các chỉ tiêu quá trình quá độ mong muốn (thông qua ω_n và ξ). Tuy nhiên rất khó xác định các hệ số k_c và d_c, đặc biệt, nếu giá trị k_c lớn hơn giá trị tính toán và d_c có giá trị nhỏ hơn gía trị tính toán, hệ số suy giảm sẽ giảm và đáp ứng quá trình quá độ sẽ tăng với độ qúa điều chỉnh tăng. Vì vậy cần thiết phải chọn giá trị d_d khá lớn. Nếu chọn k_d, m_d nhỏ, lực tiếp xúc sẽ nhỏ và vật thể m sẽ va chạm nhẹ nhàng với vật thể cố định E. Ưu điểm cuả phương pháp điều khiển trở kháng tích cực so với điều khiển trở kháng thụ động là có thể điều chỉnh trở kháng mong muốn bằng thay đổi giá trị m_d, k_d và d_d đảm bảo chất lượng quá trình quá độ đặt ra.

Ví dụ 7.1: Xét hệ thống được mô tả trên hình 7.3 có phương trình động lực học dạng sau:

$$\ddot{x} + 0{,}1\dot{x} = f_{dk} + f$$

Vật thể m tiếp xúc với một vật thể khác (hình 7.4) với hệ số d_c, k_c có giá trị sau: $0 \le d_c \le 25$ và $600 \le k_c \le 1800$

Cần xác định trở kháng (phương trình 7.2) thoả mãn điều kiện tần số dao động tự nhiên trong quá trình tiếp xúc nằm trong khoảng 30 và 60 và hệ số suy giảm lớn hơn 0,5. Giá trị m_d nên chọn gần bằng m và hệ số k_d và d_d nên nhỏ.

Từ phương trình (7.11) ta có:

$$30 \le \sqrt{\frac{k_d + k_c}{m_d}} \le 60 \quad (7\text{-}12)$$

Sử dụng điều kiện về giá trị của k_c ta có:

$$900.\, m_d \le k_d + 600 \qquad (7\text{-}13a)$$

$$k_d + 1800 \le 3600\, m_d \qquad (7\text{-}13b)$$

Sử dụng phương trình (7-11) đối với ξ:

$$\frac{d_d + d_c}{2\sqrt{m_d(k_d + k_c)}} \ge 0{,}5$$

Từ đó hệ số d_d phải thoả mãn bất đẳng thức:

$$d_d \ge \sqrt{m_d(k_d + k_c)} - d_c \qquad (7\text{-}14)$$

Khi chọn $m_d = 1$, hệ số k_d được xác định từ (7-13): $k_d = 500$

Và giá trị nhỏ nhất của d_d xác định từ (7-14):

$$d_{d\min} = \sqrt{1.(500 + 1800)} - 15 = 32$$

Như vậy trở kháng mong muốn mô tả bởi phương trình:

$$\ddot{x} + 32(\dot{x} - \dot{x}_d) + 500(x - x_d) = f$$

Luật điều khiển sẽ có dạng:

$$f_{dk} = -32\dot{x} - 500x + 32\dot{x}_d + 500x_d$$

2. Robot n bậc tự do

Xét robot n bậc tự do như trên hình 7.5a. Các đại lượng phản hồi là độ dịch chuyển $\bar{s}$ và lực tác dụng lên tay robot. Hệ thống điều khiển sẽ phát các tín hiệu điều khiển các hệ truyền động khớp. Ta sẽ chọn luật điều khiển thích hợp để tạo ra cho robot các đặc tính động lực học như một robot có cơ cấu cơ khí lý tưởng minh hoạ hình 7.5b, đảm bảo tay robot luôn chuyển động theo quỹ đạo đặt trước mà không chịu bất kỳ ngoại lực nào.

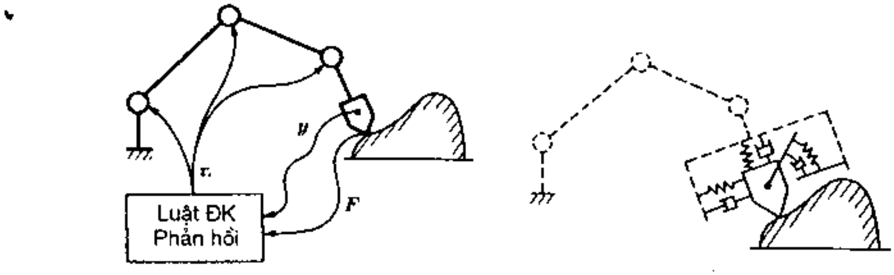
Giả sử cơ cấu cơ khí lý tưởng của tay robot 6 bậc tự do được mô tả bởi phương trình:

$$H_d\ddot{\bar{s}} + D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e = {}^{T6}\bar{F} \qquad (7\text{-}15)$$

trong đó: $\bar{s}_e = \bar{s} - \bar{s}_d$ - vectơ sai lệch dịch chuyển. Vectơ $\bar{s}$ biểu thị vị trí và định hướng của tay robot;

${}^{T6}\bar{F}$ - ngoại lực tác dụng lên tay robot;

H_d, D_d, K_d - ma trận (6×6) tương ứng là ma trận quán tính, ma trận hệ số giảm chấn và ma trận độ cứng. Các ma trận này là các ma trận không âm đối xứng. Để đơn giản, có thể lựa chọn các ma trận H_d, D_d, K_d là các ma trận đường chéo.



a) b)

Hình 7.5. Phương pháp điều khiển trở kháng tích cực.

Động lực học của robot được mô tả bởi phương trình (4-71):

$$\overline{M} = H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) \quad (7\text{-}16)$$

Quan hệ giữa vectơ dịch chuyển ở toạ độ tay robot $\overline{s}$ và vectơ biến khớp $\overline{q}$ biểu diễn bởi phương trình động học thuận:

$$\overline{s} = f_s(\overline{q}) \quad (7\text{-}17)$$

Vi phân phương trình động học thuận (7-17) nhận được phương trình sau:

$$\dot{\overline{s}} = J_s(\overline{q})\dot{\overline{q}} \quad (7\text{-}18)$$

trong đó: $J_y(\overline{q}) = \dfrac{\partial \overline{s}}{\partial \overline{q}^T}$ - ma trận Jacobien.

Vectơ mômen của các khớp tương đương với ngoại lực ${}^{T6}\overline{F}$ được xác định bởi biểu thức (4-113):

$$\overline{M}_f = J_s^T(q)\,{}^{T6}\overline{F} \quad (7\text{-}19)$$

Như vậy phương trình động lực học của robot với tính đến ngoại lực ${}^{T6}\overline{F}$ tác dụng lên tay robot sẽ có dạng như sau:

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) = \overline{M} + \overline{M}_f \quad (7\text{-}20)$$

Thay (7-19) vào (7-20) ta có:

$$H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + G(\overline{q}) = \overline{M} + J_s^T\,{}^{T6}\overline{F} \quad (7\text{-}21)$$

Giả sử J_s^T không đơn nhất với mọi $\overline{q}$, nhân cả hai vế của (7-21) với J_s^{-T} ta có:

$$J_s^{-T}H(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + J_s^{-T}V(\overline{q},\dot{\overline{q}}) + J_s^{-T}G(\overline{q}) = J_s^{-T}\overline{M} + {}^{T6}\overline{F} \quad (7\text{-}22)$$

Vi phân phương trình (7-18) ta được:

$$\ddot{\bar{s}} = \dot{J}_s(\bar{q})\dot{\bar{q}} + J_s(\bar{q})\ddot{\bar{q}} \tag{7-23}$$

Rút $\ddot{\bar{q}}$ từ phương trình (7-23) và thay vào phương trình (7-22), sau một số phép biến đổi, nhận được phương trình sau:

$$H_s(\bar{q})\ddot{\bar{s}} + N_s(\bar{q},\dot{\bar{q}}) = J_s^{-T}\overline{M} + {}^{T6}\overline{F} \tag{7-24}$$

trong đó:

$$H_s(\bar{q}) = J_s^{-T}(\bar{q})H(\bar{q})J_s^{-1}(\bar{q}) \tag{7-25a}$$

$$N_s(\bar{q}) = J_s^{-T}(\bar{q})\left[V(\bar{q},\dot{\bar{q}}) + G(\bar{q})\right] - H_s(\bar{q})\dot{J}_s(\bar{q})\dot{\bar{q}} \tag{7-25b}$$

Từ (7-24) nhận được vectơ mômen của khớp có dạng:

$$\overline{M} = J_s^T[H_s(\bar{q})\ddot{\bar{s}} + N_s(\bar{q},\dot{\bar{q}}) - {}^{T6}\overline{F}] \tag{7-26}$$

Bằng chọn luật điều khiển phản hồi vào-ra có dạng:

$$\overline{M}_{dk} = J_s^T[H_s(\bar{q})\overline{U} + N_s(\bar{q},\dot{\bar{q}}) - {}^{T6}\overline{F}] \tag{7-27}$$

sẽ nhận được hệ phương trình hệ kín có dạng tuyến tính độc lập:

$$\ddot{\bar{s}} = \overline{U} \tag{7-28}$$

Để nhận được phương trình mong muốn (7-15), tức là:

$$\ddot{\bar{s}} = H_d^{-1}[-(D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e) + {}^{T6}\overline{F}] \tag{7-29}$$

Chọn: $\overline{U} = \ddot{\bar{s}} = H_d^{-1}[-(D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e) + {}^{T6}\overline{F}]$ (7-30)

Như vậy luật điều khiển phản hồi có dạng:

$$\overline{M}_{dk} = J_s^T\left\{N_s(\bar{q},\dot{\bar{q}}) - H_s(\bar{q})H_d^{-1}(\bar{q})\left(D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e\right) + \left[H_s(\bar{q})H_d^{-1}(\bar{q}) - I\right]^{T6}\overline{F}\right\} \tag{7-31}$$

Thay các biểu thức (7-25) vào (7-31) nhận được:

$$\begin{aligned}\overline{M}_{dk} &= V(\bar{q},\dot{\bar{q}}) + G(\bar{q}) - H(\bar{q})J_s^{-1}\dot{J}_s\dot{\bar{q}} - H(\bar{q})J_s^{-1}H_d^{-1}(\bar{q})\left(D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e\right)\\ &+\left[H(\bar{q})J_s^{-1}H_d^{-1}(\bar{q}) - I\right]^{T6}\overline{F}\end{aligned} \tag{7-32}$$

Nếu chọn $H_d(\bar{q}) = H(\bar{q})$ thì luật điều khiển (7-32) có dạng đơn giản hơn như sau:

$$\overline{M}_{dk} = V(\bar{q},\dot{\bar{q}}) + G(\bar{q}) - H(\bar{q})J_s^{-1}\dot{J}_s\dot{\bar{q}} - J_s^T\left[D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e - (K_{Fd} - I)^{T6}\overline{F}\right] \tag{7-33}$$

Khi đó động lực học hệ thống điều khiển kín sẽ mô tả bằng phương trình sau:

$$H_d\ddot{\bar{s}} + D_d\dot{\bar{s}}_e + K_d\bar{s}_e = K_{Fd}\,{}^{T6}\overline{F} \tag{7-34}$$

Thành phần thứ nhất ở vế phải của luật điều khiển (7-33) bù thành phần lực nhớt và lực hướng tâm của robot, thành phần thứ hai bù thành phần trọng lực và thành phần thứ ba khử tính phi tuyến của phép biến đổi giữa $\ddot{\bar{s}}$ và $\ddot{\bar{q}}$. Các thành

phần thứ nhất và thứ ba có trị số nhỏ khi robot chuyển động ở tốc độ thấp. Khi bỏ qua các thành phần đó, thì luật điều khiển (7-33) có dạng sau:

$$\overline{M}_{dk} = G(\overline{q}) - J_s^T\left[D_d\dot{\overline{s}}_e + K_d\overline{s}_e - (K_{Fd} - I)^{T6}\overline{F}\right] \quad (7\text{-}35)$$

Phương trình (7-35) cho thấy rằng luật điều khiển lực theo phương pháp điều khiển trở kháng tích cực gồm các thành phần phản hồi theo sai lệch vị trí, sai lệch tốc độ và ngoại lực. Với cơ cấu cơ khí cứng: $D_d = 0$ và $K_{Fd} = I$, phương trình (7-35) sẽ có dạng đơn giản sau:

$$\overline{M}_{dk} = G(\overline{q}) - J_s^T K_d \overline{s}_e = G(\overline{q}) - J_s^T K_d J_s \overline{\varepsilon}_q \quad (7\text{-}36)$$

Luật điều khiển (7-35) được gọi là luật điều khiển độ cứng vì ma trận K_d sẽ tương ứng với ma trận hệ số độ cứng của cơ cấu. Phương pháp này cũng có thể được có tên là điều khiển độ nhún, vì nghịch đảo của ma trận hệ số độ cứng là a trận hệ số độ nhún.

Ví dụ7.2: Thiết kế luật điều khiển trở kháng tích cực cho cơ cấu robot 2 thanh nối có cấu trúc động học như hình 4.1

Quan hệ giữa vị trí của tay robot và các biến khớp biểu diễn bởi phương trình (4-14) và (4-15):

$$\overline{s} = \begin{bmatrix} l_1C_1 + l_2C_{12} \\ l_1S_1 + l_2S_{12} \end{bmatrix}$$

trong đó: C_1 kí hiệu cho $\cos\theta_1$; S_1 kí hiệu cho $\sin\theta_1$; C_{12} kí hiệu cho $\cos(\theta_1+\theta_2)$; S_{12} kí hiệu cho $\sin(\theta_1+\theta_2)$.

Ma trận Jacobien $J_s(\overline{q})$ được tính như sau:

$$J_s(\overline{q}) = \frac{d\overline{s}}{d\overline{q}} = \begin{bmatrix} -(l_1S_1 + l_2S_{12}) & -l_2S_{12} \\ l_1C_1 + l_2C_{12} & l_2C_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1S_1 & -l_2S_{12} \\ l_1C_1 & l_2C_{12} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Vi phân của Jacobien được tính như sau:

$$\dot{J}_s(\overline{q}) = \begin{bmatrix} -l_1C_1\dot{\theta}_1 & -l_2C_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -l_1S_1\dot{\theta}_1 & -l_2S_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-\dot{J}_s(\overline{q})\dot{\overline{q}} = -\begin{bmatrix} -l_1C_1\dot{\theta}_1 & -l_2C_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -l_1S_1\dot{\theta}_1 & -l_2S_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} l_1C_1\dot{\theta}_1^2 & l_2C_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ l_1S_1\dot{\theta}_1^2 & l_2S_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \end{bmatrix}.$$

Áp dụng (7-33), luật điều khiển được xác định như sau:

$$\overline{M}_{dk}=\begin{bmatrix}h_{122}\dot{\theta}_2^2+2h_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\theta\\ h_{211}\dot{\theta}_1^2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g_1\\ g_2\end{bmatrix}$$

$$+\frac{\begin{bmatrix}H_{11} & H_{12}\\ H_{21} & H_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}l_2C_{12} & l_2S_{12}\\ -(l_1C_1+l_2C_{12}) & -(l_1S_1+l_2S_{12})\end{bmatrix}}{l_1l_2S_2}\begin{bmatrix}l_1C_1\dot{\theta}_1^2+l_2C_{12}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_{21})^2\\ l_1S_1\dot{\theta}_1^2+l_2S_{12}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_{21})^2\end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix}-(l_1S_1+l_2S_{12}) & l_1C_1+l_2C_{12}\\ -l_2S_{12} & l_2C_{12}\end{bmatrix}\left\{D_d\dot{\bar{s}}_e+K_d\bar{s}_e-(K_{Fd}-1)^{T6}\overline{F}\right\}$$

Sau một số phép biến đổi đơn giản ta viết tách các thành mômen điều khiển của các cơ cấu truyền động khớp như sau:

$$M_{dk1}=h_{122}\dot{\theta}_2^2+h_{112}\dot{\theta}_1^2\dot{\theta}_2^2+g_1$$
$$+\left\{l_1\left[H_{11}l_2C_2-H_{12}(l_2C_2+l_1)\right]\dot{\theta}_1^2+l_2\left[H_{11}l_2-H_{12}(l_1C_2+l_2)\right](\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2\right\}\frac{1}{l_1l_2S_2}$$
$$+(l_2S_{12}+l_1S_1)\widetilde{G}_x-(l_2C_{12}+l_1C_1)^{T6}\widetilde{F}_x$$

$$M_{dk2}=h_{211}\dot{\theta}_1^2+g_2$$
$$+\left\{l_1\left[H_{21}l_2C_2-H_{22}(l_2C_2+l_1)\right]\dot{\theta}_1^2+l_2\left[H_{21}l_2-H_{22}(l_1C_2+l_2)\right](\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2\right\}\frac{1}{l_1l_2S_2}$$
$$+l_2S_{12}{}^{T6}\widetilde{F}_x-l_2C_{12}{}^{T6}\widetilde{F}_y$$

trong đó: $^{T6}\widetilde{F}_x=D_{d1}\dot{s}_{ex}+K_{d1}s_{ex}-(k_{Fd}-1)^{T6}F_x$

$$^{T6}\widetilde{F}_y=D_{d2}\dot{s}_{ey}+K_{d2}s_{ey}-(k_{Fd}-1)^{T6}F_y$$

7.2. Điều khiển hỗn hợp

7.2.1. Ràng buộc tự nhiên và ràng buộc nhân tạo

Điều khiển tương tác là điều khiển chuyển động của robot theo các lượng đặt vị trí và lực trong điều kiện robot robot tiếp xúc với môi trường hoặc nói một cách khác là thực hiện điều khiển chuyển động trong điều kiện ràng buộc với môi trường làm việc.

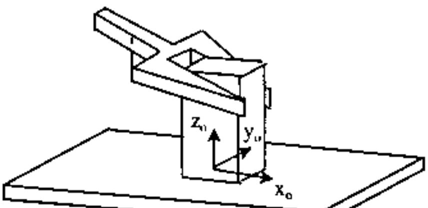
Phương pháp điều khiển hỗn hợp kết hợp điều khiển lực và điều khiển vị trí (quỹ đạo), tuy nhiên lực và vị trí được điều khiển độc lập theo các hướng khác nhau. Khi robot làm việc tiếp xúc với môi trường, lực sẽ được điều khiển theo một hướng, còn điều khiển vị trí được thực hiện theo một hướng khác.

Do đặc điểm làm việc của tay robot khi tiếp xúc với môi trường mà chia làm hai loại ràng buộc: ràng buộc tự nhiên và ràng buộc nhân tạo. Ràng buộc tự nhiên được xác định tự nhiên bởi các nhiệm vụ làm việc của robot trong môi trường. Ràng buộc nhân tạo liên quan đến các biến điều khiển được quy định bởi chiến lược điều khiển robot. Để thuận lợi cho việc mô tả nhiệm vụ robot thực hiện và việc xác định các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo, sẽ sử dụng khung toạ độ ràng buộc (0_c x_c y_c z_c) không trùng với khung toạ độ gốc robot. Quan hệ giữa khung toạ độ ràng buộc và khung toạ độ gốc được biểu thị bằng ma trận biến đổi quay ${}^0R_c$ biểu diễn khung toạ độ ràng buộc so với khung toạ độ và ${}^cR_0$ biểu diễn khung toạ độ gốc so với khung toạ độ ràng buộc.

Ví dụ7.3: Một số trường hợp cơ cấu robot làm việc với môi trường điển hình:

1. Cơ cấu tay robot gắp một vật và di chuyển một vật di chuyển trên bề mặt phẳng (hình 7.6). Khung toạ độ ràng buộc được gắn trên bề mặt tiếp xúc giữa vật thể và mặt trượt. Tay robot chỉ di chuyển tịnh tiến vật thể dọc theo trục x_c và y_c nên không có dịch chuyển tịnh tiến theo trục z_c đồng thời không có chuyển động quay theo các trục x_c và y_c. Nếu bỏ qua lực ma sát ở mặt trượt, sẽ không có lực tác dụng dọc theo hướng x_c và y_c và không có mômen quay theo trục z_c. Các điều kiện đó là các ràng buộc tự nhiên. Các ràng buộc nhân tạo liên quan đến các biến không phải là các ràng buộc tự nhiên: Tốc độ di chuyển tịnh tiến theo các trục x_c và y_c và tốc độ quay xung quanh trục z_c; Lực tác dụng dọc theo các trục x_c và y_c và mômen quay của trục z_c. Các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo được minh họa trong bảng 7.1.

2. Cơ cấu tay lắp một chi tiết vào một lỗ hình trụ (hình 7.7). Khung toạ độ



a)

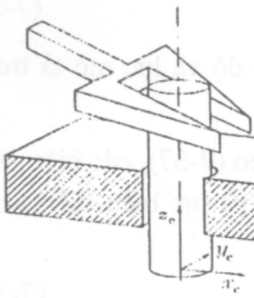
Bảng 7.1.

Ràng buộc tự nhiên	Ràng buộc nhân tạo
${}^cv_z$	${}^cF_x$
${}^c\omega_x$	${}^cM_x$
${}^c\omega_y$	${}^cM_y$
${}^cF_x$	${}^cv_x$
${}^cF_y$	${}^cv_y$
${}^cM_z$	${}^c\omega_z$

b)

Hình 7.6. Cơ cấu tay di chuyển tịnh tiến vật thể và các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo:
a- cơ cấu tay di chuyển tịnh tiến vật thể; b- ràng buộc tự nhiên và nhân tạo.

ràng buộc được chọn có trục z_c trùng với thực của chi tiết. Ràng buộc tự nhiên được xác định từ điều kiện lắp ráp: không có chuyển động tịnh tiến và quay theo các trục x_c và y_c đồng thời không có lực tác dụng dọc theo trục z_c và mômen quay xung quanh trục z_c. Như vậy, các điều kiện ràng buộc nhân tạo là các biến còn lại: Lực và mômen tác dụng theo các trục x_c và y_c; tốc độ dịch chuyển tịnh tiến và tốc độ góc theo trục z_c. Bảng 7.2 mô tả các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo của cơ cấu.



a)

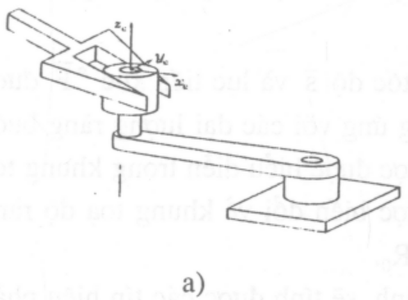
Bảng 7.2.

Ràng buộc tự nhiên	Ràng buộc nhân tạo
${}^cv_x$	${}^cF_x$
${}^cv_y$	${}^cF_y$
${}^c\omega_x$	${}^cM_x$
${}^c\omega_y$	${}^cM_y$
${}^cF_z$	${}^cv_x$
${}^cM_z$	${}^c\omega_z$

b)

Hình 7.7. Cơ cấu tay lắp ráp chi tiết vào một lỗ và các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo: a- cơ cấu tay lắp ráp chi tiết vào một lỗ; b- ràng buộc tự nhiên và nhân tạo.

3. Cơ cấu quay một cánh tay đòn (hình 7.8). Khung toạ độ ràng buộc đặt ở đầu mút của cánh tay đòn của cơ cấu quay. Ràng buộc tự nhiên được xác định bởi điều kiện làm việc tự nhiên của cơ cấu là không có di chuyển dọc theo trục z_c và tốc độ góc xung quanh trục x_c và y_c đồng thời không có lực tác dụng theo trục y_c và mômen quay theo trục z_c. Các ràng buộc nhân tạo là tốc độ dịch chuyển tịnh tiến theo trục y_c; tốc độ quay xung quanh trục z_c; các lực tác dụng theo các trục x_c và z_c và mômen quay theo các trục x_c và y_c. Bảng 7.3 mô tả các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo của cơ cấu.



a)

Bảng 7.3.

Ràng buộc tự nhiên	Ràng buộc nhân tạo
${}^cv_x$	${}^cF_x$
${}^cv_z$	${}^cF_z$
${}^c\omega_x$	${}^cM_x$
${}^c\omega_y$	${}^cM_y$
${}^cF_y$	${}^cv_y$
${}^cM_z$	${}^c\omega_z$

b)

Hình 7.8. Cơ cấu tay quay một cánh tay đòn và các ràng buộc tự nhiên và nhân tạo: a- cơ cấu tay quay một cánh tay đòn; b- ràng buộc tự nhiên và nhân tạo.

7.2.2. Điều khiển hỗn hợp trên cơ sở mạch phản hồi kinh điển

Dựa trên việc mô tả các biến ràng buộc tự nhiên và nhân tạo, hệ thống điều khiển hỗn hợp chỉ thực hiện điều khiển các biến ràng buộc nhân tạo mà không điều khiển các biến ràng buộc tự nhiên để đảm bảo tránh các sự xung đột giữa điều khiển và môi trường làm việc.

Các biến ràng buộc tự nhiên được mô tả bởi một tập các biến tốc độ và lực biểu diễn trong khung toạ độ ràng buộc và được biểu diễn ở dạng:

$$\Sigma^{c}\overline{v} = {}^{c}\overline{v}_{tn} \text{ và } (I - \Sigma)^{c}\overline{F} = {}^{c}\overline{F}_{tn} \qquad (7\text{-}37)$$

trong đó: ${}^{c}\overline{v}_{tn}$, ${}^{c}\overline{F}_{tn}$ - tương ứng là các thành phần tốc độ và lực mô tả trong khung toạ độ ràng buộc.

Với các biến ràng buộc tự nhiên được định nghĩa theo (7-37), các biến ràng buộc nhân tạo được mô tả bởi một tập các biến tốc độ và lực biểu diễn trong khung toạ độ ràng buộc và được biểu diễn ở dạng:

$$(I - \Sigma)^{c}\overline{v} = {}^{c}\overline{v}_{nt} \text{ và } \Sigma^{c}\overline{F} = {}^{c}\overline{F}_{nt} \qquad (7\text{-}38)$$

trong đó: ${}^{c}\overline{v}_{nt}$, ${}^{c}\overline{F}_{nt}$ - tương ứng là các thành phần tốc độ và lực mô tả trong khung toạ độ ràng buộc. Ma trận Σ là ma trận lựa chọn cho phép lựa chọn các biến điều khiển thích hợp cho mỗi bậc tự do của robot.

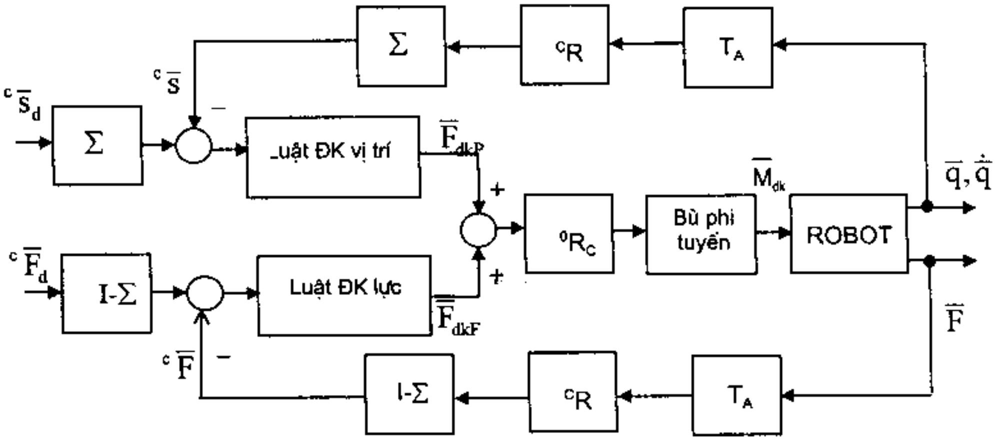
Sơ đồ khối tổng quát của hệ thống điều khiển hợp lực - vị trí được mô tả trên hình 7.9 với giả thiết tất cả các biến đầu ra cần thiết cho điều khiển lực - vị trí có thể đo được.

Đối với hệ thống điều khiển vị trí, tín hiệu phản hồi trong trường hợp đơn giản có thể là sai lệch vị trí $\overline{\overline{s}}$ và tốc độ $\dot{\overline{s}}$; lượng đặt là tốc độ và gia tốc; các biến ràng buộc nhân tạo được định nghĩa theo điều kiện làm việc của cơ cấu. Tương tự, đối với hệ thống điều khiển lực, tín hiệu phản hồi là lực tiếp xúc ${}^{c}\overline{F}$; lượng đầu vào là lực đặt và các biến ràng buộc nhân tạo được định nghĩa theo điều kiện làm việc của cơ cấu.

Các tín hiệu phản hồi sai lệch vị trí $\overline{\overline{s}}$, tốc độ $\dot{\overline{s}}$ và lực tiếp xúc ${}^{c}\overline{F}$ được biến đổi thành các đại lượng đồng nhất tương ứng với các đại lượng ràng buộc nhờ phép biến đổi T_A. Các đại lượng nhận được được biểu diễn trong khung toạ độ gốc. Sau đó các đại lượng đó tiếp tục được biến đổi về khung toạ độ ràng buộc bằng nhân phía trước với ma trận quay ${}^{c}R_0$.

Trên cơ sở ma trận lựa chọn được xác định, sẽ tính được các tín hiệu phản hồi cần thiết cho điều khiển vị trí và lực tương ứng với các tín hiệu chủ đạo đầu

vào. Tín hiệu điều khiển tổng đầu ra bộ điều khiển ${}^{c}\overline{F}_{dk}$ gồm hai thành phần ${}^{c}\overline{F}_{dkP}$ và ${}^{c}\overline{F}_{dkF}$ được biến đổi về khung toạ độ gốc bằng phép biến đổi ${}^{0}R_{c}$.



Hình 7.9. Sơ đồ khối tổng quát của hệ thống điều khiển hỗn hợp.

Cuối cùng, tùy thuộc vào hệ thống điều khiển thực tế, có thể bổ sung một khâu bù, hiệu chỉnh phi tuyến cho cả lực và vị trí. Đầu ra là mômen đầu vào của các khớp robot.

Ví dụ 7.4: Xét một robot 2 thanh nối có tay di chuyển tựa trên bề mặt của một đối tượng như hình 7.10. Gắn một hệ trục toạ độ ($O_cx_cy_c$) vào đối tượng như chỉ trên hình vẽ. Tay robot di chuyển theo hướng O_xx_c và sinh ra lực theo hướng O_cy_c. Như vậy vị trí tay robot được điều khiển theo hướng O_xx_c và lực được điều khiển theo hướng O_cy_c. Vị trí và lực của tay robot trong hệ toạ độ $O_cx_cy_c$ được đo bằng các cảm biến vị trí và lực đặt ở tay robot.

Với điều kiện làm việc của cơ cấu hình 7.10, ma trận lựa chọn có dạng:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

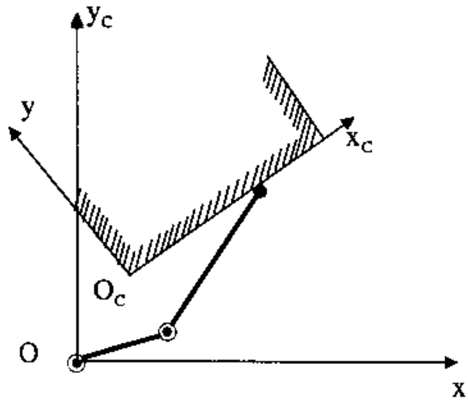
Sai số vị trí và lực của tay robot trong hệ toạ độ $O_cx_cy_c$ được xác định theo phương trình ma trận sau:

$$ {}^{C}\overline{s}_{e}(t) = (I - \Sigma)\left[{}^{C}\overline{s}_{d}(t) - {}^{C}\overline{s}(t)\right] \tag{7-39}$$

$$ {}^{C}\overline{F}_{e}(t) = \Sigma\left[{}^{C}\overline{F}_{d}(t) - {}^{C}\overline{F}(t)\right] \tag{7-40}$$

trong đó ${}^{C}\overline{s}_{d}(t)$, ${}^{C}\overline{s}(t)$ - vectơ vị trí đặt và vị trí thực của tay robot trong hệ toạ độ $O_cx_cy_c$;

$^{C}\overline{F}_d(t)$, $^{C}\overline{F}(t)$ - vectơ lực đặt và lực sinh ra ở tay robot trong hệ toạ độ $O_cx_cy_c$.



Hình 7.10. Cơ cấu robot với điều khiển hỗn hợp.

Vectơ sai số vị trí và lực ở tay robot trong hệ toạ độ $O_cx_cy_c$ được biến đổi về hệ toạ độ khớp theo các biểu thức sau:

$$\overline{q}_e(t) = J_c^{-1}\,{}^{c}\overline{s}_e(t) \qquad (7\text{-}41)$$

$$\dot{\overline{q}}_e(t) = J_c^{-1}\,{}^{c}\dot{\overline{s}}_e(t) \qquad (7\text{-}42)$$

$$\overline{M}_e(t) = J_c^{T}\,{}^{c}\overline{F}_e(t) \qquad (7\text{-}43)$$

trong đó J_c là ma trận Jacobien.

Các mômen điều khiển của các khớp là tổng của hai thành phần $\overline{M}_{dkP}$ và $\overline{M}_{dkF}$. Thành phần mômen $\overline{M}_{dkP}$ là đầu ra của bộ điều khiển vị trí sẽ bù sai lệch vị trí và $\overline{M}_{dkF}$ là đầu ra của bộ điều khiển lực sẽ bù thành phần sai lệch lực. Có thể lựa chọn bộ điều khiển vị trí và bộ điều khiển lực có cấu trúc khác nhau. Thông thường bộ điều khiển có cấu trúc PI, bộ điều khiển lực có cấu trúc I. Khi đó luật điều khiển vị trí và lực có dạng sau:

$$\overline{M}_{dkP}(t) = K_P\overline{q}_e(t) + K_D\overline{q}_e(t) \qquad (7\text{-}44)$$

$$\overline{M}_{dkF}(t) = K_F\int_0^t \overline{M}_e(\tau)d\tau \qquad (7\text{-}45)$$

Mômen tổng điều khiển khớp là:

$$\overline{M}_{dk}(t) = \overline{M}_{dk\,P}(t) + \overline{M}_{dk\,F}(t) \qquad (7\text{-}46)$$

Các phương trình (7-39)-(7-46) là các thuật toán điều khiển hỗn hợp của robot và sơ đồ khối của hệ thống điều khiển hỗn hợp robot. Một số tác giả [15] đã đề xuất luật điều khiển vị trí là PID và luật điều khiển lực kết hợp cấu trúc PI với thành phần tiền định tỷ lệ với tín hiệu lực đặt.

7.2.3. Điều khiển hỗn hợp trên cơ sở cấu trúc động lực học robot

Bộ điều khiển hỗn hợp được xây dựng gồm hai phần: Bộ điều khiển tuyến tính hóa phản hồi nhằm khử tính phi tuyến và ràng buộc của hệ thống và nhận được hệ thống độc lập và tuyến tính; Bộ điều khiển thứ hai được thiết kế để cơ cấu tay robot bám theo quỹ đạo mong muốn và sinh lực cần thiết.

Quan hệ giữa vectơ dịch chuyển ở toạ độ tay robot $\overline{s}$ và vectơ biến khớp $\overline{q}$ biểu diễn bởi phương trình động học thuận:

$$\overline{s} = f_s(\overline{q}) \qquad (7\text{-}47)$$

Đạo hàm cấp hai phương trình (7-47) nhận được phương trình sau:

$$\ddot{\overline{s}} = J(\overline{q})\ddot{\overline{q}} + \dot{J}(\overline{q})\dot{\overline{q}} \qquad (7\text{-}48)$$

trong đó: $J(\overline{q})$ - ma trận Jacobien. Giải phương trình (7-48) nhận được vectơ gia tốc của khớp:

$$\ddot{\overline{q}} = J^{-1}(\overline{q})[\ddot{\overline{s}} - \dot{J}(\overline{q})\dot{\overline{q}}] \qquad (7\text{-}49)$$

Thay (7-49) vào phương trình động lực học của robot (4-73) với kể đến thành phần lực ma sát trong bộ truyền và thành phần mômen khớp gây ra bởi ngoại lực tác dụng lên tay robot:

$$\overline{M} = H(\overline{q})J^{-1}(\overline{q})[\ddot{\overline{s}} - \dot{J}(\overline{q})\dot{\overline{q}}] + C(\overline{q},\dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) + F(\overline{q}) + J^{T\,T6}\overline{F} \qquad (7\text{-}50)$$

Bộ điều khiển tuyến tính phản hồi được lựa chọn như sau:

$$\overline{M}_{dk} = H(\overline{q})J^{-1}(\overline{q})[\overline{U} - \dot{J}(\overline{q})\dot{\overline{q}}] + C(\overline{q},\dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) + F(\overline{q}) + J^{T\,T6}\overline{F} \qquad (7\text{-}51)$$

Khi đó hệ thống kín sẽ được mô tả bởi một hệ phương trình tuyến tính và độc lập:

$$\ddot{\overline{s}} = \overline{U} \qquad (7\text{-}52)$$

với $\overline{U}$ - vectơ $(n\times1)$ biểu thị luật điều khiển tuyến tính quỹ đạo và lực của tay robot. Phương trình (7-52) cho thấy rằng chuyển động của tay robot được tách rời độc lập và tuyến tính. Do đó có thể thiết kế các bộ điều khiển vị trí và lực độc lập nhau: Bộ điều khiển vị trí được thiết kế đảm bảo tay robot chuyển động theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động và bộ điều khiển lực thiết kế đảm bảo tay robot sinh lực theo hướng trực giao với hướng chuyển động.

Phương trình (7-52) được viết tách thành các phương trình mô tả chuyển động theo phương tiếp tuyến và trực giao trong không gian tay robot. Nếu ký hiệu s_{Ti} là thành phần tiếp tuyến thứ i của $\overline{s}$. Phương trình mô tả chuyển động tiếp tuyến của tay robot được viết ở dạng:

$$\ddot{s}_{Ti} = u_{Ti} \qquad (7\text{-}53)$$

trong đó: u_{Ti} - tín hiệu điều khiển vị trí theo phương tiếp tuyến của thành phần thứ i.

Bộ điều khiển vị trí theo phương tiếp tuyến cho thành phần thứ i tương ứng có thể lựa chọn theo cấu trúc PD ở dạng:

$$u_{Ti} = \ddot{s}_{Tdi} + k_{Tdi}\dot{\tilde{s}}_{Ti} + k_{Tpi}\tilde{s}_{Ti} \qquad (7\text{-}54)$$

với $\ddot{s}_{Ti}$, k_{Tdi}, k_{Tpi} tương ứng là gia tốc đặt cho thành phần thứ i, hệ số tỷ lệ đạo hàm và hệ số tỷ lệ của thành phần thứ i;

$\tilde{s}_{Ti}$, $\dot{\tilde{s}}_{Ti}$ tương ứng là sai lệch vị trí và sai lệch tốc độ của thành phần tiếp tuyến thứ i:

$$\tilde{s}_{Ti} = s_{Tdi} - s_{Ti} \tag{7-55a}$$

$$\dot{\tilde{s}}_{Ti} = \dot{s}_{Tdi} - \dot{s}_{Ti} \tag{7-55b}$$

Kết hợp (7-53) và (7-54), phương trình mô tả sai lệch của hệ thống kín được viết ở dạng sau:

$$\ddot{\tilde{s}}_{Tdi} + k_{Tdi}\dot{\tilde{s}}_{Ti} + k_{Tpi}\tilde{s}_{Ti} = 0 \tag{7-56}$$

Các hệ số k_{Tdi} và k_{pi} được tính toán sao cho hệ thống ổn định tiệm cận và sai lệch hội tụ về không.

Tương tự, ký hiệu s_{Nj} là thành phần trực giao thứ j của $\bar{s}$.

Phương trình mô tả chuyển động trực giao của tay robot được viết ở dạng:

$$\ddot{s}_{Tj} = u_{Tj} \tag{7-57}$$

trong đó: u_{Tj} - tín hiệu điều khiển lực theo phương trực giao của thành phần thứ i. Giả sử môi trường làm việc của robot có dạng đàn hồi, lực trực giao tác dụng vào môi trường được tính theo công thức sau:

$$F_{Nj} = k_{ej}(s_{Nj} - s_{ej}) \tag{7-58}$$

với k_{ej} là thành phần j của độ cứng của mô trường, s_{ej} là vị trí tĩnh của môi trường theo hướng trực giao s_{Nj}.

Đạo hàm phương trình (7-58) nhận được:

$$\ddot{s}_{Nj} = \frac{1}{k_{ej}}\ddot{F}_{Nj} \tag{7-59}$$

Kết hợp (7-57) và (7-59) ta có:

$$\frac{1}{k_{ej}}\ddot{F}_{Nj} = \ddot{u}_{Nj} \tag{7-60}$$

Bộ điều khiển lực tương ứng có thể lựa chọn có cấu trúc PD ở dạng:

$$u_{Nj} = \frac{1}{k_{ej}}(F_{Ndj} + k_{Ndj}\dot{\tilde{F}}_{Nj} + k_{Npj}\tilde{F}_{Nj}) \tag{7-61}$$

trong đó k_{Ndj} và k_{Npj} tương ứng là các hệ số đạo hàm và hệ số tỷ lệ. Các hệ số này sẽ được chọn đảm bảo hệ ổn định tiệm cận và sai lệch lực tiến tới không.

$\tilde{F}_{Nj}$, $\dot{\tilde{F}}_{Nj}$ tương ứng là sai lệch lực và sai lệch đạo hàm lực của thành phần trực giao thứ j:

$$\tilde{F}_{Nj} = F_{Ndj} - F_{Nj} \qquad (7\text{-}61a)$$

$$\dot{\tilde{F}}_{Nj} = \dot{F}_{Ndj} - \dot{F}_{Nj} \qquad (7\text{-}61b)$$

Để đo lực tác dụng lên tay robot, có thể sử dụng cảm biến lực gắn trên cổ tay robot. Tuy nhiên vectơ lực đo được bằng cảm biến lực ở cổ tay không phải là lực tác dụng lên tay robot. Vì vậy cần phải biến đổi vectơ lực từ cảm biến lực về vectơ lực ở tay robot theo công thức sau:

$$J^T(\overline{q})\overline{F} = J^T_{CB}(\overline{q})\overline{F}_{CB} \qquad (7\text{-}62)$$

trong đó: $\overline{F}, \overline{F}_{CB}$ tương ứng là vectơ lực trong không gian làm việc và vectơ lực đo được bằng cảm biến lực;

$J(\overline{q})$, $J_{CB}(\overline{q})$ tương ứng là ma trận Jacobien của không gian tay và ma trận Jacobien của cảm biến.

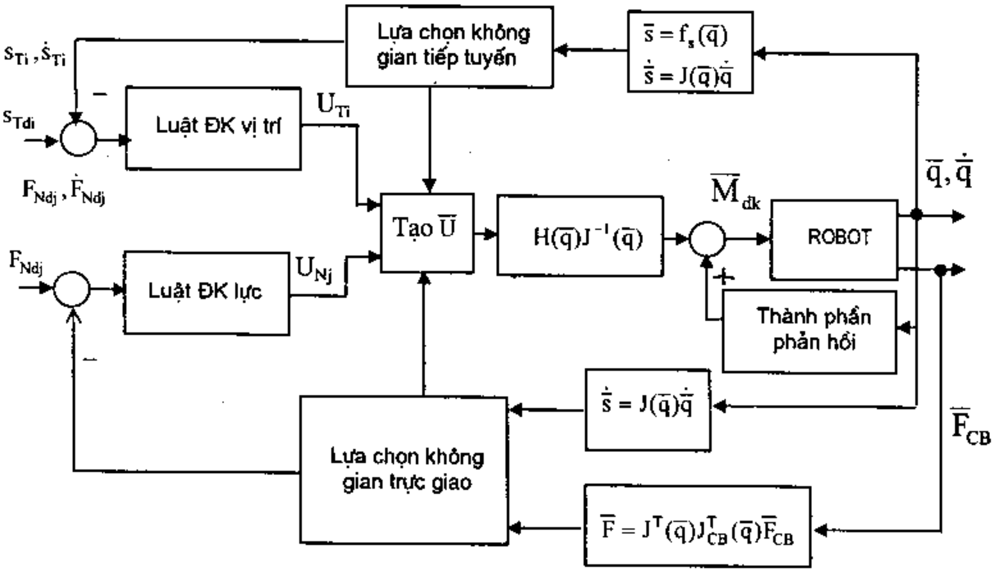
Từ (7-62), vectơ lực tác dụng lên tay robot được xác định theo công thức sau:

$$\overline{F} = J^{-T}(\overline{q})J^T_{CB}(\overline{q})\overline{F}_{CB} \qquad (7\text{-}63)$$

Thành phần đạo hàm lực cần thiết cho tính sai lệch lực ở phương trình (7-61) được bằng sử dụng (7-58):

$$\dot{F}_{Nj} = k_{ej}\dot{s}_{Nj} \qquad (7\text{-}64)$$

Sơ đồ khối hệ thống điều khiển hỗn hợp dựa trên cấu trúc động lực học robot được trình bày trên hình 7.11.



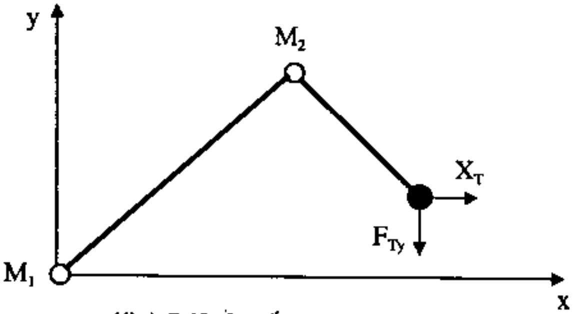
Hình 7.11. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển hỗn hợp dựa trên mô hình động lực học.

Ví dụ 7.5: Thiết kế hệ thống điều khiển hỗn hợp vị trí/lực cho một cơ cấu tay robot 2 bậc tự do trong mặt phẳng như hình 7.12. Mục đích điều khiển đảm bảo tay robot di chuyển dọc theo hướng x với quỹ đạo $x_{Td} = 0{,}2 + 0{,}05\sin(t)$ m và sinh lực theo hướng y với lực $F_{Tyd} = 1 - e^{-t}$. Hệ số độ cứng $k_e = 1000$ N/m. Vị trí ban đầu của tay robot là: $x(0) = 0{,}25$ m và $y(0) = y_e = 0$ m.

Các tham số robot: Khối lượng thanh nối: $m_1 = 2{,}5$ kg; $m_2 = 1{,}5$ kg.

Khối lượng tải: $m_t = 0{,}5$ kg.

Chiều dài thanh nối: $a_1 = 0{,}25$ m; $a_2 = 0{,}15$ m.



Hình 7.12. Cơ cấu robot 2 bậc tự do.

Giả thiết bỏ qua lực ma sát ở các khớp, lực trực giao phụ thuộc vào vị trí theo quan hệ:

$$F_y = k_e(y - y_e)$$

Sử dụng (7-51) luật điều khiển hỗn hợp được thiết kế ở dạng:

$$\overline{M}_{dk} = H(\overline{q})J^{-1}(\overline{q})\overline{U} + C(\overline{q},\dot{\overline{q}})\dot{\overline{q}} + G(\overline{q}) + J^{T\,T6}\overline{F}$$

trong đó: $\overline{U}$ (2×1) - vectơ tín hiệu điều khiển gồm hai thành phần: điều khiển vị trí và lực;

H, C, G là các ma trận của phương trình động lực học robot 2 thanh nối (4-29);

${}^{T6}\overline{F}$ - ngoại lực tác dụng vào tay robot.

Với bộ điều khiển lựa chọn như trên, hệ thống kín của hệ thống sẽ được mô tả bởi hệ phương trình độc lập tuyến tính:

$$\ddot{\overline{s}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{F}_{Ty} \end{bmatrix} = \overline{U}$$

Thành phần tiếp tuyến là dịch chuyển của tay và thành phần trực giao là lực sinh ra ở tay trong quá trình di chuyển. Bộ điều khiển thành phần tiếp tuyến – di chuyển của tay được thiết kế theo (7-54):

$$u_T = \ddot{x}_{Td} + k_{xD}\dot{\tilde{x}}_T + k_{xP}\tilde{x}_T$$

Và bộ điều khiển thành phần trực giao - lực của tay được thiết kế theo (7-61):

$$u_N = \frac{1}{k_e}(F_{Tyd} + k_{fD}\dot{\tilde{F}}_{Ty} + k_{fP}\tilde{F}_{Ty})$$

trong đó: x_{Td} =0,2+ 0,05sin(t) m; $F_{Tyd} = 1 - e^{-t}$ và k_e = 1000 N/m.

Các hệ số k_D (k_{xD} và k_{fD}) và k_P (k_{xP} và k_{fP}) của luật điều khiển có thể xác định theo điều kiện ổn định và hội tụ:

$$k_D = 2\xi\omega_n \text{ và } k_P = \omega_n^2$$

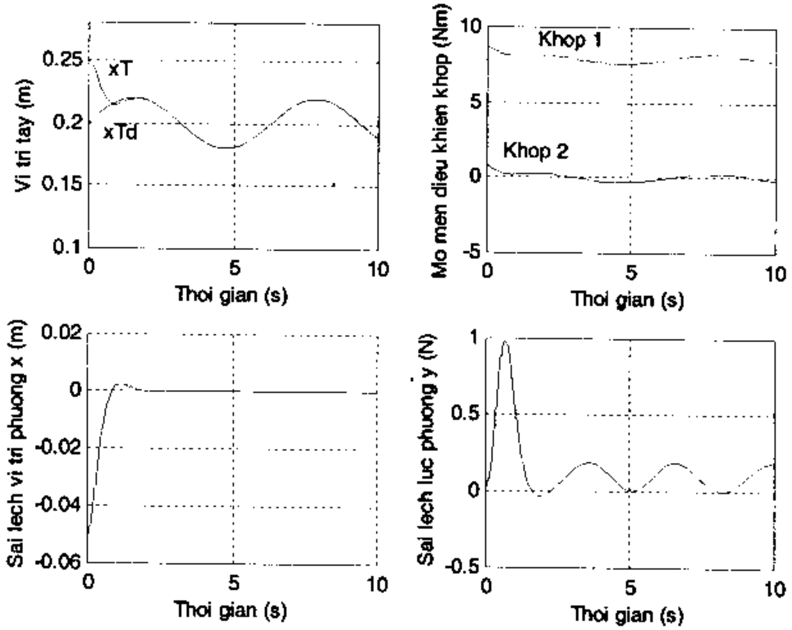
với ξ, ω là hệ số suy giảm và tần số dao động của hệ. Các hệ số này được lựa chọn theo chỉ tiêu quá trình quá độ yêu cầu: Độ quá điều chỉnh σ% và thời gian quá trình quá độ t_{qd}.

Giả sử yêu cầu độ quá điều chỉnh nhỏ hơn 20% và thời gian quá trình quá độ là 1,5 s. Chọn ξ = 0,7, Tần số dao động được xác định theo công thức:

$$\omega_n = \frac{4}{\xi t_{qd}} = \frac{4}{0{,}7.1{,}5} = 3{,}8$$

Do đó: $k_D = 2\xi\omega_n$ = 2.0,7.3,8 = 5,32 và $k_P = \omega_n^2 = 3{,}8^2$ = 14,44.

Kết quả mô phỏng được trình bày trên hình 7.13.



Hình 7.13. Kết quả mô phỏng của ví dụ 7.5.

Phụ lục

Chương trình mô phỏng MATLAB cho ví dụ 7.5

1. File chương trình mô phỏng

```
%Chuong trinh mo phong he thong dieu khien luc robot 2 thanh noi
% Controller2: Bo dieu khien luc
%x11=x0(1);%Goc theta1
%x12=x0(2);%Toc do Goc khop 1
%x21=x0(3);%Goc theta2
%x22=x0(4);%Toc do Goc khop 2

S0=[0.25,0];
theta=vitridau(S0);
Tk=0.001;
x0=[theta(1);0;theta(2);0];
file1=fopen('data1.$','w');
for t=0:Tk:10;
sd=Setpoint(t);
[M,xe,fe]=Controller1(sd,S0(2),x0(1),x0(3),x0(2),x0(4));
[s,X]=Robot2(M,x0,Tk);
x0=X;
fprintf(file1,'%2.4f %2.4f %2.4f %2.4f %3.4f %3.4f\n',t,sd(1),s(1),fe,M(1),M(2));
end
fclose(file1);
```

2. Hàm tính luật điều khiển

```
function [M,xe,fe]=Controller1(sd,yo,theta1,theta2,dtheta1,dtheta2)
%Bo dieu khien luc hon hop
%==============================================
ke=1000;
%==============================================
%Cac thong so cua Robot
m1=2.5;%Khoi luong thanh 1
m2=1.5;%Khoi luong thanh 2
mt=0.5; %Khoi luong tai
a1 =0.25;%Chieu dai thanh 1
a2 =0.15; %Chieu dai thanh 2
x11=theta1;
x12=dtheta1;
x21=theta2;
x22=dtheta2;
C1=cos(x11);
C2=cos(x21);
```

```
C12=cos(x11+x21);
s1=sin(x11);
s2=sin(x21);
s12=sin(x11+x21);
%-----------------
H11=(m1+m2)*a1^2+m2*a2^2+2*m2*a1*a2*C2;
H12=m2*a2^2+m2*a1*a2*C2;
H22=m2*a2^2;
H21=H12;
H=[H11,H12;H21,H22];
%-----------------
v1=-m2*a1*a2*s2*x22^2-2*m2*a1*a2*s2*x12*x22;
v2=m2*a1*a2*s2*x12^2;
V=[v1;v2];
%-----------------
G1=(m1+m2)*9.81*a1*C1+m2*9.81*a2*C12;
G2=m2*9.81*a2*C12;
G=[G1;G2];
%-----------------
%Ma tran Jacobien
J=[-a1*s1-a2*s12,-a2*s12;a1*C1+a2*C12,a2*C12];
%Tinh vi tri va toc do tay
s=[a1*C1+a2*C12;a1*s1+a2*s12];
ds=J*[x12;x22];
%Tinh luc va dao ham luc
f=ke*(s(2)-yo);
df=ke*ds(2);
%Sai lech vi tri tay va sai lech luc tay
xe=sd(1)-s(1);
dxe=sd(3)-ds(1);
fe=sd(2)-f;
dfe=sd(4)-df;
%Luat dieu khien hon hop
kdx=5.32;kdf=kdx;
kpx=14.44;kpf=kpx;
Udk1=sd(5)+kdx*dxe+kpx*xe;
Udk2=(sd(6)+kdf*dfe+kpf*fe)/ke;
Udk=[Udk1;Udk2];
M=H*inv(J)*Udk+G+V;
```

3. Hàm tính lượng đặt

```
function Sd=Setpoint(u)
% Luong dat qui dao va luc o tay
t=u(1);Xdm=0.02;Xd0=0.2;
xd=Xdm*sin(t)+Xd0;
```

```
fd=1-exp(-t);
dxd=Xdm*cos(t);
dfd=exp(-t);
ddxd=-Xdm*sin(t);
ddfd=-exp(-t);
Sd=[xd;fd;dxd;dfd;ddxd;ddfd];
```

3. Hàm tính mô hình Robot

```
function [s,X]=Robot2(M,X0,Tk)
%Mo phong robot 2 thanh noi
%=========================================
Mo1=M(1);%Mo men dieu khien khop1
Mo2=M(2);%Mo men dieu khien khop2
x11=X0(1);%Goc theta1
x12=X0(2);%Toc do Goc khop 1
x21=X0(3);%Goc theta2
x22=X0(4);%Toc do Goc khop 2
%=========================================
%Cac thong so cua Robot
m1=2.5;%Khoi luong thanh 1
m2=1.5;%Khoi luong thanh 2
mt=0.5; %Khoi luong tai
a1 =0.25;%Chieu dai thanh 1
a2 =0.15; %Chieu dai thanh 2
%=========================================
C1=cos(x11);
C2=cos(x21);
C12=cos(x11+x21);
S1=sin(x11);
S2=sin(x21);
S12=sin(x11+x21);
%Ma tran quan tinh
H11=(m1+m2)*a1^2+m2*a2^2+2*m2*a1*a2*C2;
H12=m2*a2^2+m2*a1*a2*C2;
H22=m2*a2^2;
H21=H12;
H=[H11,H12;H21,H22];
%Mo men nhot va huong tam
v(1)=-m2*a1*a2*S2*x22^2-2*m2*a1*a2*S2*x12*x22;
v(2)=m2*a1*a2*S2*x12^2;
V=[v(1);v(2)];
%Mo men trong luc
G1=(m1+m2)*9.81*a1*C1+m2*9.81*a2*C12;
G2=m2*9.81*a2*C12;
G=[G1;G2];
%Ngich dao ma tran H
```

```
Hinv=inv(H);
%Gia toc khop
dX=-Hinv*(V+G)+Hinv*[Mo1;Mo2];
%Phuong trinh trang thai
x11p=x12;
x21p=x22;
x12p=dX(1);
x22p=dX(2);
%Tinh gan dung phuong trinh vi phan
x11=x11+Tk*x11p;
x21=x21+Tk*x21p;
x12=x12+Tk*x12p;
x22=x22+Tk*x22p;
X=[x11;x12;x21;x22];
% Tinh vi tri tay robot
C1=cos(x11);
C12=cos(x11+x21);
S1=sin(x11);
S12=sin(x11+x21);
s=[a1*C1+a2*C12;a1*S1+a2*S12];
```

CHƯƠNG 8
CƠ CẤU CHẤP HÀNH VÀ CẤU TRÚC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

Cơ cấu chấp hành là "cơ bắp" của robot, hệ thống thanh nối và khớp là "bộ xương" của robot. Cơ cấu chấp hành là cơ bắp sẽ có chức năng là chuyển động (quay, tịnh tiến) các thanh nối dẫn đến thay đổi cấu hình của robot. Các dạng cơ cấu chấp hành là: Động cơ điện gồm động cơ bước, động cơ secvo, động cơ truyền động trực tiếp; cơ cấu chấp hành thủy lực; cơ cấu chấp hành khí nén. Trong chương 8 sẽ mô tả các đặc tính và nguyên lý vận hành của các cơ cấu chấp hành sử dụng trong robot. Phần cuối chương sẽ trình bày cấu trúc của hệ thống điều khiển cơ cấu chấp hành.

8.1. Các đặc tính của hệ thống cơ cấu chấp hành

8.1.1. Trọng lượng và tỷ số công suất - trọng lượng

Trọng lượng (W) và tỷ số công suất - trọng lượng (P/W) là những tham số quan trọng của hệ thống cơ cấu chấp hành. Hệ thống truyền động điện có tỷ số P/W cỡ trung bình. Động cơ bước thường trọng lượng lớn hơn động cơ secvo có cùng công suất nên có tỷ số P/W thấp hơn. Điện áp động cơ càng cao, tỷ số P/W càng cao.

Hệ thống khí nén có tỷ số P/W nhỏ nhất; trong khi đó hệ thống thủy lực có tỷ số P/W lớn nhất. Thực tế, hệ thống thủy lực gồm hai phần: Cơ cấu chấp hành thủy lực và bộ phận cung cấp năng lượng gồm bơm, bộ phận làm lạnh, van... Các thiết bị này có trọng lượng lớn, nhưng là thiết bị tĩnh và thường được đặt ở một nơi cố định không đặt ở trên cơ cấu chuyển động robot và không tính vào trọng lượng của các cơ cấu chấp hành của robot. Do đó, trọng lượng cơ cấu chấp hành của hệ thống truyền động thủy lực là nhỏ nhất tương ứng là tỷ số P/W lớn nhất.

8.1.2. Độ cứng - độ nhún

Độ cứng là phản ứng của vật liệu chống lại sự biến dạng. Độ cứng càng cao, lực làm biến dạng vật liệu càng lớn hoặc độ biến dạng của vật liệu càng nhỏ. Ngược lại, vật liệu có độ nhún lớn tức là dễ dàng bị biến dạng khi có lực tác dụng. Độ cứng được biểu thị thông qua đại lượng môđun đàn hồi. Cơ cấu thủy lực có môđun đàn hồi cao, tương ứng sẽ có độ nhún thấp. Ngược lại, cơ cấu khí nén có độ nhún cao.

Cơ cấu có độ cứng cao sẽ phản ứng nhanh với sự thay đổi của lực và sẽ đạt độ chính xác chuyển động cao. Cơ cấu có độ nhún cao sẽ dễ bị biến dạng, nên có độ chính xác thấp. Như vậy, cơ cấu thủy lực có độ chính xác vị trí cao hơn cơ cấu khí nén. Ví dụ xét một robot lắp một chip vi mạch nhiều chân vào bảng mạch in, nếu độ cứng thấp, sự lắp ráp sẽ khó khăn vì cơ cấu có thể bị biến dạng dưới tác dụng của phản lực. Ngược lại, khi lắp một chi tiết vào một lỗ với độ kín khít cao, cơ cấu có độ cứng cao sẽ khó lắp ráp và có thể gây ra hỏng chi tiết.

8.1.3. Bộ truyền giảm tốc

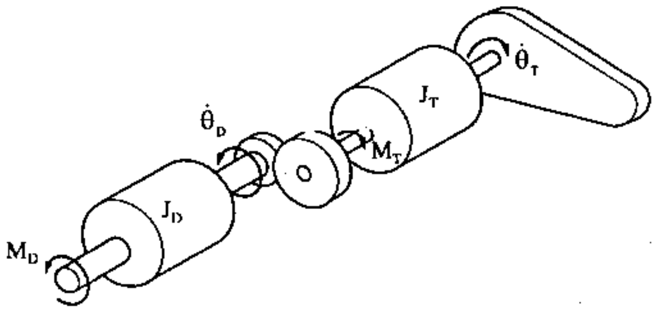
Cơ cấu thủy lực có khả năng sinh lực rất lớn với xung lực ngắn. Do đó cơ cấu thủy lực có khả năng di chuyển nhẹ nhàng, êm mà không cần sinh lực lớn. Vì lý do đó, không cần khâu giảm tốc trọng hệ thống truyền động thủy lực. Cơ cấu thủy lực thông thường được nối trực tiếp với thanh nối, làm đơn giản hệ thống, giảm trọng lượng, giá thành thấp, mômen quán tính nhỏ, giảm khe hở và tăng tính khả thi chế tạo do cơ cấu gồm ít các phần tử và không gây ồn.

Động cơ điện thường có tốc độ cao, cần hộp truyền trong hệ thống truyền động để tăng mômen khớp và giảm tốc độ chuyển động thanh nối. Vì vậy sẽ làm tăng gía thành, tăng khe hở, mômen quán tính...

Xét một sơ đồ động học của cơ cấu truyền động sử dụng động cơ điện như hình 8.1. Mômen và tỷ lệ tốc độ giữa động cơ và khớp được biểu thị bằng công thức sau:

$$M_T = iM_D$$

$$\dot{\theta}_T = \frac{\dot{\theta}_D}{i} \quad ; \quad \ddot{\theta}_T = \frac{\ddot{\theta}_D}{i} \qquad (8\text{-}1)$$



Hình 8.1. Cơ cấu truyền động của khớp robot.

Phương trình cân bằng mômen của hệ thống có dạng:

$$\begin{aligned} M_D &= J_D\ddot\theta_D + B_D\dot\theta_D + \frac{M_T}{i} = J_D\ddot\theta_D + B_D\dot\theta_D + \frac{(J_T\ddot\theta_T + B_T\dot\theta_T)}{i} \\ &= J_D\ddot\theta_D + B_D\dot\theta_D + \frac{(J_T\ddot\theta_D + B_T\dot\theta_D)}{i^2} \\ &= (J_D + \frac{J_T}{i^2})\ddot\theta_D + (B_D + \frac{B_T}{i^2})\dot\theta_D \end{aligned} \tag{8-2}$$

trong đó:

M_T, M_D - tương ứng là mômen khớp và mômen động cơ;

J_T, J_D - tương ứng là mômen quán tính khớp và mômen quán tính động cơ;

i - tỷ số truyền của hộp giảm tốc.

B_T, B_D - tương ứng là hệ số ma sát nhớt khớp và hệ số ma sát nhớt động cơ;

θ_T, θ_D - tương ứng là góc quay khớp và góc quay động cơ;

$\dot\theta_T, \dot\theta_D, \ddot\theta_T, \ddot\theta_D$ - tương ứng tốc độ góc khớp và tốc độ góc động cơ, gia tốc góc khớp và gia tốc góc động cơ.

Mômen quán tính tổng quy đổi về trục động cơ được tính từ (8-2):

$$J_\Sigma = (J_D + \frac{J_T}{i^2}) \tag{8-3}$$

Thông thường tỷ số truyền hộp giảm tốc lớn, nên mômen quán tính khớp ít ảnh hưởng đến quán tính của hệ thống. Do đó động cơ có khả năng gia tốc rất nhanh, đặc biệt ở hệ thống có tỷ số truyền lớn.

8.1.4. Tóm tắt các đặc điểm của các hệ thống cơ cấu chấp hành

Bảng 8.1. Tóm tắt các đặc điểm của các hệ thống

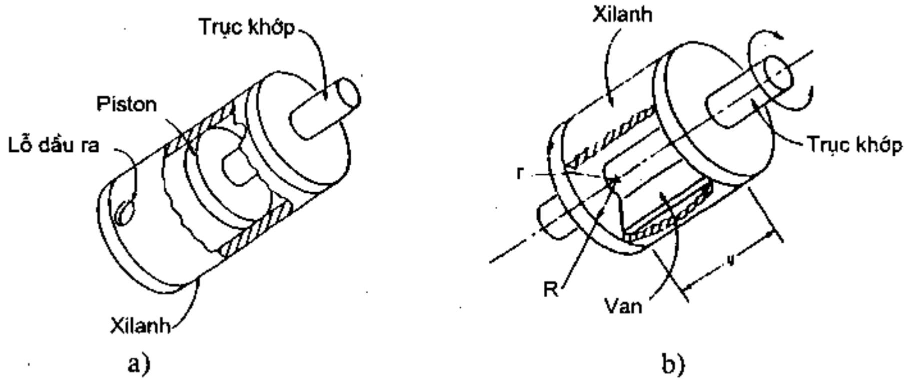
Thủy lực	Điện	Khí nén
+ Sử dụng tốt cho robot cỡ lớn và tải trọng lớn + Tỷ số P/W cao nhất. + Độ cứng cao, độ chính xác cao, phản ứng nhanh. + Không cần hộp giảm tốc. + Có thể làm việc với dải tốc độ rộng. + Không dễ bị hư hỏng. + Do có rò rỉ nên không thích hợp với phòng làm việc sạch sẽ. + Cần có thiết bị: bơm, động cơ, van. + Tiếng ồn, yêu cầu bảo dưỡng cao. + Độ nhớt dầu thay đổi theo nhiệt độ. + Mômen, áp lực, mômen quán tính của cơ cấu lớn.	+ Sử dụng cho mọi cỡ robot. + Chất lượng điều khiển tốt, độ chính xác cao. + Độ nhún cao hơn hệ thủy lực. + Ảnh hưởng của mômen quán tính tải bé do có bộ truyền. + Thích hợp làm việc trong các phòng sạch sẽ do không có rò rỉ. + Độ tin cậy cao, nhu cầu bảo dưỡng nhỏ. + Hệ thống truyền động cần hộp giảm tốc. + Động cơ cần thiết bị hãm khi không cấp điện	+ Nhiều phần tử đặt cố định. + Các phần tử có độ tin cậy cao. + Cơ cấu nhún cao. + Không rò rỉ. + Rẻ và đơn giản. + Áp suất nhỏ hơn so với cơ cấu thủy lực. + Tiếng ồn lớn. + Cần các thiết bị: máy nén, bộ lọc. + Khó điều khiển vị trí tuyến tính.. + Độ cưng rất nhỏ, phản ứng không chính xác. + Tỷ số P/W nhỏ nhất

8.2. Cơ cấu chấp hành thủy lực

8.2.1. Nguyên lý cơ bản của cơ cấu chấp hành thủy lực

Cơ cấu chấp hành thủy lực sử dụng dầu để cung cấp năng lượng cho các bộ phận robot. Cơ cấu chấp hành thủy lực có tỷ số P/W lớn, có khả năng sinh lực và mômen lớn ở tốc độ thấp đối với chuyển động tịnh tiến và quay, nên thường được sử dụng cho trong các robot cỡ lớn ở các dây chuyền sản xuất ôtô thế kỷ trước, ví dụ robot Cincinnati Milcron T3. Tuy nhiên do một số nhược điểm như đã mô tả ở bảng 8.1, hiện nay cơ cấu thủy lực ít được sử dụng trong robot.

Cơ cấu chấp hành thủy lực có hai dạng cơ bản đơn giản nhất: có cấu xilanh-piston (hình 8.2a) sử dụng cho các khớp tịnh tiến và cơ cấu van quay (hình 8.2b) truyền động cho các khớp quay.



Hình 8.2. Cơ cấu chấp hành thủy lực:
a- Cơ cấu xilanh-piston;
b- Cơ cấu van quay.

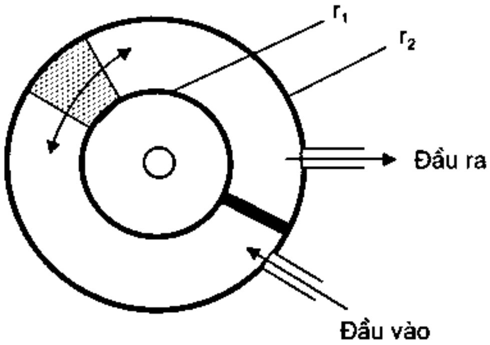
Một cơ cấu xilanh-piston có thể sinh ra lực tính theo công thức:

$$F = p.A \tag{8-4}$$

trong đó: A - diện tích tác dụng của piston;

P - áp suất làm việc của cơ cấu, thông thường p = 70 kg/cm^2.m.

Một cơ cấu van quay mô tả trên hình 8.3.



Hình 8.3. Cơ cấu van quay.

Mômen cơ cấu van quay được xác định như sau:

$$M = \int_{r_1}^{r_2} p.r.dA = \int_{r_1}^{r_2} p.r.tdr = p.t\int_{r_1}^{r_2} rdr = \frac{1}{2}p.t(r_2^2 - r_1^2) \tag{8-5}$$

trong đó: p là áp suất; t là độ dày hoặc độ rộng của xilanh; r_1, r_2 tương ứng là bán kính trong và ngoài của xilanh quay.

Lưu lượng dầu trong cơ cấu thủy lực được tính theo công thức:

$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi d^2}{4}\frac{dx}{dt} = \frac{\pi d^2}{4}\dot{x} \qquad (8\text{-}6)$$

với: $dV = \frac{\pi d^2}{4}dx$ - vi phân thể tích của xilanh;

dx là độ dịch chuyển của xilanh và $\dot{x}$ là tốc độ dịch chuyển của xilanh.

Từ (8-6) thấy rằng, có thể điều khiển dịch chuyển và tốc độ của xilanh bằng điều khiển lưu lượng dầu trong xilanh.

8.2.2. Hệ thống cơ cấu chấp hành thủy lực

Hệ thống cơ cấu chấp hành thủy lực gồm các bộ phận sau:

+ Xilanh thủy lực dịch chuyển tịnh tiến hoặc quay. Các cơ cấu này được điều khiển bằng các van secvo hoặc các van vận hành bằng tay để sinh lực, mômen làm chuyển động các khớp.

+ Một bơm thủy lực là bơm áp lực cao cung cấp chất lỏng áp lực cao cho hệ thống.

+ Động cơ điện truyền động cơ cấu bơm thủy lực.

+ Hệ thống làm mát.

+ Bình chứa lưu giữ chất lỏng cung cấp cho hệ thống và là bộ phận thu hồi chất lỏng thừa hoặc chất lỏng hồi lưu từ xilanh.

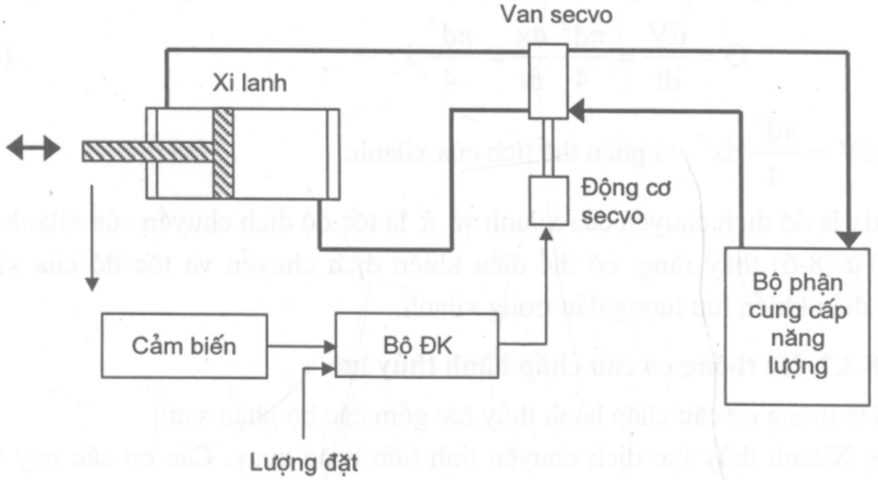
+ Van secvo điều khiển lưu lượng chất lỏng cấp cho xilanh để điều khiển tốc độ dịch chuyển của cơ cấu khớp. Thông thường van secvo được truyền động bởi động cơ secvo.

+ Các thiết bị kiểm tra an toàn.

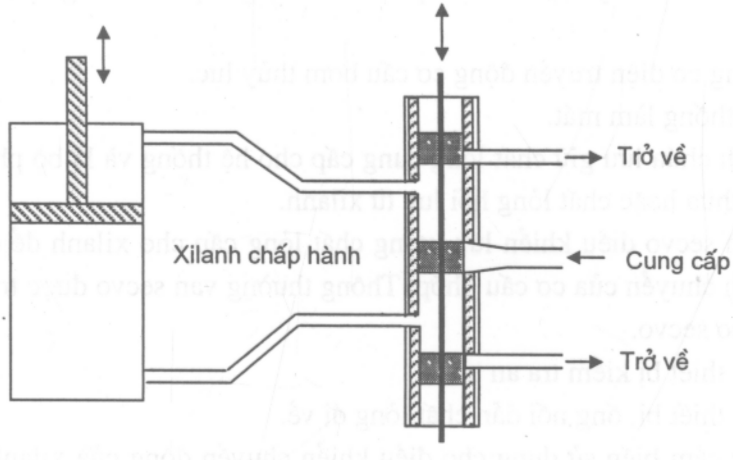
+ Các thiết bị, ống nối dẫn chất lỏng đi về.

+ Các cảm biến sử dụng cho điều khiển chuyển động của xilanh như cảm biến vị trí, tốc độ, từ...

Sơ đồ khối hệ thống cơ cấu chấp hành thủy lực điển hình được trình bày trên hình 8.4. Cơ cấu xilanh hai chiều được cấp dầu và điều khiển bằng một cơ cấu van secvo. Van secvo có cấu tạo như trên hình 8.5 được truyền động từ một động cơ secvo. Động cơ secvo được điều khiển bởi hệ thống truyền động điều khiển vị trí với tín hiệu phản hồi là vị trí của piston được đo nhờ cảm biến vị trí. Động cơ chỉ cần sinh một lực nhỏ để di chuyển piston của van secvo, từ đó điều chỉnh được lưu lượng và hướng của đường dầu cung cấp cho xilanh và điều khiển được tốc độ và hướng dịch chuyển của xilanh.



Hình 8.4. Sơ đồ khối hệ thống chấp hành thủy lực.

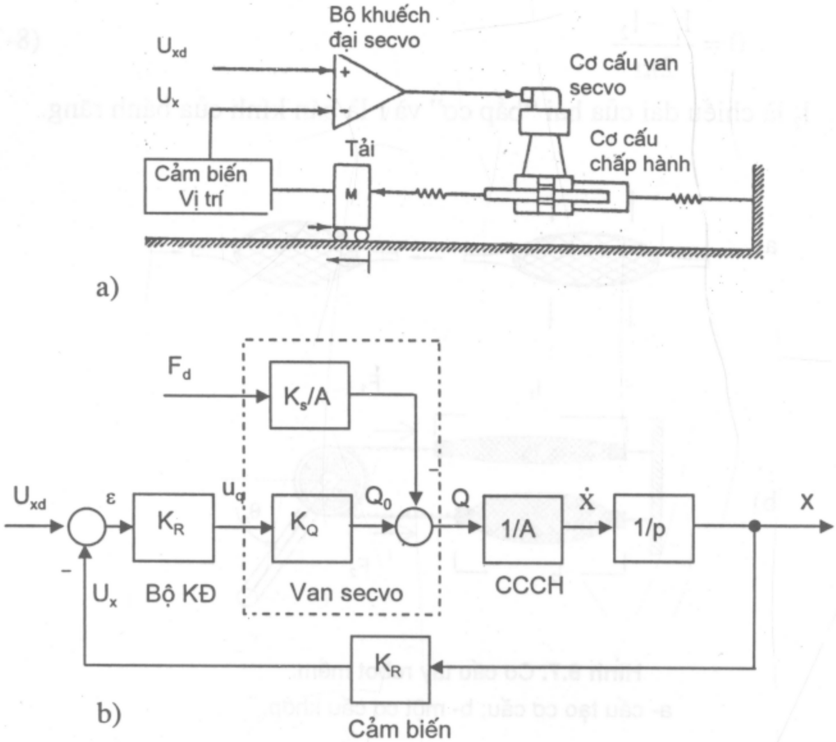


Hình 8.5. Cấu tạo cơ cấu secvo van.

Cơ cấu van secvo gồm một van 2 ngăn với hai đường dầu hồi về và một đường cung cấp dầu. Piston của van được dịch chuyển nhờ một động cơ secvo. Vị trí piston của van secvo ở sơ đồ là vị trí nghỉ là việc. Tùy theo chiều quay động cơ, piston van sẽ dịch chuyển lên hoặc xuống, dẫn đến cấp dầu cho xilanh dịch chuyển theo chiều lên, xuống tương ứng. Lưu lượng dầu cấp cho xilanh, do đó tốc độ dịch chuyển của xilanh được điều khiển bởi tốc độ quay động cơ.

Các công thức (8-5) và (8-6) biểu diễn quan hệ mômen, tốc độ của cơ cấu chấp hành với lưu lượng dầu trong xilanh. Bằng điều khiển lưu lượng có thể

điều khiển được mômen hoặc tốc độ của cơ cấu. Trên hình 8.6 là sơ đồ hệ thống điều khiển hệ thống điều khiển với tín hiệu phản hồi vị trí, trong đó sơ đồ hình 8.6 a là sơ đồ nguyên lý hệ thống và hình 8.6b là sơ đồ cấu trúc điều khiển.



Hình 8.6. Hệ thống điều khiển cơ cấu thủy lực:
a- Sơ đồ nguyên lý;
b- Sơ đồ cấu trúc.

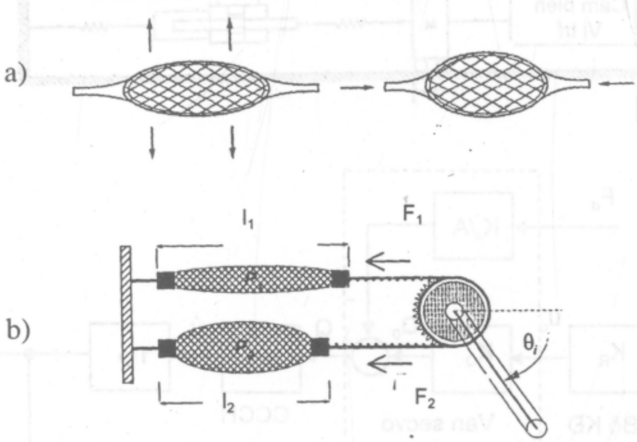
Cơ cấu chấp hành (CCCH) là xilanh sẽ biến đổi lưu lượng dầu Q cấp từ van secvo thành tốc độ dịch chuyển $\dot{x}$ của piston. Khâu van secvo được mô tả gồm hai phần: Khâu khuếch đại K_o biểu thị tỷ lệ tín hiệu điều khiển động cơ secvo (u_q) và lưu lượng đầu ra; Khâu ma sát tĩnh của cơ cấu K_s/A. Bộ điều khiển vị trí với cấu trúc tỷ lệ (P) khuếch đại sai lệch giữa tín hiệu đặt U_{xd} và tín hiệu phản hồi vị trí U_x.

Gần đây, một dạng khác của cơ cấu thủy lực được chế tạo là cơ cấu tay robot mềm. Cơ cấu có dạng như một cơ bắp người như hình 8.7a. Nó gồm một túi dạng ovan đặt bên trong một vỏ có khả năng trượt. Khi áp suất trong túi

tăng, túi sẽ phồng lên và chiều dài ngắn lại như một bắp cơ. Trên hình 8.7b là một cơ cấu khớp sử dụng 2 "bắp cơ" ở hai phía ngược nhau. Khi áp suất trong một " bắp" tăng, nó sẽ phồng lên và ngắn lại dẫn đến trục của khớp sẽ quay về phía "bắp" đó. Góc quay của khớp được tính theo:

$$\theta = \frac{l_1 - l_2}{2\pi r} \tag{8-7}$$

trong đó: l_1, l_2 là chiều dài của hai "bắp cơ" và r là bán kính của bánh răng.



Hình 8.7. Cơ cấu tay robot mềm:
a- cấu tạo cơ cấu; b- một cơ cấu khớp.

8.3. Cơ cấu chấp hành khí nén

Cơ cấu chấp hành khí nén có nguyên lý hoạt động tương tự như cơ cấu thủy lực. Nguồn năng lượng cung cấp và truyền động cho xilanh quay hoặc thẳng là dòng khí nén áp lực cao điều khiển bằng van điện. Do nguồn cung cấp khí nén đặt độc lập với cơ cấu chuyển động nên hệ số quán tính của hệ thống nhỏ, tuy nhiên các thiết bị khí nén hoạt động với áp suất thông thường là 7 – 8 at nên tỷ số P/W thấp hơn nhiều so với cơ cấu thủy lực.

Một cơ cấu khí nén gồm một van được đóng mở bằng điện cấp khí cho xilanh. Khi cuộn dây của van có điện, van mở và dòng khí áp lực cao đi vào xilanh, lực sinh ra bởi piston được xác định tương tự như (8-4):

$$F = p.A$$

Khi van đóng, piston phục hồi về vị trí ban đầu, van hồi khí nén mở.

Cơ cấu khí nén thường được sử dụng cho cơ cấu kẹp của tay của tay robot.

Cơ cấu kẹp kiểu khí nén có khả năng phản ứng tốt với các lực bên ngoài và do đó có khả năng thích ứng với các tác động không dự đoán trước được của môi trường.

Nhược điểm của hệ thống khí nén là đặc tính động không tốt so với cơ hệ thống truyền động điện và hệ thống truyền động thủy lực. Một trong những yếu tố ảnh hưởng chất lượng động là thời gian trễ τ. Thời gian trễ có quan hệ với chiều dài ống theo biểu thức sau:

$$\frac{\tau}{l} = \sqrt{\frac{\rho}{N}} \qquad (8\text{-}8)$$

trong đó: ρ - mật độ không khí (kg/cm³);

N = χ.P - môđun tải với $\chi = C_P/C_V = 1,4$;

P - áp suất tuyệt đối.

Thông thường, ở nhiệt độ bình thường: τ/l = 3 (ms/m).

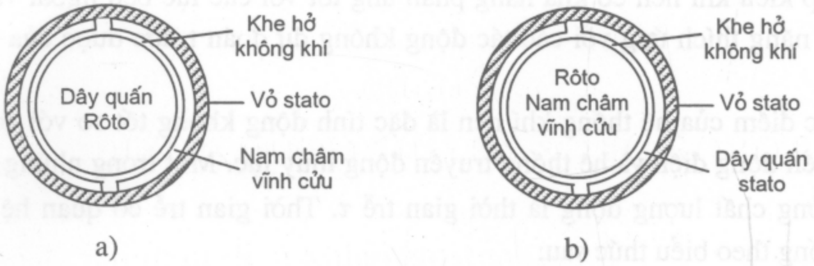
Trong khi đó cơ cấu thủy lực có τ/l = 0,7 (ms/m). Vì vậy cơ cấu thủy lực có tốc độ dịch chuyển lớn gấp 4 lần tốc độ dịch chuyển khí nén.

8.4. Động cơ điện

Các dạng động cơ điện sử dụng trong hệ thống truyền động robot là: Động cơ secvo một chiều, động cơ secvo xoay chiều, động cơ secvo một chiều không chổi than và động cơ bước.

Động cơ nam châm vĩnh cửu (Parmanent Magnet – PM) sẽ phát nhiệt ít hơn vì không có cuộn dây kích từ. Vấn đề thoát nhiệt cho động cơ được quan tâm đặc biệt khi thiết kế động cơ. Nhiệt sinh ra trong động cơ chủ yếu gây ra bởi tổn hao đồng trong dây quấn (RI^2); ngoài ra còn gây ra bởi tổn hao trong lõi thép, tổn hao ma sát, tổn hao ở chổi than. Khi thiết kế cần phải tạo ra đường thoát nhiệt sao cho nhiệt tiêu tán nhanh nhất, tránh sự phát nóng quá mức cho động cơ.

Xem xét mô hình động cơ một chiều và xoay chiều như hình 8.8. Ở động cơ, dây quấn phần ứng ở roto có dòng lớn, nên nhiệt chủ yếu gây ra ở rôto. Nhiệt sẽ phải thoát ra qua khe hở không khí, qua nam châm vĩnh cửu ở stato ra môi trường, vì vậy quá trình phát nhiệt xảy ra chậm. Trong khi đó, ở động cơ xoay chiều, dây quấn ở stato, nên sự tỏa nhiệt xảy ra nhanh hơn. Động cơ xoay chiều có thể làm việc với dòng stato cao hơn và do đó sinh công suất lớn hơn với cùng cỡ như động cơ một chiều. Sự tỏa nhiệt động cơ bước tương tự như động cơ xoay chiều.



Hình 8.8. Mô tả phần thoát nhiệt của động cơ:
a- Động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu;
b- Động cơ xoay chiều.

8.4.1. Động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu

Từ trường ở stato của động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu do nam châm vĩnh cửu có mật độ cao tạo ra. Do đó động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu có trọng lượng nhỏ và bán kính nhỏ hơn động cơ một chiều nam châm điện. Từ trường stato không đổi nên động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu dễ dàng đảo chiều chỉ bằng đảo chiều điện áp phần ứng.

Mômen động cơ tỷ lệ với dòng điện phần ứng:

$$M = K_m I \tag{8-9}$$

với K_m - hằng số mômen có giá trị không đổi phụ thuộc vào mật độ từ thông của nam châm điện.

Ở trạng thái làm việc xác lập, phương trình điện áp có dạng:

$$U = RI + K_e \omega \tag{8-10}$$

trong đó: R - điện trở phần ứng;

K_e - hệ số sức điện động;

ω - tốc độ góc động cơ.

Kết hợp (8-9) và (8-10), phương trình mômen động cơ được viết ở dạng:

$$M = \frac{K_m}{R} U - \frac{K_m K_e}{R} \omega \tag{8-11}$$

Quan hệ $M(\omega)$ là đường thẳng khi U = hằng số. Do mômen tỷ lệ với tốc độ nên có thể viết (8-11) ở dạng:

$$M(\omega) = M_n \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{max}}\right) \tag{8-12}$$

trong đó: $M_n = \dfrac{K_m}{R} U$ - mômen ngắn mạch;

$\omega_{max} = \dfrac{U}{K_e}$ - tốc độ góc lớn nhất.

Công suất động cơ ở các tốc độ khác nhau được tính theo biểu thức sau:

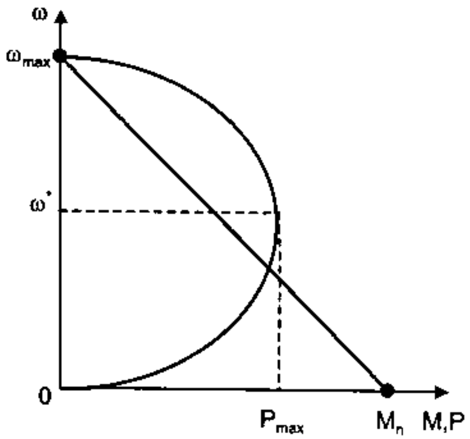
$$P(\omega) = M(\omega).\omega = M_n.\omega.\left(1 - \frac{\omega}{\omega_{max}}\right) \quad (8\text{-}13)$$

Công suất động cơ lớn nhất sẽ tương ứng ở giá trị tốc độ ω^* xác định bằng cân bằng đạo hàm công suất theo tốc độ góc với 0:

$$\frac{dP(\omega)}{d\omega} = M_n.\left(1 - \frac{\omega}{\omega_{max}}\right) - \frac{M_n}{\omega_{max}}\omega = 0$$

Suy ra: $\omega^* = \dfrac{1}{2}\omega_{max}$

Như vậy công suất động cơ đạt giá trị lớn nhất ở tốc độ bằng một nửa tốc độ lớn nhất. Hình 8.9 là đặc tính mômen và công suất của động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu.

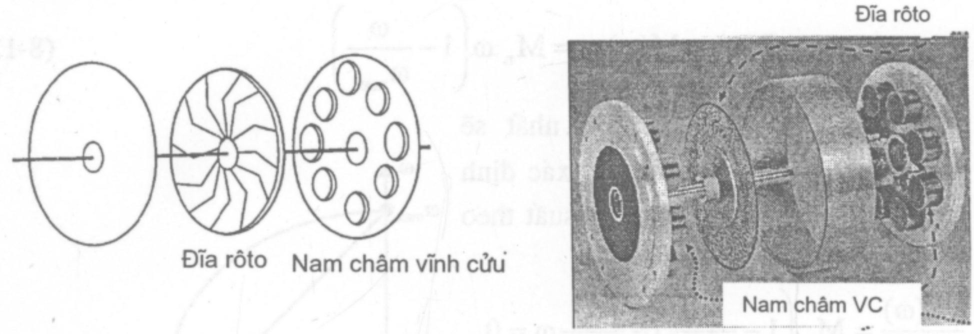


Hình 8.9. Đặc tính mômen và công suất.

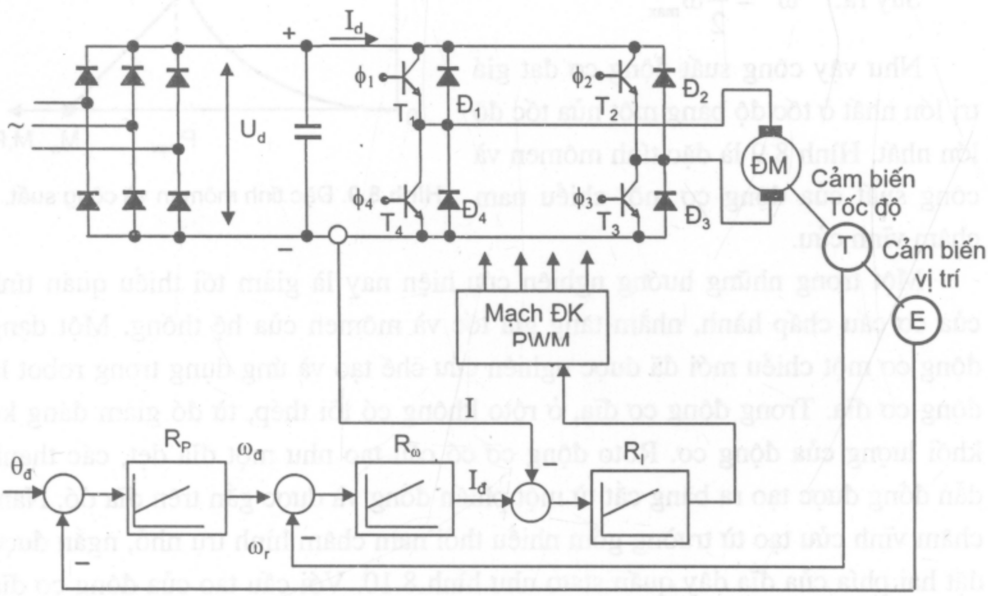
Một trong những hướng nghiên cứu hiện nay là giảm tối thiểu quán tính của cơ cấu chấp hành, nhằm tăng gia tốc và mômen của hệ thống. Một dạng động cơ một chiều mới đã được nghiên cứu chế tạo và ứng dụng trong robot là động cơ đĩa. Trong động cơ đĩa, ở rôto không có lõi thép, từ đó giảm đáng kể khối lượng của động cơ. Rôto động cơ có cấu tạo như một đĩa dẹt, các thanh dẫn đồng được tạo ra bằng cắt từ một phiến đồng và được gắn trên đĩa đó. Nam châm vĩnh cửu tạo từ trường gồm nhiều thỏi nam châm hình trụ nhỏ, ngắn được đặt hai phía của đĩa dây quấn stato như hình 8.10. Với cấu tạo của động cơ đĩa như vậy, hằng số thời gian cơ học nhỏ hơn 10 lần so với động cơ một chiều có lõi sắt thông thường, gia tốc của động cơ đĩa lớn gấp 10 lần và giá trị mômen đỉnh lớn gấp 2,5 lần so với động cơ một chiều nam châm vĩnh cửu thông thường.

Hệ thống truyền động secvo động cơ điện một chiều nam châm vĩnh cửu gồm 3 mạch vòng vị trí, tốc độ và dòng điện với bộ biến đổi thường sử dụng bộ điều chỉnh điện áp một chiều (DC/DC) có sơ đồ khối cơ bản như hình 8.11. Cấu trúc hệ thống điều khiển, nguyên lý làm việc và phương pháp tổng hợp các

mạch vòng điều khiển đã được trình bày rất chi tiết trong các tài liệu và sách *Truyền động điện tự động* ([1], [2]). Người đọc có thể đọc các tài liệu đó để biết thêm chi tiết.



Hình 8.10. Cấu tạo động cơ đĩa.



Hình 8.11. Hệ thống điều khiển động cơ điện một chiều.

8.4.2. Động cơ đồng bộ nam châm vĩnh cửu

Động cơ xoay chiều đồng bộ nam châm vĩnh cửu (ĐBNCVC) có rôto là một nam châm vĩnh cửu và dây quấn 3 pha ở stato như hình 8.12. Với cấu tạo như vậy, ở động cơ đồng bộ nam châm vĩnh cửu không có chổi than, nên gọi là động cơ xoay chiều không chổi than (brushless AC PM motor). Trong động cơ

đồng bộ nam châm vĩnh cửu thường có kèm theo các cảm biến vị trí và cảm biến tốc độ được sử dụng cho hệ thống truyền động secvo. ĐBNCVC thường được cấp và điều khiển từ một

bộ biến tần nguồn áp hoặc nguồn dòng với điều khiển tần số và điện áp theo quy luật yêu cầu.

Mômen động cơ ĐBNCVC được xác định theo biểu thức *(Krisnan)*

$$M = \frac{3p_p}{2}\left[\psi_f I_S \sin\delta + \frac{1}{2}(L_d - L_q)I_s^2 \sin 2\delta\right] \quad (8\text{-}14)$$

trong đó:

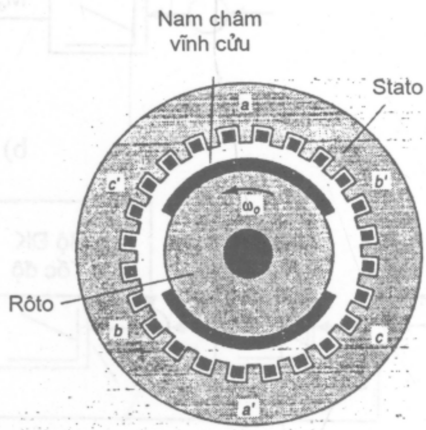
I_s, ψ_f - tương ứng là dòng điện stato và từ thông rôto trên trục;

L_m, L_d, L_q- điện cảm từ hóa, điện cảm dọc trục và điện cảm ngang trục;

δ - góc giữa vectơ dòng i_s và vectơ từ thông rôto, gọi là góc mômen.

Khi $\delta = 90^0$, mômen đạt giá trị lớn nhất:

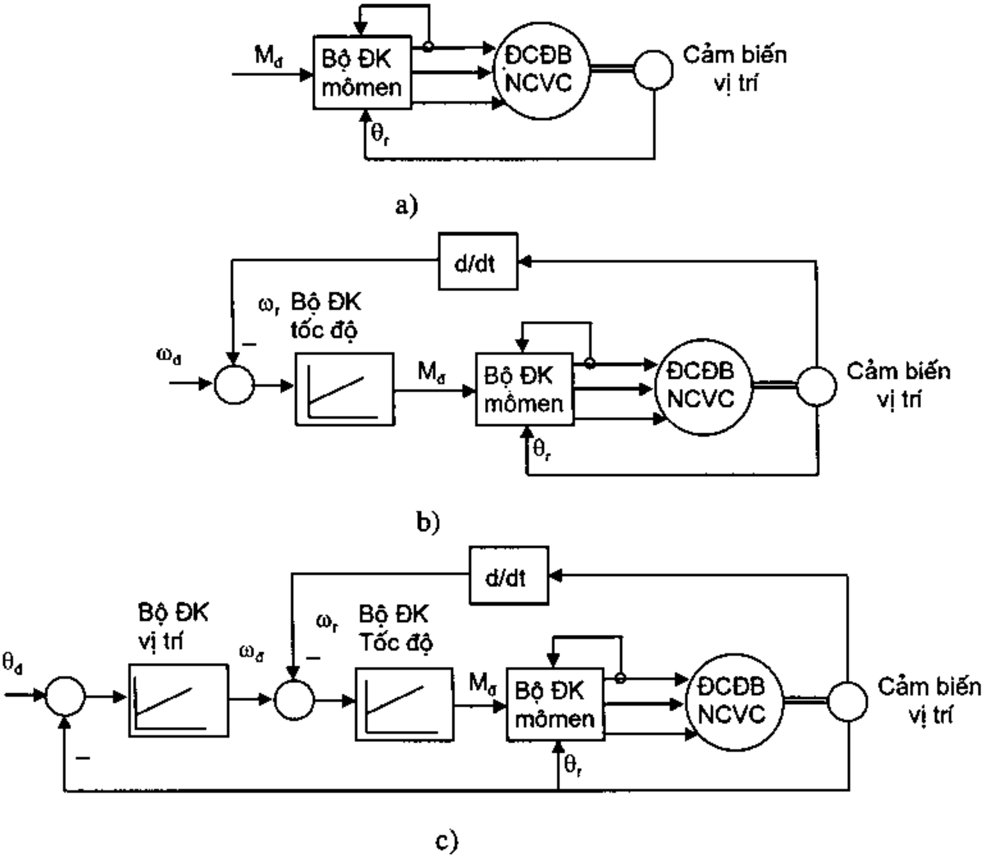
$$M = \frac{3p_p}{2}\psi_f I_S \quad (8\text{-}15)$$



Hình 8.12. Cấu tạo động cơ ĐBNCVC.

(8-15) cho thấy rằng, mômen động cơ ĐBNCVC tương tự như mômen động cơ một chiều và mômen động cơ không đồng bộ điều khiển vectơ. Mômen có thể được điều khiển bằng điều khiển biên độ dòng điện stato tương tự như điều khiển dòng phần ứng động cơ một chiều. Mômen động cơ dương khi $\delta > 0$, động cơ làm việc ở trạng thái động cơ; mômen động cơ âm khi $\delta < 0$, động cơ làm việc ở trạng thái máy phát.

Trên cơ sở nguyên lý điều khiển mômen như trên, một số sơ đồ hệ thống điều khiển động cơ ĐBNCVC được trình bày trên hình 8.13. Hệ thống điều khiển mômen (hình 8.13a) chỉ bao gồm một mạch vòng điều khiển mômen. Nguyên lý điều khiển dựa trên quan hệ trực tiếp mômen và dòng điện stato (8-15) khi từ thông roto không đổi. Sơ đồ hình 8.13b là sơ đồ điều khiển tốc độ gồm hai mạch vòng điều chỉnh tốc độ với cấu trúc bộ điều khiển PI và điều chỉnh mômen. Tín hiệu phản hồi tốc độ nhận được từ cảm biến vị trí qua một khâu đạo hàm. Hệ thống điều khiển secvo vị trí như ở hình 8.13c, trong đó có 3 mạch vòng vị trí, tốc độ, mômen.



Hình 8.10. Một số hệ thống điều khiển động cơ ĐBNCVC:
a- Hệ thống điều chỉnh mômen;
b- Hệ thống điều chỉnh tốc độ;
c- Hệ thống điều chỉnh vị trí.

8.4.3. Động cơ một chiều không chổi than

Động cơ một chiều không chổi than (MCKCT) (Brushless DC Motor) có cấu tạo tương tự như động cơ ĐBNCVC. Rôto động cơ là nam châm vĩnh cửu. Dây quấn stato gồm 3 dây quấn tương tự như dây quấn động cơ không đồng bộ và đông cơ ĐBNCVC, chỉ khác dây quấn mỗi pha bố trí tập trung trên bề mặt stato với độ rộng 2×60^0 như hình 8.11a. Dây quấn sato có thể được nối theo hình sao hoặc tam giác.

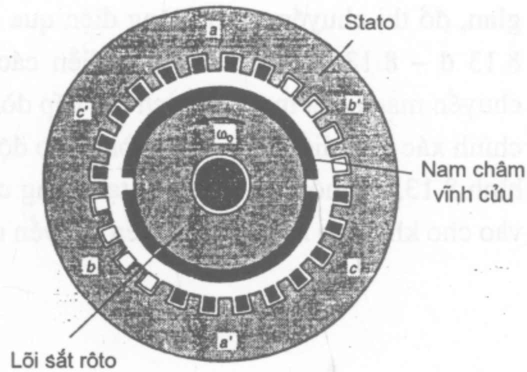
Dây quấn stato được cấp điện từ một bộ chuyển mạch điện tử có cấu tạo tương tự như mạch nghịch lưu của bộ biến tần như sơ đồ hình 8.12. Sức điện động cảm ứng trên dây quấn stato e_s bởi sự quét của từ trường nam châm vĩnh

cửu rôto có dạng hình thang với độ rộng 120^0 điện (hình 8.13a-c) có biên độ tính theo công thức sau:

$$E_s = K_E\omega_s \quad (8\text{-}16)$$

với K_E - hằng số tỷ lệ với biên độ từ thông rôto;

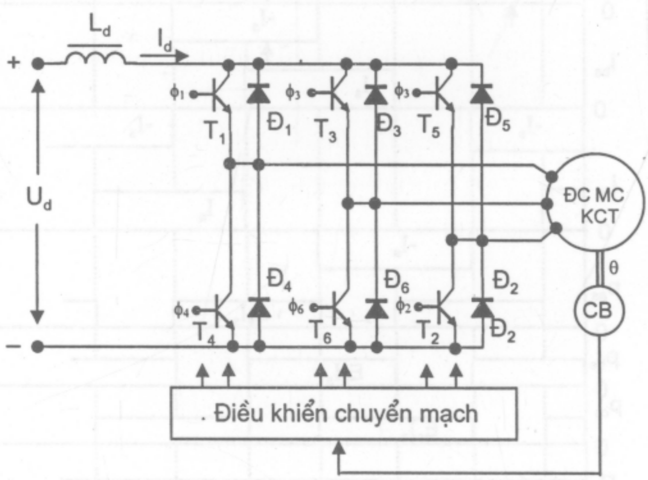
ω_s - tốc độ quay của rôto.



Hình 8.11. Cấu tạo động cơ MCKCT.

Nếu dòng điện stato có biên độ không đổi và cung cấp cho các dây quấn stato ứng với khoảng sức điện động đạt giá trị không đổi như hình 8.13d, công suất tức thời của pha tương ứng là: $P_a = e_{sa}.\ I_a$ có dạng như hình 8.13g. Công suất động cơ là tổng của công suất 3 pha sẽ không đổi theo thời gian (hình 8.13k) và mômen động cơ được tính theo biểu thức sau:

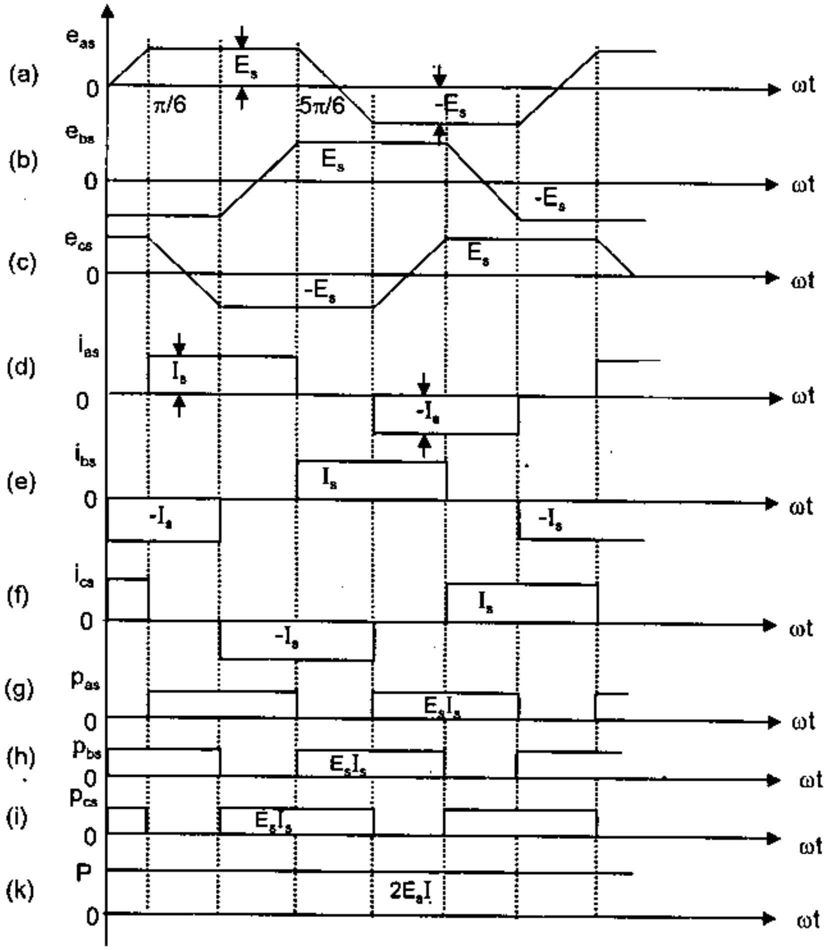
$$M = \frac{p_a + p_b + p_c}{\omega_s} = \frac{2.p_a}{\omega_s} = \frac{2.K_E.\omega_s.I_s}{\omega_s} = 2.K_E.I_s \quad (8\text{-}17)$$



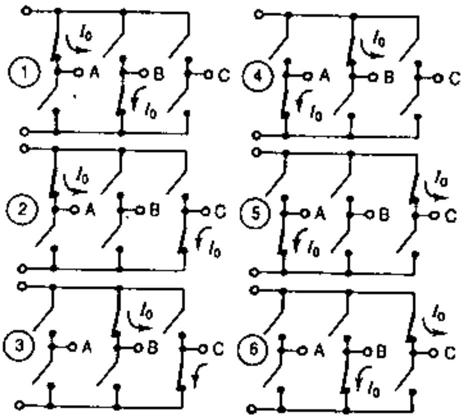
Hình 8.12. Sơ đồ bộ chuyển mạch điện tử.

Từ (8-17), mômen động cơ có thể điều khiển bằng điều khiển biên độ dòng stato I_s tương tự như điều khiển mômen động cơ điện một chiều tỷ lệ dòng điện phần ứng khi từ thông không đổi.

Để đảm bảo công suất động cơ và mômen động cơ không đổi theo thời gian, đồ thị chuyển mạch dòng điện qua dây quấn các pha động cơ như đồ thị 8.13 d – 8.13f. Hình 8.14 biểu diễn các sơ đồ tương ứng với các trạng thái chuyển mạch của mạch nghịch lưu cấp dòng cho động cơ MCKCT. Để đảm bảo chính xác thời điểm cung cấp dòng cho động cơ các pha của động cơ theo đồ thị hình 8.13, hệ thống điều khiển tạo xung cần một cảm biến đo vị trí tạo tín hiệu vào cho khối tạo xung điều khiển chuyển mạch như hình 8.12



Hình 8.13. Đồ thị các đại lượng của động cơ MCKCT.

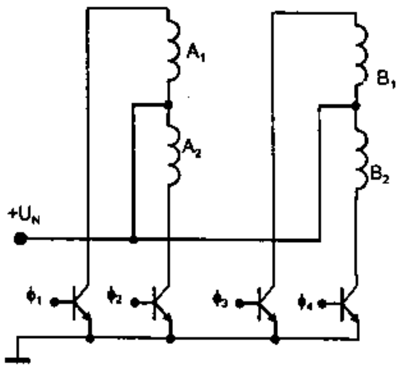


Hình 8.14. Các trạng thái chuyển mạch của mạch nghịch lưu.

8.4.4. Động cơ bước

a. Cấu tạo và nguyên lý làm việc: Động cơ bước là loại động cơ vận hành và điều khiển đơn giản, được sử dụng cho những hệ thống đơn giản, không yêu cầu tín hiệu phản hồi vị trí. Rôto động cơ bước là nam châm vĩnh cửu. Stato động cơ là các cuộn dây, thông thường có bốn nửa cuộn dây đ ı thành hai cuộn dây. Sơ đồ nối các cuộn dây stato điển hình như hình 8.15. Hai cuộn dây A và B chia làm hai nửa cuộn tương ứng là A_1, A_2 và B_1, B_2. Các nửa cuộn dây nối ngược nhau, do đó sẽ tạo ra từ trường ngược nhau khi nửa cuộn tương ứng được cấp nguồn.

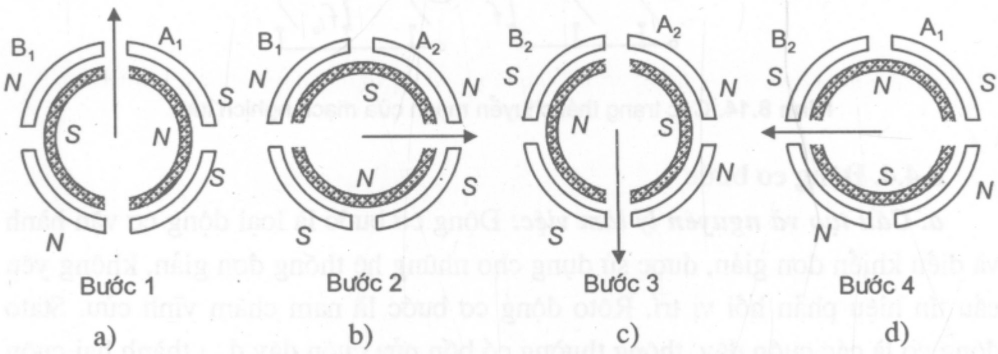
Động cơ bước hoạt động trên nguyên tắc: Khi có một xung cung cấp cho cuộn dây stato, roto sẽ quay một bước, độ lớn của góc trên một bước phụ thuộc vào số nam châm ở rôto. Các động cơ bước được chế tạo với số bước ứng với một vòng quay là 12; 24; 72; 144; 180; 200. Tương ứng góc quay một bước là: 30^0; 15^0; 5^0; $2{,}5^0$; 2^0; $1{,}8^0$. Phổ biến là các động cơ $1{,}8^0$/bước; đặc biệt có động cơ có số bước là 10 000 bước/vòng.



Hình 8.15. Sơ đồ nối dây động cơ bước.

Xét nguyên lý làm việc cơ bản của động cơ bước có hai cuộn dây stato và

một nam châm ở rôto như hình 8.16. Giả thiết cuộn B_1 và A_1 được cấp điện (có xung ϕ_1 và ϕ_3), động cơ ở trạng thái ban đầu, rôto sẽ nằm ở vị trí khi cực tính từ trường stato và rôto ngược nhau (hình 8.16a) và giữ nguyên trạng thái cân bằng khi không có sự thay đổi trạng thái cấp điện ở cuộn dây stato. Tiếp theo, cuộn A_1 bị mất nguồn, cuộn A_2 được cấp nguồn (không có xung ϕ_1 và có xung ϕ_2). Từ trường do cuộn dây A tạo ra ngược lại, rôto quay một góc 90^0 đến vị trí mới (hình 8.16b). Tương tự, khi một cuộn dây bị cắt nguồn và một cuộn khác được cấp nguồn, rôto tiếp tục quay như minh họa trên hình (8.16c, d). Nếu trình tự cấp xung vào các cuộn dây đảo lại, động cơ sẽ quay theo chiều ngược lại.



Hình 8.16. Nguyên lý làm việc cơ bản của động cơ bước.

Động cơ bước có thể làm việc ở hai chế độ: quay đủ bước (full step) và quay bước một nửa (half step) tùy theo phương pháp điều khiển cấp điện các cuộn dây stato. Động cơ làm việc ở chế độ bước đủ khi ở mỗi trạng thái làm việc của động cơ, luôn có hai cuộn dây stato được cấp nguồn như minh họa ở bảng 8.2. Khi đó động cơ sẽ quay một góc 90^0 ứng với một bước như hình 8.16.

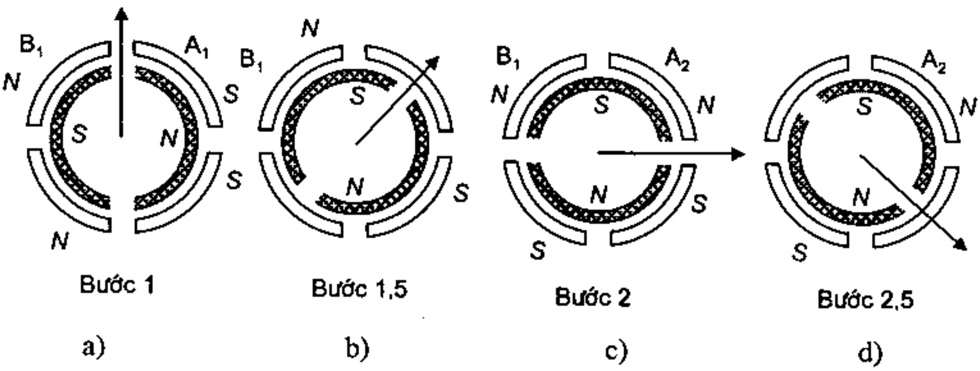
Bảng 8.2. Điều khiển ở chế độ quay bước đủ

Chiều quay	Bước	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
Thuận	1	Có	Không	Có	Không
	2	Không	Có	Có	Không
	3	Không	Có	Không	Có
	4	Có	Không	Không	Có
Ngược	1	Có	Không	Có	Không
	2	Có	Không	Không	Có
	3	Không	Có	Không	Có
	4	Không	Có	Có	Không

Động cơ làm việc ở chế độ quay bước một nửa khi ở trạng thái làm việc trung gian của động cơ (bước một nửa) chỉ có một cuộn dây stato được cấp nguồn như minh họa ở bảng 8.3. Khi đó động cơ sẽ quay một góc 45^0 ứng với một bước. Hình 8.17 minh họa các trạng thái làm việc của động cơ từ bước 1 đến bước 2,5

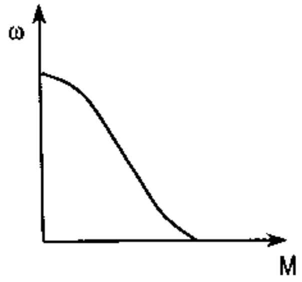
Bảng 8.3. Điều khiển ở chế độ quay bước một nửa

Chiều quay	Bước	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
	1	Có	Không	Có	Không
	1,5	Không	Không	Có	Không
	2	Không	Có	Có	Không
Thuận	2,5	Không	Có	Không	Không
	3	Không	Có	Không	Có
	3,5	Không	Không	Không	Có
	4	Có	Không	Không	Có
	4,5	Có	Không	Không	Không
	1	Có	Không	Có	Không
	1,5	Có	Không	Không	Không
	2	Có	Không	Không	Có
	2,5	Không	Không	Không	Có
Ngược	3	Không	Có	Không	Có
	3,5	Không	Có	Không	Không
	4	Không	Có	Có	Không
	4,5	Không	Không	Có	Không



Hình 8.17. Các trạng thái làm việc của động cơ ở chế độ quay nửa bước.

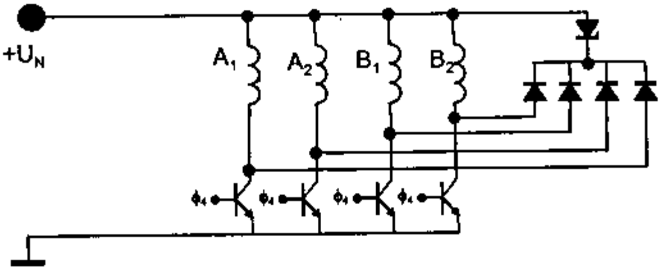
b. Đặc tính của động cơ bước: Đặc tính tốc độ – mômen động cơ bước được biểu diễn trên hình 8.18. Động cơ sinh mômen lớn nhất khi tốc độ động cơ bằng không (rôto ở trạng thái đứng yên). Khi tốc độ tăng, mômen sẽ giảm. Đây là một đặc điểm quan trọng cần quan tâm đặc biệt khi thiết kế hệ thống. Hệ thống điều khiển động cơ bước không yêu cầu mạch phản hồi. Tuy nhiên, trong một số trường hợp có thể xảy ra tượng mất bước, nếu không dùng phản hồi vị trí sẽ gây sai số điều khiển.



Hình 8.18. Đặc tính tốc độ - mômen.

Động cơ mất bước khi mômen tải quá lớn hoặc động cơ quay tốc độ quá lớn. Tương ứng với một xung điều khiển một góc bước, động cơ phải trải qua 3 giai đoạn: gia tốc, ổn định, giảm tốc. Nếu tần số xung quá lớn, do quán tính động cơ lớn, động cơ sẽ không có đủ thời gian để thực hiện một góc bước. Điều đó đồng nghĩa với hiện tượng mất bước. Vì nguyên nhân này, tốc độ động cơ sẽ bị hạn chế.

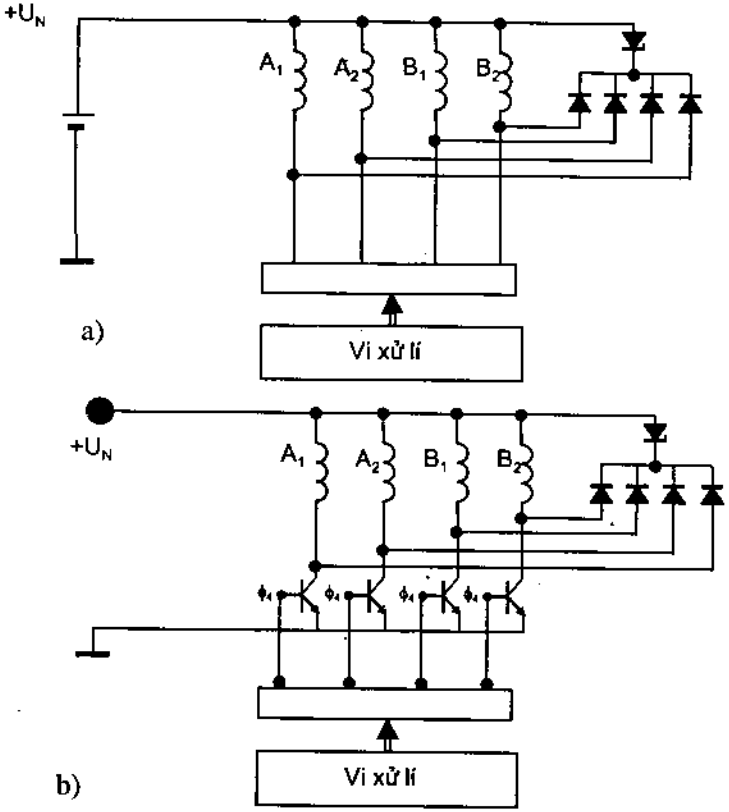
Một nguyên nhân của hiện tượng mất bước là sự suy giảm chậm của từ trường cuộn dây stato khi mất nguồn. Từ thông suy giảm chậm do sức điện động tự cảm sinh ra trong cuộn dây khi bị cắt nguồn. Để giảm quán tính mạch với các cuộn dây để tạo mạch giải phóng năng lượng cho các cuộn dây như hình 8.19.



Hình 8.19. Sơ đồ nối dây động cơ bước có mạch triệt từ dư.

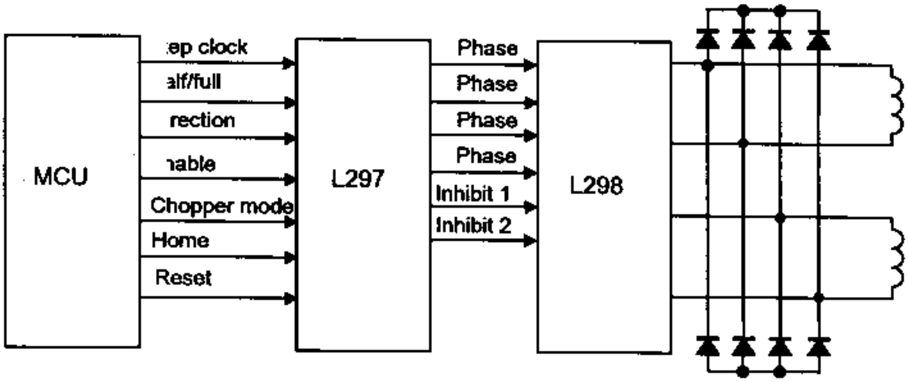
c. Điều khiển động cơ bước: Động cơ bước có thể điều khiển bằng vi xử lý ghép trực tiếp hoặc ghép qua một mạch khuếch đại tùy theo công suất của động cơ bước. Sơ đồ điều khiển ghép trực tiếp không có mạch khuếch đại (hình 8.19a) sử dụng khi vi xử lý có khả năng chịu dòng lớn. Khi vi xử lý có dòng đầu

ra nhỏ, động cơ bước được nối với vi xử lý thông qua các mạch khuếch đại dùng tranzito như hình 8.20b.

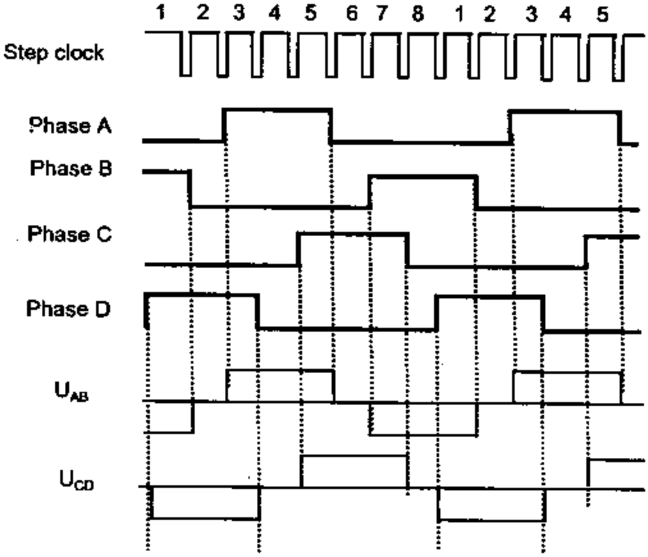


Hình 8.20. Sơ đồ mạch điều khiển động cơ bước.

Một dạng sơ đồ khác sử dụng vi mạch tích hợp chuyên dụng điều khiển động cơ bước. Hai tín hiệu đầu vào vi mạch chuyên dụng là đầu ra vi xử lý là dãy tín hiệu xung điều khiển với tần số xác định và tín hiệu quy định chiều quay. Nếu vi mạch có dòng đầu ra lớn, có thể ghép nối trực tiếp với các cuộn dây stato động cơ. Ví dụ, hãng Allegro Microsystems Inc. có các vi mạch SLA7024M, SLA7026M, SLA7029M, SLA7042M và SLA7044M với dòng định mức từ 1 – 3 A. Nếu vi mạch có dòng đầu ra nhỏ, cần sử dụng các tranzito công suất ghép nối với các cuộn dây động cơ bước. Hãng Motorola có vi mạch tích hợp công suất nhỏ MC3479 và SGS-L297 ghép nối với mạch khuếch đại tranzito SGS-L298. Hình 8.21 là một sơ đồ điều khiển động cơ bước sử dụng các vi mạch của Motorola.

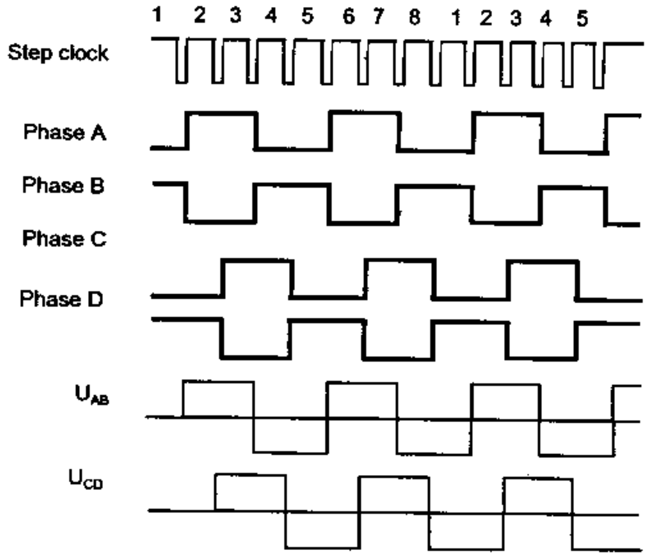


Hình 8.21. Sơ đồ mạch điều khiển động cơ bước sử dụng vi mạch Motorola.



Hình 8.22. Dạng xung ở chế độ điều khiển nửa bước.

Khi tín hiệu Half/Full có mức cao (Half = '1'), hệ thống điều khiển phát xung điều khiển động cơ ở chế độ nửa bước. Tín hiệu vào và ra các vi mạch L297 và L298 có dạng như hình 8.22. Khi tín hiệu Half/Full có mức thấp (Half = '0'), hệ thống điều khiển phát xung điều khiển động cơ ở chế độ bước đủ. Tín hiệu vào và ra các vi mạch L297 và L298 có dạng như hình 8.23.



Hình 8.23. Dạng xung ở chế độ điều khiển bước đủ.

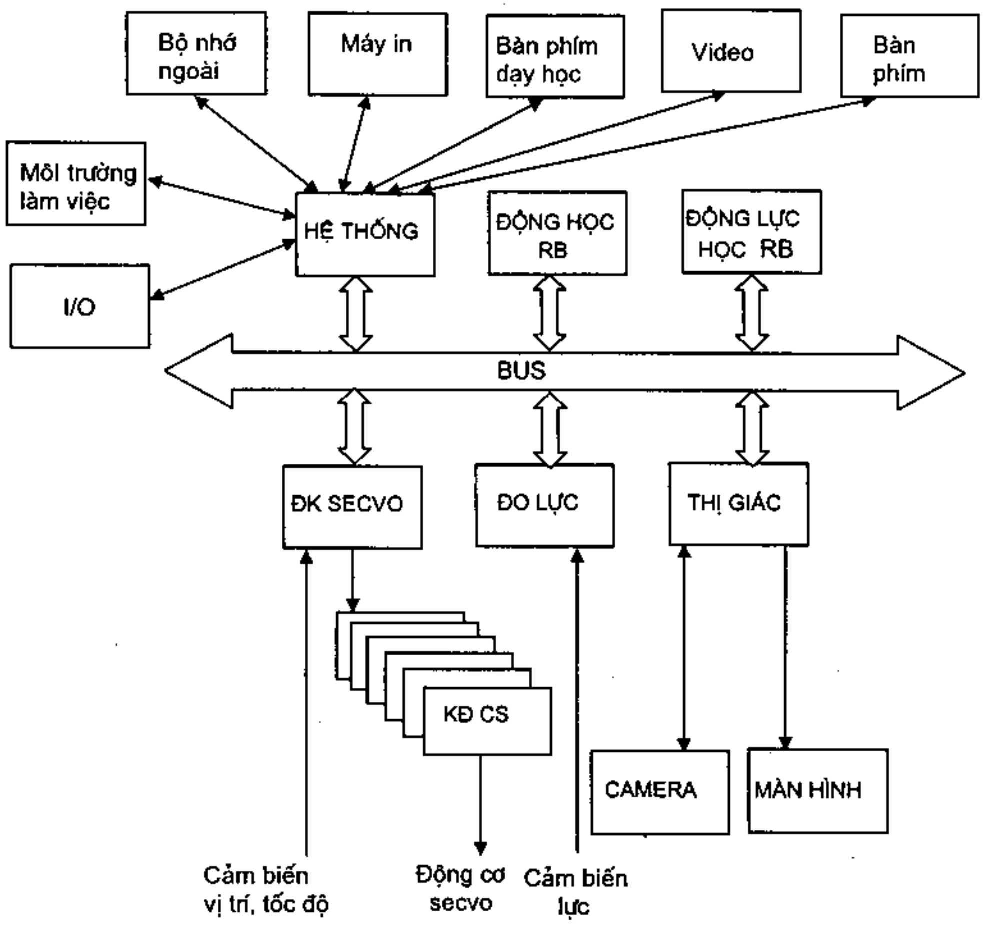
8.5. Cấu hình phần cứng hệ thống điều khiển

8.5.1. Cấu hình hệ thống điều khiển chung robot

Sơ đồ cấu hình phần cứng thông dụng của một robot công nghiệp được mô tả trên hình 8.22. Sơ đồ gồm một phần cứng hệ thống (system board) và phần cứng hệ thống điều khiển secvo - cơ cấu chấp hành ghép nối thông qua một đường truyền (Bus). Phần cứng hệ thống có cấu trúc dạng CPU gồm: một vi xử lý với một bộ đồng xử lý toán học; bộ nhớ EPROM; bộ nhớ RAM; bộ nhớ RAM dùng chung với các hệ thống khác; các cổng nối tiếp và song song ghép nối Bus với thiết bị ngoại vi như máy in, bàn phím...; bộ đếm, bộ ghi dịch, bộ thời gian; hệ thống ngắt.

Khâu HỆ THỐNG (System Board) thực hiện các chức năng sau: Giao tiếp với người vận hành thông qua bàn phím, bàn phím dạy học, máy in và video; ghép nối với bộ nhớ ngoài (đĩa cứng) để lưu trữ dữ liệu và chương trình thông qua mạng truyền thông cục bộ; ghép nối vào/ra với các thiết bị ngoại vi trong môi trường làm việc của robot như băng tải, các cảm biến...; máy lập chương trình và các đường BUS. Hệ thống có thể truyền thông với các vi xử lý của hệ thống khác để thực hiện chức năng tính toán phụ khác. Khâu ĐỘNG HỌC RB

thực hiện tính toán các dữ liệu chuyển động ban đầu; tính toán động học vị trí thuận, ngược và ma trận Jacobien... Khâu ĐỘNG LỰC HỌC RB thực hiện tính động lực học ngược. Khâu ĐK SECVO có chức năng tính toán nội suy lượng đặt; tính toán các luật điều khiển; biến đổi số - tương tự và ghép nối với các khâu KĐCS của các hệ truyền động các khớp; đọc và lưu trữ các số liệu từ cảm biến vị trí và tốc độ; ngắt các chuyển động khi có sự cố. Khâu ĐO LỰC thực hiện chức năng thu nhận số liệu từ cảm biến lực và tính toán lực ở khung toạ độ đã cho. Khâu THỊ GIÁC tính toán và xử lý dữ liệu từ các camera, tách các đặc trưng hình học từ các hình ảnh thu nhận được và đặt đối tượng ở các khung toạ độ đã cho.

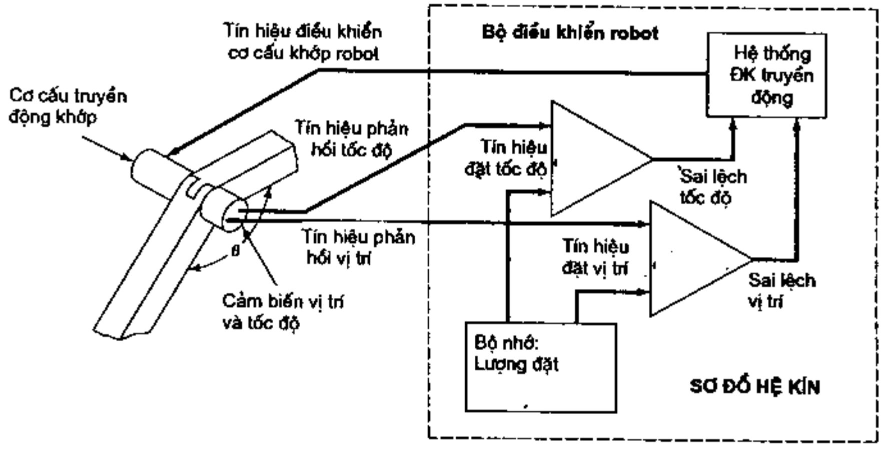


Hình 8.24. Sơ đồ cấu hình phần cứng hệ thống điều khiển robot công nghiệp.

Các khâu được nối chung với BUS chung của hệ thống, nhưng tần số mẫu của các khâu trong hệ thống không như nhau. Thông thường, các khâu nối với các cảm biến có tần số lấy mẫu cao nhất (100 - 1000 Hz) để đảm bảo chất lượng động chuyển động của tay robot cao nhất. Khâu ĐỘNG HỌC RB và ĐỘNG LỰC HỌC RB không yêu cầu cập nhật dữ liệu nhanh như các khâu ĐK SECVO. Trong thực tế, cấu hình robot cũng không thể thay đổi trong thời gian quá ngắn do quán tính của hệ thống. Thông thường tần số mẫu của các khâu đó là 10-100 Hz. Tương tự khâu THỊ GIÁC có tần số mẫu thấp nằm trong khoảng 1-10 Hz.

8.5.2. Cấu hình hệ thống điều khiển secvo khớp

Hệ thống điều khiển sevo khớp là hệ thống điều khiển vị trí vòng kín có sơ đồ như hình 8.23. Hệ thống điều khiển secvo nhận tín hiệu đặt là vị trí và tốc độ đặt từ vi xử lý và các tín hiệu phản hồi vị trí và tốc độ khớp từ các cảm biến gắn trên trục khớp hoặc trục động cơ; thực hiện tính toán tín hiệu điều khiển từ các sai lệch vị trí và tốc độ với các luật điều khiển thiết kế trước và điều khiển cơ cấu chấp hành thông qua bộ khuếch đại công suất.



Hình 8.25. Sơ đồ cấu hình hệ thống điều khiển secvo khớp.

CHƯƠNG 9
CẢM BIẾN TRONG ROBOT

Cảm biến trong robot có thể chia làm hai loại: cảm biến trạng thái bên trong và cảm biến trạng thái bên ngoài. Cảm biến trạng thái bên trong có chức năng đo lường các biến, thạm số như vị trí khớp, tốc độ khớp được sử dụng cho các mạch vòng điều khiển trong hệ thống điều khiển robot. Cảm biến trạng thái bên ngoài sẽ đo lường các biến khoảng cách, mức, tiếp xúc. Cảm biến trạng thái ngoài có thể phân làm hai loại: tiếp xúc và không tiếp xúc. Cảm biến tiếp xúc sẽ phản ứng với sự tiếp xúc vật lý như lực, độ trượt, mômen. Cảm biến không tiếp xúc sẽ phản ứng với các tia điện từ như các cảm biến khoảng cách, mức...

Sử dụng cảm biến bên ngoài cho phép robot tiếp xúc với môi trường một cách mềm dẻo và thông minh hơn. Điều này sẽ khác với các hoạt động lập trình trước, các rôbot được "dạy" làm theo các thao tác lặp đi lặp lại, thông qua các chức năng được lập trình trước. Với các cảm biến bên ngoài, các robot có thể "nhìn" và " cảm giác" để thực hiện các nhiệm vụ phức tạp trong khi cần ít hơn các cơ cấu điều khiển hơn các robot lập trình sẵn. Đồng thời các robot cũng có khả năng thích nghi với các dạng công việc khác nhau, đạt được độ vạn năng cao hơn. Do đó sẽ góp phần giảm giá thành sản phẩm và bảo dưỡng.

Trong chương 9 sẽ trình bày đặc tính các cảm biến trong robot và lần lượt mô tả cấu tạo, đặc tính của các cảm biến bên trong và bên ngoài sử dụng trong robot.

9.1. Các đặc tính của cảm biến

a. Dạng tín hiệu đầu ra (số hay tương tự): Tín hiệu ra của cảm biến có thể có dạng tương tự hoặc số tùy theo ứng dụng của cảm biến trong robot. Các tín hiệu đó có thể được sử dụng trực tiếp hoặc được biến đổi. Ví dụ, đầu ra của chiết áp là tín hiệu tương tự, tín hiệu ra của encoder là số. Encoder có thể nối trực tiếp với vi xử lý, tín hiệu ra của chiết áp phải được biến đổi nhờ biến đổi tương tự – số (A/D).

b. Độ phân dải: Độ phân dải là giá trị bước nhỏ nhất trong phạm vi đo của cảm biến. Đối với chiết áp, độ phân dải tỷ lệ giá trị điện trở của một vòng

dây quấn. Với cảm biến số n bit, độ phân dải được tính theo biểu thức sau:

$$\text{Độ phân dải} = \frac{R_m}{2^n} \qquad (9\text{-}1)$$

trong đó: R_m - giới hạn phạm vi đo.

Ví dụ: encoder tuyệt đối 4 bít có độ phân dải là: $306/2^4 = 22,5^o$.

c. Độ nhạy: Độ nhạy là tỷ số độ thay đổi đầu ra với độ thay đổi tín hiệu vào. Cảm biến có độ nhạy cao sẽ có tín hiệu ra thay đổi lớn khi có sự thay đổi tín hiệu vào kể cả nhiễu.

d. Độ tuyến tính: Độ tuyến tính biểu thị quan hệ giữa mức độ thay đổi đầu vào và mức độ thay đổi đầu ra. Cảm biến có đặc tính đầu ra tuyến tính sẽ có mức độ thay đổi tín hiệu ra bằng mức độ thay đổi tín hiệu vào. Hầu hết các cảm biến có đặc tính đầu ra phi tuyến. Một số cảm biến có đặc tính tuyến tính trong một phạm vi nhất định. Nếu đầu ra là phi tuyến, nhưng biết được độ phi tuyến, có thể bù được bằng một mô hình chính xác, các phương trình bổ sung hoặc bằng một sơ đồ mạch điện tử.

e. Giới hạn đo: Giới hạn đo là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất hoặc là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong phạm vi làm việc chính xác.

f. Thời gian đáp ứng: Thời gian đáp ứng là thời gian cần thiết để đầu ra đạt tới tỷ lệ phần trăm của đầu ra lớn nhất, thông thường là thời gian để đầu ra tăng đến 95 % giá trị đầu ra tổng. Thời gian đáp ứng cũng có thể định nghĩa là thời gian cần thiết để quan sát được sự thay đổi đầu ra khi đầu vào thay đổi. Ví dụ thời gian đáp ứng của nhiệt kế thủy ngân dài, thời gian đáp ứng của nhiệt kế số đo nhiệt độ dựa trên nhiệt bức xạ có giá trị nhỏ.

g. Đáp ứng tần số: Đáp ứng tần số là phạm vi tần số xảy ra cộng hưởng mạnh trong hệ thống đối với tín hiệu vào. Phạm vi đáp ứng tần số càng lớn, khả năng phản ứng của hệ thống với tín hiệu vào càng tốt hơn. Tương tự, cần phải xác định đáp ứng tần số của cảm biến và kiểm tra liệu đáp ứng của cảm biến có đủ nhanh ở mọi điều kiện làm việc không.

h. Độ tin cậy: Độ tin cậy là tỷ số tổng thời gian làm việc tốt của hệ cảm biến độ tin cậy cao trong khi cũng cần phải quan tâm đến giá cả và các yêu cầu cao.

i. Độ chính xác: Độ chính xác đánh giá mức độ đạt tới giá trị cần đo của cảm biến. Độ chính xác thông thường được xác định bởi giá trị sai lệch giữa giá

trị cần đo và giá trị thực tế đo được. Sai lệch càng lớn có nghĩa là độ chính xác càng kém.

k. Độ lặp lại: Đầu ra cảm biến ở một số lần đo có thể có giá trị khác nhau. Độ lặp lại cho biết phạm vi thay đổi của giá trị đo được trong một số lần đo hữu hạn. Nói chung, độ lặp lại có nghĩa quan trọng hơn độ chính xác, vì đa số trường hợp, sai số là đối xứng, có thể hiệu chỉnh hoặc bù được do có thể phán đoán hoặc đo được. Độ lặp lại hoàn toàn là giá trị ngẫu nhiên không dễ bù được.

l. Trọng lượng: Trọng lượng cảm biến sẽ ảnh hưởng đến trọng lượng chung của các bộ phận chuyển động nên ảnh hưởng đến quán tính chung của cả hệ thống robot. Từ đó làm giảm chất lượng động của robot.

m. Kích thước: Các khớp robot là các bộ phận chuyển động, nên kích thước cảm biến lắp đặt trên khớp sẽ phải phù hợp với không gian lắp đặt của khớp.

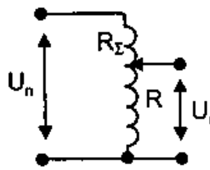
n. Giá thành: Giá thành là một yếu tố quan trọng và được xem xét cùng với các chỉ tiêu khác khi thiết kế hệ thống robot như độ tin cậy, độ chính xác...

9.2. Cảm biến vị trí

Cảm biến vị trí được sử dụng để đo vị trí của các bộ phận chuyển động bao gồm chuyển động quay và tịnh tiến. Cảm biến vị trí có nhiều loại: dạng tương tự, số; dạng chiết áp, encoder, resolver... Cảm biến vị trí cũng có thể sử dụng để tính toán tốc độ của cơ cấu chuyển động, ví dụ như sử dụng encoder.

9.2.1. Chiết áp

Chiết áp biến đổi tín hiệu vị trí thành giá trị điện trở đầu ra. Sơ đồ nối dây của chiết áp như hình 9.1. Điện áp đầu ra tỷ lệ với điện trở ứng với vị trí con trượt, do đó tỷ lệ với vị trí của con trượt:



Hình 9.1. Chiết áp đo vị trí.

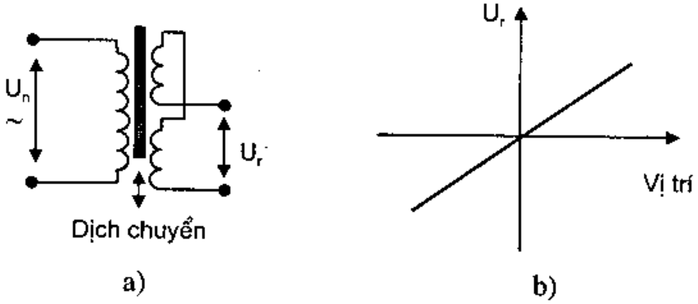
$$U_r = U_n \frac{R}{R_\Sigma} = U_n \frac{q}{q_\Sigma} \quad (9\text{-}2)$$

Chiết áp đo vị trí có dạng chiết áp quay và dịch chuyển tịnh tiến, nên có thể được sử dụng đo góc quay của khớp quay và độ dịch chuyển tịnh tiến của khớp tịnh tiến. Thông thường chiết áp chế tạo bằng cuốn dây điện trở lên một lõi hoặc phủ một lớp vật liệu dẫn điện mỏng lên một bề mặt. Ưu điểm của chiết áp dạng phim mỏng là đầu ra sẽ thay đổi trơn, liên tục, không bị nhiễu. Từ đó có thể tính toán được tốc độ từ tín hiệu đầu ra của chiết áp.

Chiết áp được sử dụng tạo tín hiệu phản hồi vị trí cho các mạch vòng điều chỉnh vị trí của các hệ truyền động khớp.

9.2.2. Biến áp vi phân tuyến tính

Biến áp vi phân tuyến tính (BAVPTT) là một cơ cấu chuyển đổi đo dịch chuyển. Cấu tạo BAVPTT gồm một cuộn dây sơ cấp và hai thứ cấp nối ngược cực tính nhau và một lõi thép di động như hình 9.2.

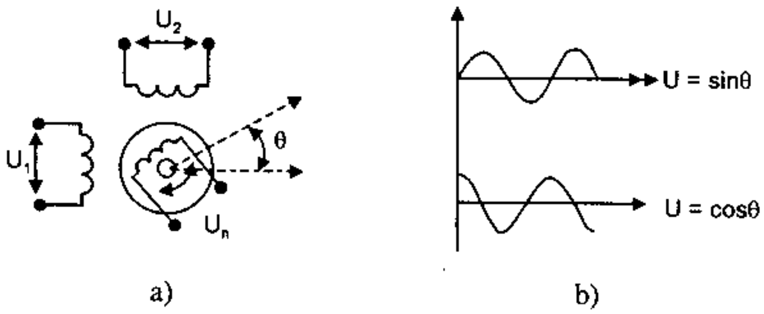


Hình 9.2. Biến áp vi phân tuyến tính:
a- sơ đồ nối dây; b- đặc tính truyền đạt.

Do hai cuộn dây thứ cấp nối ngược nhau nên điện áp ra có biên độ và pha thay đổi tùy thuộc vị trí của lõi thép di động. Khi lõi sắt ở vị trí giữa, điện áp 2 cuộn dây có trị số bằng nhau và pha ngược nhau, điện áp ra bằng không. Khi lõi sắt dịch chuyển về một phía, điện áp một cuộn sẽ lớn hơn cuộn kia và điện áp ra sẽ khác không và có pha dương. Khi lõi sắt dịch chuyển theo hướng ngược lại, pha của điện áp sẽ âm. Sử dụng khâu khuếch đại nhạy pha, điện áp ra có giá trị và dấu phụ thuộc vị trí của lõi thép. Đặc tính của cơ cấu ở hình 9.2b.

9.2.3. Resolver

Resolver có cấu tạo và nguyên tắc làm việc tương tự như biến áp vi phân tuyến tính được sử dụng để đo góc quay. Resolver là một biến áp, cuộn sơ cấp đặt ở phần quay và được nối vào nguồn điện xoay chiều. Hai cuộn thứ cấp đặt lệch nhau 90^o ở phần tĩnh. Trục cuộn dây sơ cấp quay theo cơ cấu, từ thông cơ cấu sẽ quay. Khi trục cuộn dây sơ cấp trùng với trục một cuộn, điện áp ra trên cuộn đó sẽ lớn nhất, điện áp trên cuộn kia sẽ nhỏ nhất và ngược lại. Như vậy điện áp ra trên một cuộn là hàm $\sin\theta$, điện áp cuộn kia sẽ là hàm $\cos\theta$. Độ lớn điện áp ra sẽ phụ thuộc vào góc lệch θ. Trên hình 9.3 là sơ đồ cấu tạo và dạng điện áp ra của resolver.

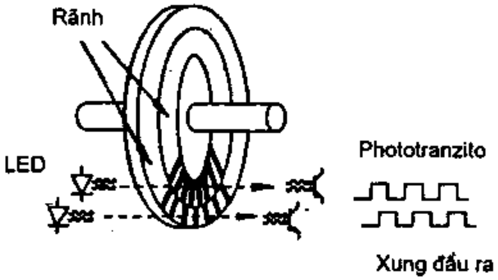


Hình 9.3. Sơ đồ nối dây dạng điện áp ra của resolver:
a- sơ đồ nối dây; b- dạng điện áp ra.

9.2.4. Thiết bị đo mã hóa quang học số (Digital optical Encoder)

Thiết bị đo mã hóa quang học, gọi tắt là thiết bị đo mã hóa (encoder) là thiết bị biến đổi các thông tin chuyển động thành các tín hiệu xung. Bằng đếm một bit đơn hoặc giải mã dãy các bit, các xung có thể được biến đổi thành các vị trí tuyệt đối hoặc các vị trí tương đối. Encoder có hai loại: quay và tịnh tiến. Trong thực tế, phổ biến là các encoder quay. Encoder quay có hai dạng: encoder tuyệt đối (absolute encoder) và encoder tương đối (Increment encoder)

Các encoder quay có cấu tạo gồm một đĩa thủy tinh hay nhựa với những dải đen được dán hoặc khuếch tán vật liệu màu đen. Một cơ cấu phát và thu ánh sáng được đặt hai phía đĩa như hình 9.4. Phần đen sẽ cản ánh sáng, và đầu ra sẽ xuất hiện một xung.



Hình 9.4. Cấu tạo của encoder.

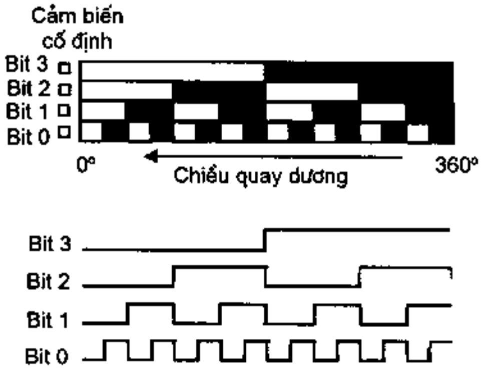
a. Encoder tuyệt đối: Encoder tuyệt đối sẽ mã hóa vị trí là góc quay thành dãy số nhị phân. Trên đĩa sẽ gồm nhiều rãnh sẽ tương ứng với số bit của encoder. Số lượng vị trí có thể phân biệt được là 2^n (n là số rãnh trên đĩa). Mỗi rãnh được phân bố số vạch đen, trắng theo mã nhị phân. Số trạng thái của

encoder 4 bit và số vị trí góc tương ứng sẽ là: $2^4 = 16$. Độ phân dải đo góc hoặc sai số phép đo là:

$$\theta = \frac{360^o}{2^4} = 22,5^o$$

Hình 9.5 mô tả sơ đồ cấu tạo của encoder trải trên mặt phẳng và dạng xung đầu ra của encoder 4 bit. Các mã nhị phân tương ứng với các vị trí góc của encoder 4 bit ở bảng 9.1. Số bit của encoder càng lớn, độ phân dải của encoder càng lớn, độ chính xác tương ứng càng cao. Ví dụ độ phân dải của encoder 8 bit là:

$$\theta = \frac{360^o}{2^8} = 1,046^o$$

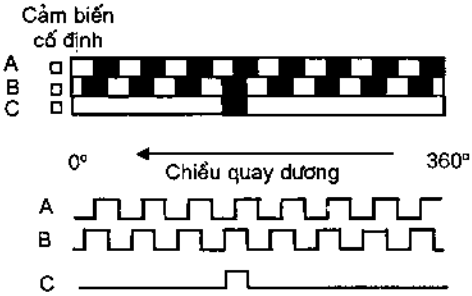


Hình 9.5. Sơ đồ và dạng xung đầu ra của encoder 4 bit.

Bảng 9.1. Mã nhị phân và góc quay

Mã thập phân	Góc quay (°)	Mã nhị phân	Mã thập phân	Góc quay (°)	Mã nhị phân
0	0 - 22,5	0000	8	180 - 202,5	1000
1	22,5 - 45	0001	9	202,5 - 225	1001
2	45 - 67,5	0010	10	225 - 247,5	1010
3	67,5 - 90	0011	11	247,5 - 270	1011
4	90 - 112,5	0100	12	270 - 292,5	1100
5	112,5 -135	0101	13	292,5 - 315	1101
6	135 - 157,5	0110	14	315 - 337,5	1110
7	157,5 - 180	0111	15	337,5 - 360	1111

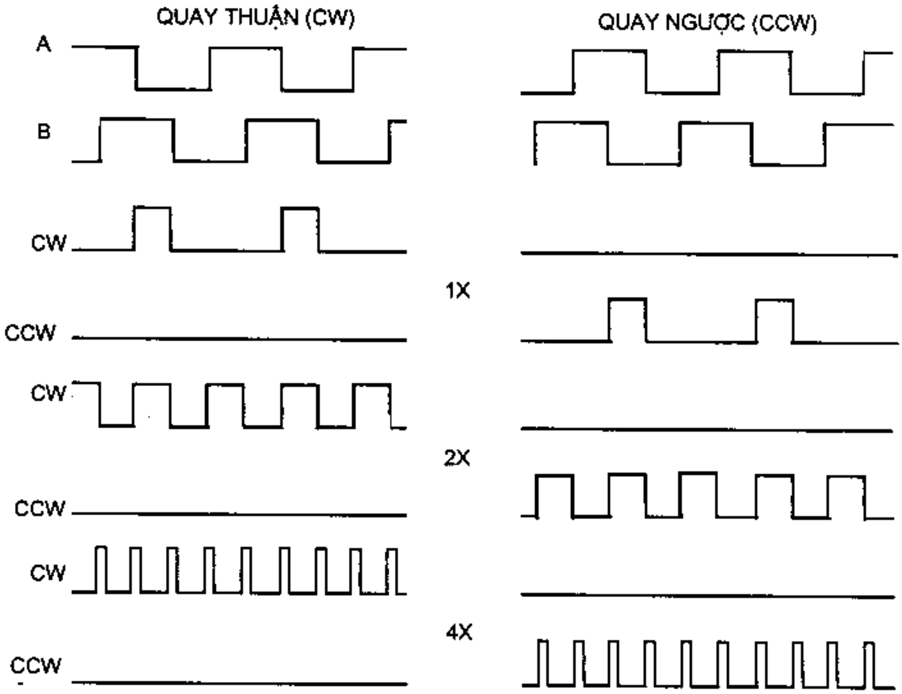
c. Encoder tương đối: gồm 3 rãnh, gọi là kênh, thông thường ký hiệu là A, B C (hoặc Z). Xung đầu ra kênh A, B lệch nhau 90°, kênh C thường có một xung. Hình 9.6 mô tả sơ đồ cấu tạo và dạng xung đầu ra các kênh của encoder tương đối. Số xung ứng với một vòng quay của encoder tùy theo các hãnh sản xuất thông thường có các giá trị: 360, 720, 1024...



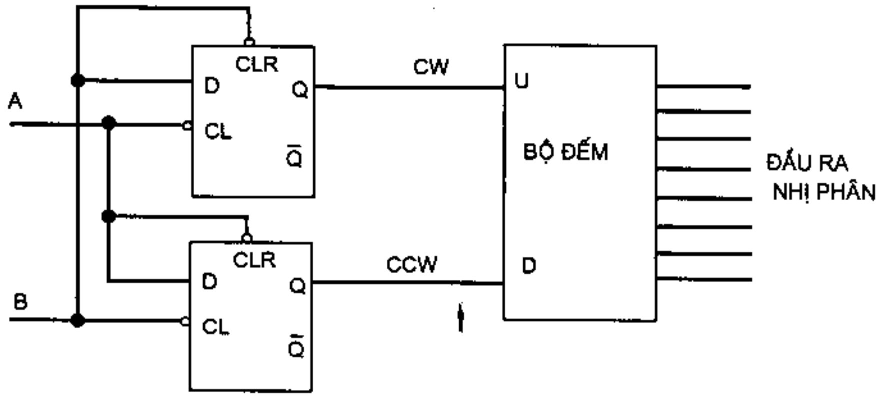
Hình 9.6. Sơ đồ và dạng xung đầu ra của encoder tương đối.

Bằng đếm số xung phát ra và dựa vào độ phân dải của encoder sẽ tính được góc quay. Chiều quay có thể được xác định bằng sử dụng xung kênh A, B lệch nhau 90° tùy thuộc vào sự vượt trước của xung A hoặc B. Đếm số xung trong một đơn vị thời gian hoặc sử dụng xung kênh C sẽ tính được tốc độ. Xung kênh C cũng được sử dụng để xác định vị trí ban đầu. Hình 9.7 là các đồ thị xung đầu ra của encoder ở chiều quay thuận và chiều quay ngược. Sử dụng các sơ đồ mạch lôgic có thể tạo ra các dãy xung thuận (CW), ngược (CCW) với độ phân dải khác nhau 1X, 2X và 3X. Ứng với độ phân dải 1X, chỉ có 1 xung trong một chu kỳ xung A, B. Tương tự, xung độ phân dải 2X sẽ có 2 xung trong một chu kỳ và 4 xung trong một chu kỳ với độ phân dải 4X. Như vậy độ chính xác đo sẽ cao hơn khi sử dụng xung 4X. Thuật toán tạo xung 1X có thể thực hiện đơn giản như sau: Xung CW xuất hiện khi $A = \downarrow$ và $B = 1$; Xung CCW xuất hiện khi $B = \downarrow$ và $A = 1$;

Sơ đồ đếm xung thuận và ngược được mô tả trên hình 9.8. Tín hiệu xung chiều thuận (CW) và chiều ngược (CCW) được tạo ta tương ứng bởi hai trigơ D. Hai dãy xung ở chiều thuận và ngược được đếm nhờ bộ đếm tiến và lùi. Đầu ra sẽ nhận được giá trị vị trí (góc quay) ở dạng mã nhị phân. Để tạo các xung 2X và 4X có thể thiết kế sơ đồ mạch lôgic bằng các phần tử rời rạc với thuật toán tương tự như xung 1X hoặc sử dụng các mạch chip có sẵn (ví dụ HCTL-2016 của hãng Hewlett Packard) hoặc mạch vi xử lý.



Hình 9.7. Dạng xung đầu ra ứng với chiều quay thuận và ngược của encoder tương đối.



Hình 9.8. Sơ đồ đếm xung với độ phân dải 1X.

9.3. Cảm biến đo lực và mômen

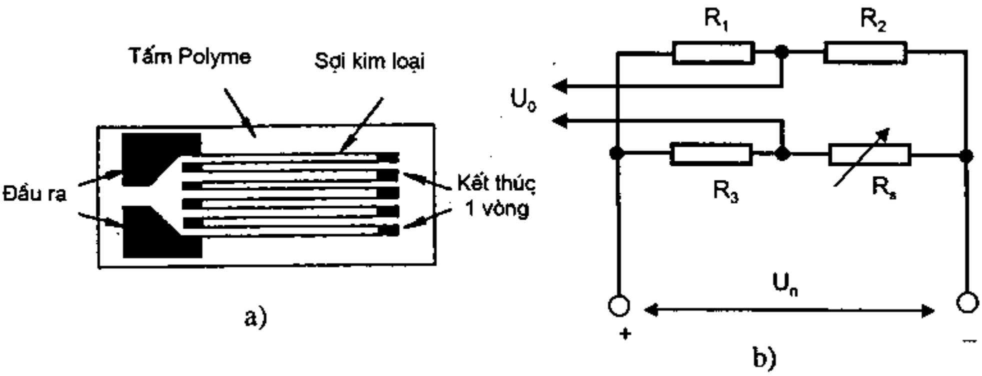
Cảm biến đo lực và mômen được sử dụng để đo phản lực sinh ra ở các nơi tiếp xúc giữa các chi tiết cơ khí. Gồm hai loại cảm biến đo lực và mômen cổ tay và khớp. Cảm biến khớp đo các thành phần trên các trục của lực và mômen tác dụng lên khớp robot và đặt chúng thành một vectơ lực khớp. Với các hệ truyền

động khớp sử dụng động cơ một chiều, đo mômen khớp thông qua đo dòng điện phần ứng động cơ. Cảm biến cổ tay gồm các cảm biến điện trở lực căng đặt ở cổ tay hoặc cơ cấu tác động cuối (end effector) đo sự biến dạng của các bộ phận của cơ cậu cổ tay khi có ngoại lực tác dụng.

9.3.1. Cảm biến điện trở lực căng

Cảm biến điện trở lực căng gồm một sợi kim loại mỏng, thông thường là constantan uốn cong hình ziczac được dán trên bề mặt một tấm polyme mỏng dễ biến dạng như hình 9.9a. Hai đầu dây kim loại được hàn trên một miếng kim loại to và dày để tạo thành đầu ra. Để đo lực tác dụng lên một cơ cấu, dán cảm biến lên thành của cơ cấu đó. Khi có ngoại lực tác dụng lên cảm biến làm cho miếng polyme biến dạng, điện trở của cảm biến sẽ thay đổi so chiều dài, tiết diện và điện trở suất của dây thay đổi. Do đó thông qua đo điện trở, sẽ tính được lực tác dụng lên cơ cấu. Để biến đổi sự thay đổi điện trở thành tín hiệu điện sử dụng sơ đồ cầu điện trở (cầu Weston) như hình 9.9b. Giá trị điện áp ra của cầu xác định theo biểu thức:

$$U_o = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_s}{R_3 + R_s}\right)U_n \qquad (9\text{-}3)$$



Hình 9.9. Cấu tạo cảm biến điện trở lực căng và sơ đồ cầu điện trở.
a- sơ đồ cấu tạo cảm biến; b- sơ đồ cầu điện trở.

9.3.2. Cảm biến đo lực cổ tay robot

Cơ cấu đo lực và mômen tác dụng ở tay robot có hình dạng như hình 9.10. Cơ cấu gồm một khung 4 thanh kim loại dễ biến dạng, trên mỗi thanh kim loại đặt 2 cảm biến điện trở lực căng. Mỗi điện trở cảm biến sẽ được nối vào một cầu đo điện trở như hình 9.9b, sẽ nhận được một tín hiệu điện áp ra tính theo (9.3). Số cảm biến lực căng là 8, tương ứng sẽ có 8 tín hiệu điện áp (w_1, w_2, w_3,

w_4, w_5, w_6, w_7, w_8) lệ với lực tác dụng theo các hướng. Tám tín hiệu được đưa về máy tính, bằng phần mềm hiệu chỉnh lập trình sẵn sẽ tính được các thành phần lực và mômen tác dụng theo các trục tọa độ của tay robot.

Ký hiệu vectơ lực tác dụng lên cổ tay robot là:

$$^{T6}\overline{F} = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T \qquad (9\text{-}4)$$

Với F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z – tương ứng là các thành phần lực và mômen tác dụng theo trục x,y,z.

Vectơ lực tác dụng lên cổ tay robot được tính theo công thức:

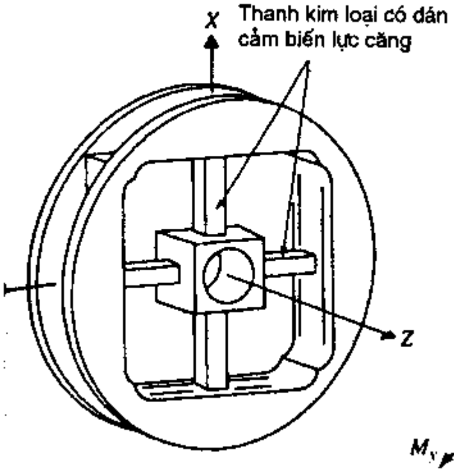
$$^{T6}\overline{F} = R.\overline{W} \qquad (9\text{-}5)$$

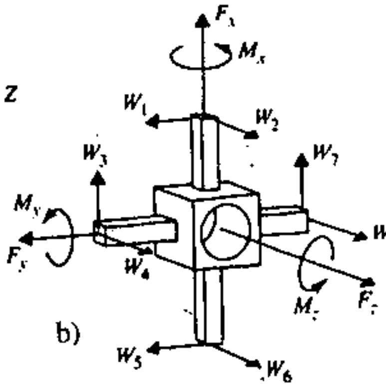
trong đó: $\overline{W}$ - ma trận tín hiệu điện áp tỷ lệ điện trở lực căng nhận được từ các cảm biến: $\overline{W} = [w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8]^T$;

R - ma trận hệ số hiệu chỉnh có dạng:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} & 0 & 0 & 0 & r_{17} & 0 \\ r_{21} & 0 & 0 & 0 & r_{25} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{32} & 0 & r_{34} & 0 & r_{36} & 0 & r_{38} \\ 0 & 0 & 0 & r_{44} & 0 & 0 & 0 & r_{48} \\ 0 & r_{52} & 0 & 0 & 0 & r_{56} & 0 & 0 \\ r_{61} & 0 & r_{63} & 0 & r_{65} & 0 & r_{67} & 0 \end{bmatrix} \qquad (9\text{-}6)$$

Để tăng độ chính xác, có thể bổ sung thêm các thành phần của ma trận R.





Hình 9.10. Cấu tạo cảm biến đo lực và mômen ở cổ tay:
a- cơ cấu đo lực và mômen; b- các tín hiệu đầu ra cảm biến điện trở lực căng.

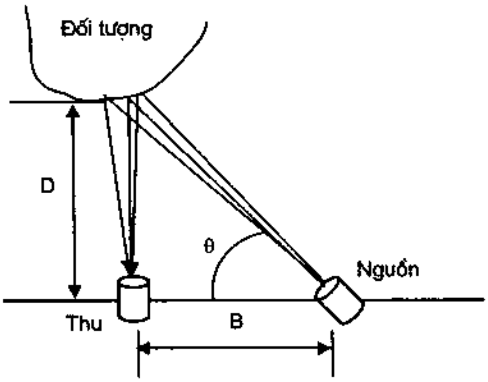
9.4. Cảm biến khoảng cách

Cảm biến khoảng cách dùng để đo khoảng cách từ một điểm chuẩn, thông thường là điểm đặt cảm biến, đến đối tượng trong khu vực hoạt động của cảm biến.

9.4.1. Kỹ thuật tam giác

Phương pháp đo khoảng cách đơn giản được trình bày trên hình 9.11. Chiếu một chùm ánh sáng đến bề mặt đối tượng. Chùm tia sáng phản xạ từ đối tượng đến bề mặt thu sẽ nằm trong một mặt phẳng. Nếu bộ phận thu được chùm tia sáng hội tụ ở một điểm, khoảng cách từ đối tượng đến bề mặt thu ánh sáng được xác định theo biểu thức:

$$D = B.tg\theta \qquad (9\text{-}10)$$



Hình 9.11. Phương pháp đo khoảng cách sử dụng kỹ thuật tam giác.

với: B là khoảng cách từ nguồn sáng đến cơ cấu thu;

θ là góc giữa chùm tia sáng phát ra từ nguồn sáng đến đối tượng và đường nằm ngang.

9.4.2. Phương pháp đo thời gian truyền một tia

Nguyên tắc của phép đo là đo khoảng cách bằng đo thời gian truyền một tia từ nguồn sáng đến đối tượng và phản xạ về nguồn phát. Tia được sử dụng trong các cơ cấu đo khoảng cách là tia laze. Có hai phương pháp đo khoảng cách sử dụng tia laze ([4])

Phương pháp đo khoảng cách thứ nhất sử dụng tia laze là đo thời gian truyền tia laze từ nguồn phát đến đối tượng và thời gian trở về điểm phát. Khoảng cách từ nguồn phát đến bền mặt đối tượng được xác định dựa theo tốc độ ánh sáng c và thời gian truyền xung T theo quan hệ:

$$D = c.T/2 \qquad (9\text{-}11)$$

Vì tốc độ ánh sáng là c = 300 000 km/s, thiết bị điện tử đo khoảng cách phải có độ phân dải thời gian là 50 ps có thể đạt độ chính xác a = ± 0,63 cm.

Phương pháp đo khác sử dụng tia laze là đo thời gian trễ tức là đo góc dịch pha giữa tín hiệu phát đi và tín hiệu thu được. Nguyên lý đo được trình bày trên hình 9.12a. Một chùm tia laze phát ra được chia làm hai chùm: chùm thứ nhất,

gọi là chùm tia chuẩn được truyền tới cơ cấu đo pha; Chùm tia thứ hai truyền đến đối tượng và phản xạ về cơ cấu đo pha. Tổng khoảng cách chùm tia thứ hai đi là:

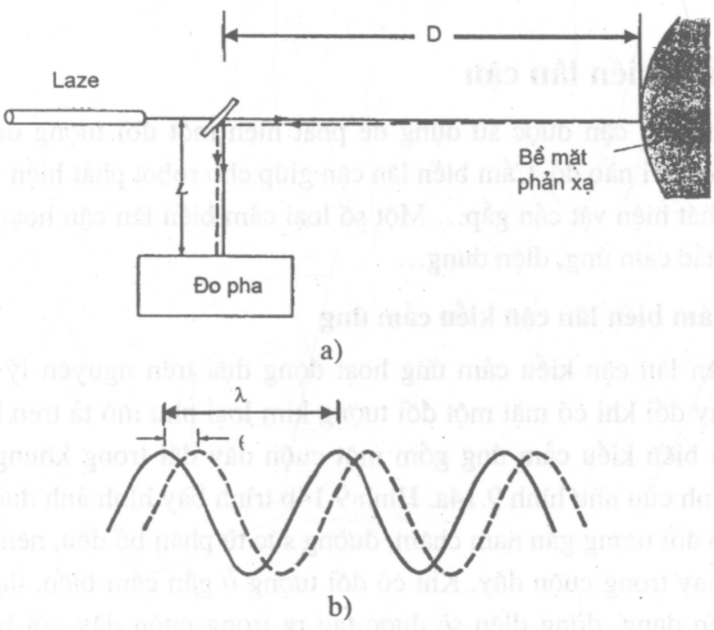
$$D' = L + 2D \tag{9-12}$$

Chùm tia thứ hai truyền đi một khoảng cách dài hơn, do đó sẽ có sự dịch pha giữa chùm tia thứ nhất và chùm tia thứ hai như minh họa trên hình 9.12 b. Khi đó khoảng cách tổng được tính theo:

$$D' = L + \frac{\theta}{360}\lambda \tag{9-13}$$

Kết quả (9-13) sẽ là duy nhất khi $\theta < 360^o$ hoặc $2D < \lambda$. Kết hợp (9-12) và (9-13), nhận được biểu thức tính khoảng cách D:

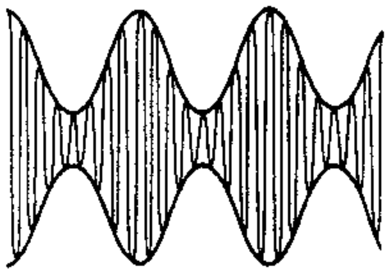
$$D = \frac{\theta}{360}\left(\frac{\lambda}{2}\right) \tag{9-14}$$



Hình 9.12. Phương pháp đo góc dịch pha:
a- Nguyên lý đo dịch pha;
b- Dịch pha giữa tín hiệu phát và tín hiệu phản xạ.

Vì bước sóng của tia laze rất nhỏ (632,8 nm), phương pháp đo nói trên không thích hợp ứng dụng cho robot. Một phương pháp đo khác khắc phục vấn

đề này là điều chế chùm sóng laze bằng một tín hiệu có bước sóng cao hơn. Ví dụ tần số sóng mang là f = 10 MHz, bước sóng tia được truyền đi là $\lambda' = f\lambda$ = 6,32 m. Hình 9.13 minh họa nguyên tắc này.



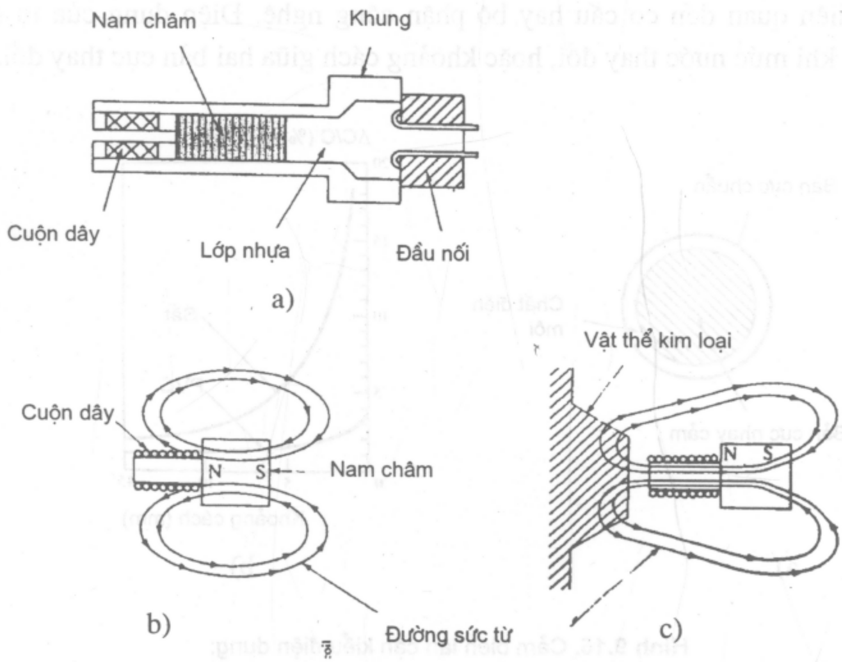
Hình 9.13. Dạng sóng được điều chế.

9.5. Cảm biến lân cận

Cảm biến lân cận được sử dụng để phát hiện một đối tượng đang ở gần trong một phạm vi nào đó. Cảm biến lân cận giúp cho robot phát hiện vật cản để tránh hoặc phát hiện vật cần gắp... Một số loại cảm biến lân cận hoạt động dựa trên nguyên tắc cảm ứng, điện dung...

9.5.1. Cảm biến lân cận kiểu cảm ứng

Cảm biến lân cận kiểu cảm ứng hoạt động dựa trên nguyên lý điện cảm cuộn dây thay đổi khi có mặt một đối tượng kim loại như mô tả trên hình 9.14. Cấu tạo cảm biến kiểu cảm ứng gồm một cuộn dây đặt trong khung gần một nam châm vĩnh cửu như hình 9.14a. Hình.9.14b trình bày hình ảnh đường sức từ khi không có đối tượng gần nam châm, đường sức từ phân bố đều, nên không có dòng điện chạy trong cuộn dây. Khi có đối tượng ở gần cảm biến, dạng đường sức từ bị biến dạng, dòng điện sẽ được tạo ra trong cuộn dây với biên độ và dạng sóng phụ thuộc vào mức độ thay đổi từ thông. Hình 9.15 là quan hệ biên độ điện áp và khoảng cách giữa cảm biến và đối tượng. Cực tính của điện áp sinh ra trong cuộn dây phụ thuộc và chiều di chuyển của đối tượng so với cảm biến.



Hình 9.14. Cảm biến lân cận kiểu cảm ứng:

a- Sơ đồ cấu tạo;

b- Biểu diễn đường sức khi không có vật thể;

c- Biểu diễn đường sức khi có vật thể.

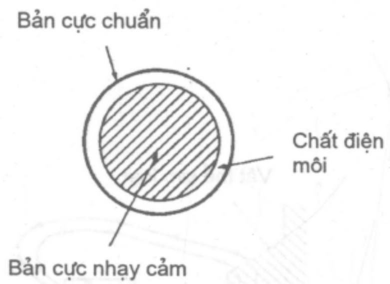


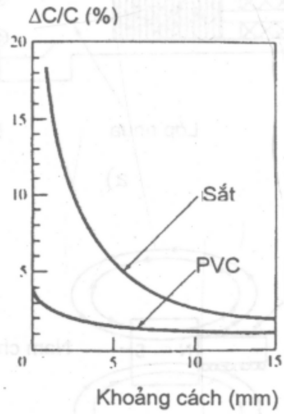
Hình 9.15. Quan hệ biên độ điện áp - khoảng cách.

9.5.2. Cảm biến lân cận kiểu điện dung

Cảm biến lân cận kiểu điện dung hoạt động trên hiện tượng thay đổi điện dung khi có vật thể dịch chuyển gần cảm biến. Bộ phận chính của cảm biến kiểu điện dung như mô tả trên hình 9.15a gồm một tụ điện có hai bản cực: một bản cực chuẩn và một bản cực nhạy cảm. Ngoài ra còn có các mạch điện gồm

mạch dao động, mạch phát hiện và mạch đầu ra. Bản cực nhạy cảm thông thường liên quan đến cơ cấu hay bộ phận công nghệ. Điện dung của tụ điện thay đổi khi mức nước thay đổi, hoặc khoảng cách giữa hai bản cực thay đổi.





Hình 9.16. Cảm biến lân cận kiểu điện dung:

a- Sơ đồ cấu tạo;

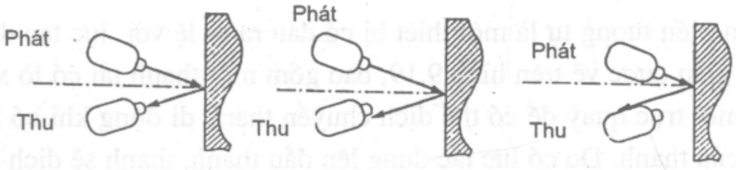
b- Quan hệ điện dung và khoảng cách.

Có một số phương pháp nhận biết sự thay đổi điện dung của tụ điện.

Một phương pháp đơn giản là ghép điện dung trong một mạch dao dộng. Khi có đối tượng xuất hiện trong vùng kiểm soát của cảm biến, trị số điện dung thay đổi và nếu điện dung vượt quá trị số cho phép, mạch bắt đầu dao động. Giá trị điện áp dao động là tín hiệu để phát hiện sự có mặt của đối tượng trong vùng hoạt động của cảm biến lân cận. Hình 9.16b biểu diễn quan hệ giữa sự thay đổi điện dung và khoảng cách.

9.5.3 Cảm biến quang học

Cảm biến quang học bao gồm một nguồn sáng thông thường là đèn LED, có thể đặt bên ngoài hoặc ở bên trong cảm biến và một bộ phận thu, là một phtotranzito. Hình 9.17 mô tả các trường hợp khác nhau ứng với vị trí của đối tượng. Khi đối tượng ở xa hoặc ở quá gần nguồn sáng, bộ phận thu sẽ không nhận được ánh sáng phản xạ từ đối tượng. Khi đối tượng nằm trong vùng kiểm soát của cảm biến, bộ phận thu sẽ nhận được tín hiệu ánh sáng từ đối tượng.



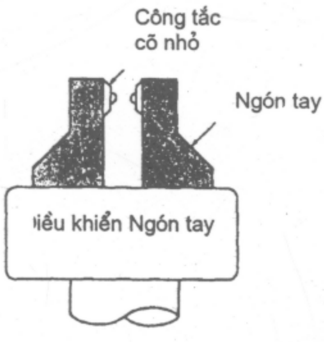
Hình 9.17. Cảm biến lân cận quang học.

9.6. Cảm biến tiếp xúc

Cảm biến tiếp xúc thường được gắn ở tay robot để nhận biết được có vật thể ở các ngón tay robot hoặc để phát hiện vật thể ở trong không gian làm việc. Trong một số trường hợp, cảm biến tiếp xúc có thể được sử dụng để điều khiển lực tác dụng của tay robot lên vật thể. Có hai loại cảm biến tiếp xúc: Nhị phân và tương tự. Cảm biến kiểu nhị phân là các công tắc tiếp xúc sẽ tác động khi có vật thể. Cảm biến tương tự sẽ sinh tín hiệu ra tỷ lệ với lực tác dụng.

9.6.1. Cảm biến nhị phân

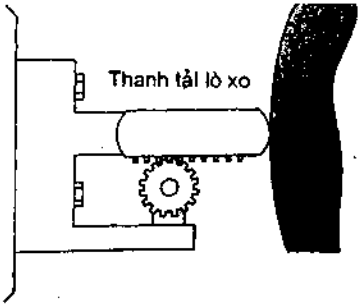
Cảm biến kiểu nhị phân là các công tắc tiếp xúc cỡ nhỏ (microswitch) được được đặt ở bề mặt của các ngón tay của bàn tay robot như minh họa trên hình 9.18. Các tiếp điểm của công tắc sẽ đóng hoặc mở khi có vật thể ở bàn tay robot. Các cảm biến tiếp xúc có thể đặt ở mỗi bề mặt ngón tay để nhận biết thông tin về vật thể. Các cảm biến cũng có thể được đặt ở mặt ngoài bàn tay để tạo tín hiệu điều khiển giúp robot di chuyển tay trong không gian làm việc hoặc tạo cho robot có khả năng làm việc trong môi trường hoàn toàn không ánh sáng.



Hình 9.18. Cảm biến tiếp xúc kiểu nhị phân.

9.6.2. Cảm biến tương tự

Cảm biến tương tự là một thiết bị có đầu ra tỷ lệ với lực tác dụng. Một cơ cấu đơn giản được vẽ trên hình 9.19, bao gồm một thanh tải có lò xo liên hệ cơ khí với một trục quay để có thể dịch chuyển thanh di động khi có lực tác dụng lên đầu của thanh. Do có lực tác dụng lên đầu thanh, thanh sẽ dịch chuyển, làm bánh răng quay liên tục. Trục bánh răng nối cùng trục vớii một chiết áp. Như vậy điện áp ra của chiết áp sẽ tỷ lệ với góc quay của bánh răng và sẽ tỷ lệ với lực tác dụng lên thanh tải lò xo.



Hình 9.19. Cảm biến tiếp xúc tương tự.

PHỤ LỤC A
ĐẠI SỐ MA TRẬN VÀ VECTƠ

A.1. Định nghĩa

1. Ma trận có kích thước (m×n) gồm m hàng n cột, với các phần tử là a_{ij} được viết ở dạng sau:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \text{(A-1)}$$

Nếu m = n, ma trận là ma trận vuông. Nếu n = 1, gọi là ma trận cột, hoặc gọi la một vectơ $\overline{a}$

2. Ma trận vuông A là ma trận đường chéo nếu $a_{ij} = 0$ với $i \neq j$:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \text{diag}(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}) \qquad \text{(A-2)}$$

3. Ma trận đường chéo đơn vị là ma trận vuông đường chéo có các hệ số $a_{ii} = 1$, và được kí hiệu là I_n. Ma trận có tất cả các số hạng bằng 0 gọi là ma trận không (ma trận zêro).

4. Ma trận chuyển vị của ma trận A (m×n) (A.1) ký hiệu là A^T có kích thước (n×m) nhận được từ ma trận A bằng chuyển đổi hàng cho cột và ngược lại

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \text{(A-3)}$$

5. Ma trận đối xứng: Ma trận vuông A (n×n) là ma trận đối xứng nếu $A^T = A$ và $a_{ij} = a_{ji}$:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \qquad \text{(A-4)}$$

6. Ma trận đối xứng nghịch: Ma trận vuông A là ma trận đối xứng nghịch nếu $A^T = - A$ và $a_{ij} = -a_{ji}$ với $i \neq j$ và $a_{ii} = 0$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{1n} & -a_{2n} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(A-5)}$$

A.2. Phép toán ma trận

1. Phép cộng ma trận: Hai ma trận A, B có cùng kích thước (m×n), tổng của hai ma trận là C:

$$C = A + B \quad \text{(A-6)}$$

Với các thành phần của ma trận C là tổng của các thành phần tương ứng của ma trận A và B: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Một số tính chất:

$$A + 0 = A$$

$$A + B = B + A$$

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

2. Phép trừ ma trận: Tương tự như phép cộng hai ma trận:

$$C = A - B \quad \text{với: } c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

3. Phép nhân ma trận: Phép nhân ma trận A (m×p) với ma trận B (p×n) có kết quả là ma trận C (m×n):

$$C = A.B \quad \text{(A-7)}$$

Với các thành phần của C được tính theo: $c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik}.b_{kj}$.

Một số thuộc tính:

$$A = AI_p = I_m A$$

$$A(BC) = (AB)C$$

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$(A + B)C = AC + BC$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

4. Định thức của ma trận: Định thức của ma trận vuông A (nxn) là một đại lượng vô hướng với mọi i = 1…n:

$$|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} (-1)^{i+j} |A_{(ij)}| \quad \text{(A-8)}$$

Nếu A, B là hai ma trận vuông thì: $|AB| = |A||B|$

Định thức con cấp k của ma trận A(m×n) ($k \le m$ và $k \le n$) là một định thức tạo bởi k^2 phần tử của ma trận nằm ở chỗ giao nhau của k hàng k cột nào đó của ma trận.

5. Ma trận đơn nhất: là ma trận có $|A| = 0$

6. Hạng của ma trận r(A): Hạng của ma trận A (m×n) là một số dương lớn nhất r sao cho ít nhất tồn tại một định thức con không triệt tiêu cấp r.

Một số thuộc tính:

$$r(A) \le \min(m,n)$$
$$r(A) = r(A^T)$$
$$r(A^TA) = r(A)$$
$$r(AB) \le \min\{r(A), r(B)\}$$

Ma trận A có r(A) = min(m,n) gọi là ma trận có ma trận toàn phần.

7. Ma trận phụ trợ: Ma trận phụ trợ của ma trận vuông A là ma trận:

$$Adj(A) = [(-1)^{i+j}|A_{(ij)}|]^T \text{ với } (i = 1 \ldots n \text{ và } j = 1 \ldots n)$$

8. Ma trận nghịch đảo: A^{-1} của ma trận vuông A (nxn) nếu:

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$$

Ma trận A tồn tại ma trận nghịch đảo nếu: $|A| \ne 0$ và ma trận nghịch đảo được tính như sau:

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|} \qquad \text{(A-9)}$$

Một số thuộc tính:

$$(A^{-1})^{-1} = A$$
$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$
$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

9. Ma trận trực giao: Ma trận vuông A là ma trận trực giao nếu có ma trận nghịch đảo bằng ma trận chuyển vị:

$$A^T = A^{-1} \qquad \text{(A-10)}$$

10. Vết của ma trận: Trace(A): Vết của ma trận A là tổng các thành phần đường chéo của ma trận A:

$$Trace(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} \qquad \text{(A-11)}$$

A.3. Vectơ

1. n vectơ $\overline{x}_i(m\times1)$ là độc lập tuyến tính nếu với tất cả các hằng số k_i, phương trình sau được thỏa mãn:

$$k_1\overline{x}_1 + k_2\overline{x}_2 + ... + k_n\overline{x}_n = 0$$

Điều kiện cần và đủ để các vectơ độc lập tuyến tính là ma trận:

$$A = [\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n]$$

có hạng là n.

2. Không gian vectơ: Hệ thống vectơ V là một không gian vectơ trong miền giá trị thực nếu tổng hai vectơ bất kỳ trong V và tích một đại lượng vô hướng với một vectơ của V sẽ có giá trị trong V và có các thuộc tính sau:

$$\overline{x} + \overline{y} = \overline{y} + \overline{x} \quad \text{với } \overline{x}, \overline{y} \in V$$

$$(\overline{x} + \overline{y}) + \overline{z} = \overline{x} + (\overline{y} + \overline{z}) \quad \text{với } \overline{x}, \overline{y}, \overline{z} \in V$$

$$\exists\overline{0} \in \overline{x}: \ \overline{x} + \overline{0} = \overline{x} \quad \text{với } \overline{x} \in V$$

$$\forall\overline{x} \in V, \exists(-\overline{x}) \in V: \ \overline{x} + (-\overline{x}) = \overline{0}$$

$$1.\overline{x} = \overline{x} \quad \text{với } \overline{x} \in V$$

$$\alpha(\beta\overline{x}) = (\alpha\beta)\overline{x} \quad \text{với } \forall\alpha\beta \in R; \overline{x} \in V$$

$$(\alpha + \beta)\overline{x} = \alpha\overline{x} + \beta\overline{x} \quad \text{với } \forall\alpha\beta \in R; \overline{x} \in V$$

$$\alpha(\overline{x} + \overline{y}) = \alpha\overline{y} + \alpha\overline{x} \quad \text{với } \forall\alpha \in R; \overline{x}, \overline{y} \in V$$

3. Tích vô hướng hai vectơ: Tích vô hướng hai vectơ $\overline{x}$, $\overline{y}$ có kích thước $(m\times1)$ được tính:

$$\overline{x}.\overline{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + ... + x_my_m = \overline{x}^T\overline{y} = \overline{x}.\overline{y}^T \qquad \text{(A-12)}$$

Hai vectơ là trực giao khi có tích vô hướng bằng không:

$$\overline{x}^T\overline{y} = 0 \qquad \text{(A-13)}$$

4. *Norm* của hai vectơ được định nghĩa như sau:

$$\|\overline{x}\| = \sqrt{\overline{x}^T\overline{x}} \qquad \text{(A-14)}$$

Một số bất đẳng thức:

$$\|\overline{x} + \overline{y}\| \le \|\overline{x}\| + \|\overline{y}\| \qquad \text{(A-15)}$$

$$|\overline{x}^T\overline{y}| \le \|\overline{x}\| + \|\overline{y}\| \qquad \text{(A-16)}$$

5. Vectơ đơn vị là vectơ có *norm* của vectơ đó bằng 1: $\hat{\overline{x}}^T\hat{\overline{x}} = 1$. Cho một vectơ $\overline{x}$, vectơ đơn vị của nó nhận được bằng chia từng thành phần của vectơ đó

cho *norm*:

$$\hat{\overline{x}} = \frac{\overline{x}}{\|\overline{x}\|} \qquad \text{(A-17)}$$

6. Không gian Eucldiean là không gian vectơ 3 chiều.

7. Tích có hướng của hai vectơ trong không gian *Euclidean:*

$$\overline{x} \times \overline{y} = \begin{bmatrix} x_2y_3 - x_3y_2 \\ x_3y_1 - x_1y_3 \\ x_1y_2 - x_2y_1 \end{bmatrix} \qquad \text{(A-18)}$$

Hoặc viết ở dạng vectơ:

$$\overline{x} \times \overline{y} = \begin{bmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \qquad \text{(A-19)}$$

$$= (x_2y_3 - x_3y_2)\overline{i} + (x_3y_1 - x_1y_3)\overline{j} + (x_1y_2 - x_2y_1)\overline{k}$$

Một số thuộc tính:

$$\overline{x} \times \overline{x} = 0$$

$$\overline{x} \times \overline{x} \times \overline{y} = -\overline{y} \times \overline{x}$$

$$\overline{x} \times (\overline{y} + \overline{z}) = \overline{x} \times \overline{y} + \overline{x} \times \overline{z}$$

Tích có hướng của hai vectơ $\overline{x}, \overline{y}$ có thể biểu diễn là tích của toán tử ma trận $S(\overline{x})$ với vectơ $\overline{y}$. Toán tử ma trận $S(\overline{x})$ có dạng một ma trận đối xứng nghịch:

$$S(\overline{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(A-20)}$$

$$\overline{x} \times \overline{y} = S(\overline{x})\overline{y} = -S(\overline{y})\overline{x} \qquad \text{(A-21)}$$

Một số thuộc tính:

$$S(\overline{x})\overline{x} = -S^T(\overline{x})\overline{x} = 0$$

$$S(\alpha\overline{x} + \beta\overline{y}) = \alpha S(\overline{x}) + \beta S(\overline{y})$$

8. Cho 3 vectơ $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ trong không gian *Euclidean* sẽ có ba tích vô hướng sau:

$$\overline{x}^T(\overline{y} \times \overline{z}) = \overline{y}^T(\overline{z} \times \overline{x}) = \overline{z}^T(\overline{x} \times \overline{y}) \qquad \text{(A-22)}$$

9. Hai vectơ trong không gian *Euclidean* bằng nhau sẽ có:

$$\overline{x}^T(\overline{x} \times \overline{y}) = 0$$

A.4. Ma trận nghịch đảo giả

Nghịch đảo của ma trận chỉ được định nghĩa cho ma trận vuông và không đơn nhất (định thức ma trận khác không) như A.2. Nghịch đảo của ma trận có thể được mở rộng cho ma trận không vuông.

Xét một ma trận A(mxn) với hạng r(A) = min(m,n). Nếu n < m, ma trận nghịch đảo trái được định nghĩa là A_t (n×m) sao cho:

$$A_tA = I_n$$

Nếu n > m, ma trận nghịch đảo phải được định nghĩa là A_p (n×m) sao cho:

$$A_pA = I_m$$

Xét trường hợp A(m×n) với m > n và có hạng là n, một ma trận nghịch đảo đặc biệt (A_t^s (nxm)) được định nghĩa như sau:

$$A_t^s = (A^TA)^{-1}A^T \qquad \text{(A-23)}$$

Ma trận A_t^s được gọi là ma trận nghịch đảo giả trái vì $A_t^sA = I_n$. Với W_t (m×m) là ma trận thực dương, ma trận nghịch đảo giả có thể được viết ở dạng:

$$A_t^s = (A^TW^{-1}A)^{-1}A^TW^{-1} \qquad \text{(A-24)}$$

Xét trường hợp ma trận A (m×n) với n > m và có hạng là m, ma trận nghịch đảo đặc biệt được định nghĩa như sau:

$$A_p^s = A^T(A^TA)^{-1} \qquad \text{(A-25)}$$

Ma trận A_t^s được gọi là ma trận nghịch đảo giả phải vì $AA_p^s = I_m$. Tương tự, với W_p (n×n) là ma trận thực dương, ma trận nghịch đảo giả có thể được viết ở dạng:

$$A_p^s = W^{-1}A^T(AW^{-1}A^T)^{-1} \qquad \text{(A-26)}$$

Ma trận nghịch đảo giả được sử dụng để giải phương trình $\overline{y} = A\overline{x}$ với A là ma trận có hạng đủ. Nếu A là ma trận vuông không đơn nhất, dễ dàng xác định được:

$$\overline{x} = A^{-1}\overline{y}$$

Như vậy: $A_t^s = A_p^s = A^{-1}$

Nếu A(m×n) với m < n và có hạng là m, nhận được lời giải không duy nhất:

$$\overline{x} = A_p^s\overline{y} + (I - A_p^sA)\overline{k}$$

Với $\overline{k}$ (n×1) là vectơ bất kỳ và A_p^s được xác định theo (A-26).

PHỤ LỤC B
HÀM ATAN2

Hàm atan2 là một hàm vô hướng của hai biến được định nghĩa là góc của một số phức:

$$atan2(a,b) = arg(b + ja) \tag{B-1}$$

với a, b tương ứng là thành phần ảo và thực của một số phức.

Một số thuộc tính:

$$\theta = atan2(\sin\theta, \cos\theta)$$

$$\theta = atan2(k\sin\theta, k\cos\theta) \text{ với } k > 0$$

$$atan2(-a, b) = -atan2(a, b)$$

$$\pi/2 \pm atan2(a, b) = atan2(b, \mp a)$$

$$\pi \pm atan2(a, b) = atan2(-a, -b)$$

PHỤ LỤC C
LÝ THUYẾT ỔN ĐỊNH LIAPUNOV

C.1. ổn định của điểm cân bằng

Xét một hệ liên tục phi tuyến biến đổi theo thời gian bậc n có dạng:

$$\dot{\overline{x}} = f(t, \overline{x}), \qquad \overline{x}(t_o) = x_o \tag{C-1}$$

Hoặc hệ gián đoạn phi tuyến biến đổi theo thời gian bậc n có dạng:

$$\overline{x}(k+1) = f(t, \overline{x}(k)), \qquad \overline{x}(k_o) = x_o \tag{C-2}$$

trong đó: $x \in R^n$, $t \in R$, $k \in Z$ và x_o là giá trị ban đầu tại t_o (hoặc k_o tương ứng).

1. Trạng thái cân bằng:

Trạng thái là trạng thái cân bằng khi:

$f(t, \overline{x}_e) = 0$ với mọi t đối với hệ thống liên tục.

$f(k, \overline{x}_e) = 0$ với mọi t đối với hệ thống gián đoạn.

Không mất tính tổng quát có thể coi $\overline{x}_e = 0$ là trạng thái cân bằng.

2. Ổn định và ổn định đều theo nghĩa của Liapunov:

Trạng thái cân bằng 0 của hệ thống (C-1) là trạng thái ổn định cục bộ theo nghĩa Liapunov nếu với mỗi $\varepsilon > 0$, sẽ tồn tại một $\delta(\varepsilon, t_o)$ sao cho nếu $\|\overline{x}(t)\| < \delta$ luôn tồn tại $\|\overline{x}(t)\| < \varepsilon$ với mọi $t > t_o$ (đối với hệ thống gián đoạn là k_o).

Nếu δ được chọn độc lập với t_o có nghĩa là tồn tại $\delta(\varepsilon)$, trạng thái 0 sẽ la ổn định đều

3. Ổn định tiệm cận và ổn định tiệm cận đều theo nghĩa của Liapunov:

Trạng thái 0 là ổn định tiệm cận cục bộ nếu:

+ Ổn định theo nghĩa Liapunov và

+ Tồn tại $\delta'(t_o)$ sao cho nếu $\|\overline{x}(t)\| < \delta'$ thì $\|\overline{x}(t)\| \to 0$ khi $t \to \infty$.

Trạng thái 0 là ổn định tiệm cận đều (cục bộ) nếu:

+ Ổn định đều theo nghĩa Liapunov và

+ Tồn tại δ' độc lập với t_o sao cho nếu $\|\overline{x}(t)\| < \delta'$ thì $\|\overline{x}(t)\| \to 0$ khi $t \to \infty$.

4. Ổn định tiệm cận toàn bộ:

Trạng thái 0 là ổn định tiệm cận toàn bộ nếu ổn định tiệm cận với bất kỳ $\delta' > 0$.

5. Ổn định hàm mũ:

Trạng thái 0 là ổn định hàm mũ, nếu ổn định theo nghĩa Liapunov và tồn tại $\delta' > 0$ và một hằng số $M < \infty$ và $\alpha > 0$ sao cho $\|\overline{x}(t)\| \le M|x_o|e^{-\alpha(t-t_o)}$ với mọi $\|\overline{x}(t_o)\| < \delta'$; α gọi là tỷ lệ hội tụ hàm mũ.

C.2. Tiêu chuẩn ổn định Liapunov cho hệ thống không biến đổi theo thời gian (Autonom)

Xét hàm f của hệ thống liên tục (C-1) không phụ thuộc thời gian tức là:

$$\dot{\overline{x}} = f(\overline{x}), \quad \overline{x}(t_o) = x_o \tag{C-3}$$

Và hàm f của hệ thống gián đoạn (C-2) không phụ thuộc thời gian:

$$\overline{x}(k+1) = f(\overline{x}(k)), \quad \overline{x}(k_o) = x_o \tag{C-4}$$

1. Hàm xác định dương (bán xác định dương):

Một hàm có đạo hàm liên tục V được gọi là xác định dương trong vùng $U \in R^n$ bao gồm điểm gốc nếu:

a. $\dot{V}(0) = 0$,

b. $V(\overline{x}) > 0, x \in U$ và $x \neq 0$

Một hàm được gọi là bán xác định dương nếu điều kiện b được thay thế bằng $V(\overline{x}) \ge 0, x \in U$.

2. Định lý Liapunov:

Đối với một hệ thống không biến đổi theo thời gian, nếu tồn tại một hàm V xác định dương có đạo hàm liên tục và tồn tại đạo hàm thảo mãn:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \overline{x}}\frac{d\overline{x}}{dt} = \frac{\partial V}{\partial \overline{x}} f(\overline{x}) = -W(\overline{x}) \tag{C-5}$$

Là hàm xác định âm, thì điểm cân bằng 0 là ổn định. Nếu $W(\overline{x})$ là hàm xác định dương, điểm cân bằng là ổn định tiệm cận.

Điểm cân bằng 0 là điểm cân bằng ổn định tiệm cận toàn bộ nếu:

$$\|\overline{x}\| \to \infty \;\; \Rightarrow V(\overline{x}) \to \infty. \tag{C-6}$$

3. Tính ổn định của hệ thống tuyến tính không biến đổi theo thời gian:

Điểm cân bằng 0 của hệ thống bậc n:

$$\dot{\overline{x}} = A\overline{x} \qquad \text{(C-7)}$$

Là điểm cân bằng ổn định tiệm cận (ổn định hàm mũ) khi:

a. Tất cả các nghiệm của A nằm bên trái mặt phức.

b. Với mỗi ma trận Q đối xứng xác định dương bất kỳ, luôn tìm được một ma trận P đối xứng xác định dương thỏa mãn phương trình Liapunov sau:

$$PA + A^TP = -Q \qquad \text{(C-8)}$$

4. Tính ổn định của hệ thống gián đoạn tuyến tính không biến đổi theo thời gian:

Điểm cân bằng 0 của hệ thống bậc n:

$$\overline{x}(k+1) = A\overline{x}(k) \qquad \text{(C-9)}$$

Là điểm cân bằng ổn định tiệm cận (ổn định hàm mũ) khi:

a) Tất cả các nghiệm của A có biên độ nhỏ hơn 1.

b) Với mỗi ma trận Q đối xứng xác định dương bất kỳ, luôn tìm được một ma trận P đối xứng xác định dương thỏa mãn phương trình Liapunov gián đoạn sau:

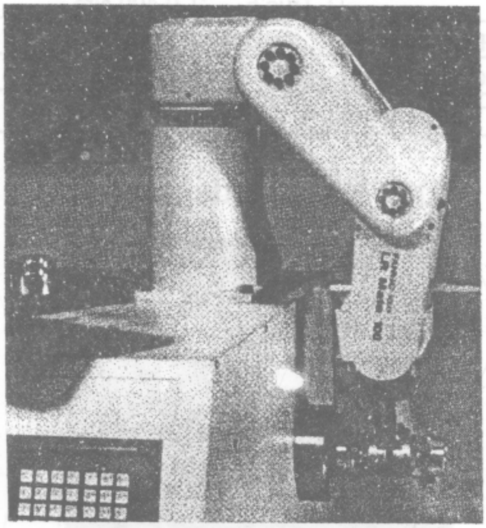
$$A^TPA - P = -Q \qquad \text{(C-10)}$$

PHỤ LỤC D
MỘT SỐ SẢN PHẨM ROBOT CỦA CÁC HÃNG

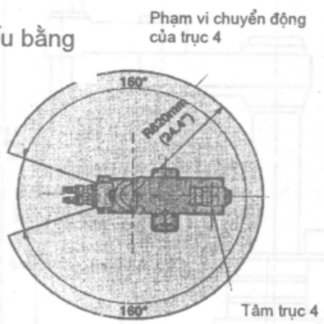
D.1. Robot LR Mate 100^{TM} (Hãng Fanuc)

Mô tả chung: Gồm 5 trục với hệ truyền động điều khiển xecvo, có độ chính xác cao, độ tin cậy cao, giao diện thân thiện với người sử dụng.

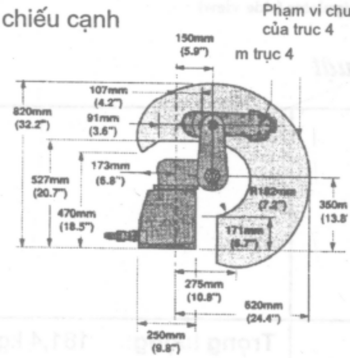
Ứng dụng: Lắp ráp, bốc dỡ, di chuyển, thử nghiệm và lấy mẫu, hàn và giáo dục.

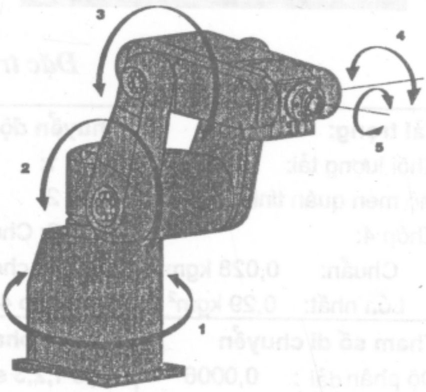


Hình chiếu bằng



Hình chiếu cạnh

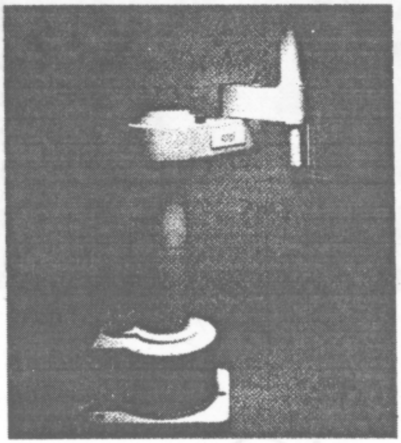


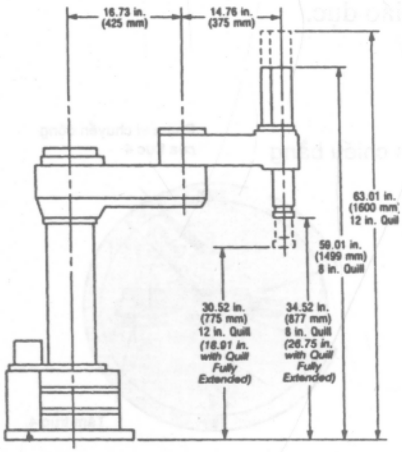


Đặc tính kỹ thuật của Robot LR Mate 100

Tên		Tải trọng 3 kg (6.6 p)		Tải trọng 4 kg (8.8 p)	
Phạm vi chuyển động và tốc độ		Phạm vi	Tốc độ	Phạm vi	Tốc độ
	Trục 1	320°	150 °/s	320°	150 °/s
	Trục 2	180°	150 °/s	180°	150 °/s
	Trục 3	360°	180 °/s	360°	180 °/s
	Trục 4	240°	180 °/s	240°	100 °/s
	Trục 5	400°	250 °/s	400°	240 °/s
Mô men	Trục 4	0,555 Nm		0,740 Nm	
	Trục 5	0,400 Nm		0,400 Nm	
Độ lặp lại		± 0,04 mm		± 0,04 mm	
Cơ cấu phanh cơ khí		Trục 2,3		Trục 2,3	
Trọng lượng		32 kg (70,5 p)		32 kg (70,5 p)	

D.2. Robot AdeptOne



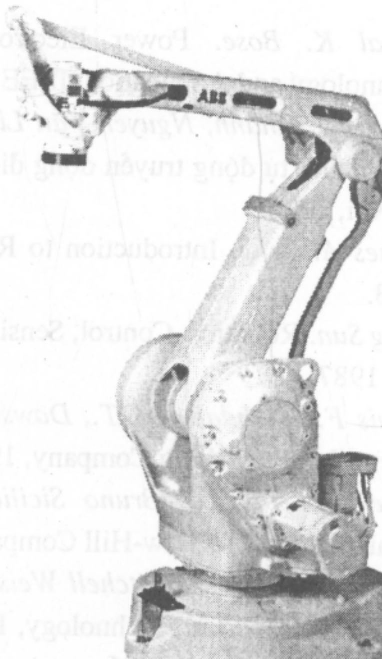


Manipulator (side view)

Đặc trưng kỹ thuật

Tải trọng: Khối lượng tải: 9.09 kg Mô men quán tính Khớp 4: Chuẩn: 0,028 kgm^2 Lớn nhất: 0,29 kgm^2	**Chuyển động khớp** Khớp 1: 300° Khớp 2: 294° Khớp 3: Chuẩn: 7,7° Lựa chọn: 11,6° Khớp 4: 554°	
Tham số di chuyển Độ phân dải : 0,0006° Độ lặp lại : 0,001° Độ chính xác: 0,003°	**Cơ cấu phanh** Trục 1,2,3 sử dụng cơ cấu phanh	**Trọng lượng:** 181,4 kg **Tốc độ lớn nhất** (không tải) 1 m/s

D.3. Robot IR260 (Hãng ABB)



Đặc tính kỹ thuật:

+ Tải trọng : 30 kg.
+ Tầm với : 1,52 m.
+ Số trục : 4
+ Độ lặp lại : 0,1 mm.

Thông số chuyển động

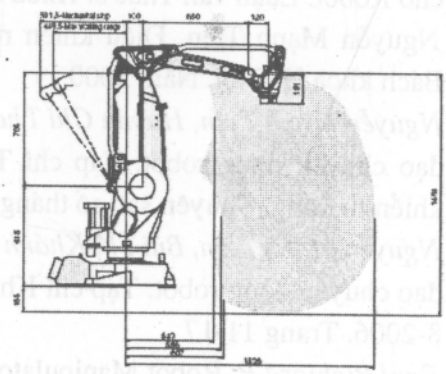
Trục	Phạm vi làm việc
Trục 1	$+180^0$ -180^0
Trục 2	+ 85^0 - -28^0
Trục 3	+119^0 - -17^0
Trục 4	+300^0 - -300^0

Tốc độ làm việc

Trục	Tốc độ
Trục 1	153^0/s
Trục 2	175^0/s
Trục 3	153^0/s
Trục 4	342^0/s

Kích thước hình học:

Chiều cao tổng : 1493 mm
Kích thước bệ : 723 × 600 mm
Trọng lượng : 340 kg
Bán kính động cơ : 448 mm



TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Bimal K. Bose.* Power Electronics and Variable Frequency Drive. Technology and Application. IEEE Press, 1997.
2. *Bùi Quốc Khánh, Nguyễn Văn Liễn, Phạm Quốc Hải, Dương Văn Nghi.* Điều chỉnh tự động truyền động điện. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2006.
3. *James A. Rehg.* Introduction to Robotics in CIM Systems. Prentice Hall, 2003.
4. *King Sun.* Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligent. McGraw-Hill, Inc. 1987.
5. *Lewis F.L., Abdallah C.T., Dawson D.M.* Control of Robot Manipulator. Macmillan Publishing Company, 1993.
6. *Lorenzo Sciavicco, Bruno Siciliano.* Modeling and Control of Robot Manipulators. McGraw-Hill Companies, Inc. 1996.
7. *Mikell P. Groover, Mitchell Weiss, Roger N. Nagel, Nicholas G. Odrey.* Industrial Robotics: Technology, Programming and Application. McGraw-Hill Book Company, 1986.
8. *Nguyễn Thị Liên Anh.* Nghiên cứu hệ thống điều khiển MIMO ứng dụng cho Robot. Luận văn Thạc sĩ Khoa học. Đại học Bách khoa Hà Nội, 2000.
9. Nguyễn Mạnh Tiến. Điều khiển robot. Đề tài KHCN 04-10-03. Đại học Bách khoa Hà Nội. Năm 2000.
10. *Nguyễn Mạnh Tiến, Huỳnh Chí Thanh.* Hệ thống điều khiển thích nghi quỹ đạo chuyển động robot. Tạp chí Tự động hóa ngày nay - Kỹ thuật điều khiển tự động. Chuyên san số tháng 6-2005. Trang 13-16.
11. *Nguyễn Mạnh Tiến, Bùi Thị Khánh Hòa.* Hệ thống điều khiển bền vững quỹ đạo chuyển động robot. Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải. Số 15. Tháng 8-2006. Trang 11-17 .
12. *Paul Richiard P.* Robot Manipulator. MIT Press. 1981.
13. *Saeed B. Niku.* Introduction to Robotics: Analysis, Systems, Appliacation. Prentice Hall, Inc. 2000.
14. *Somlo J., Lanto B. Cat P.T.* Advanced Robot Control. Akademiai Kiado. 1997.
15. *Tsuneo Yoshikawa.* Foundation of Robotics: Analysis and Control. MIT. 1990.

2 0 7 1 1 8

TL TĐ điều khiển robot công

1 8 937001 8 200119

42.000 VND

Giá: 42.000 đ